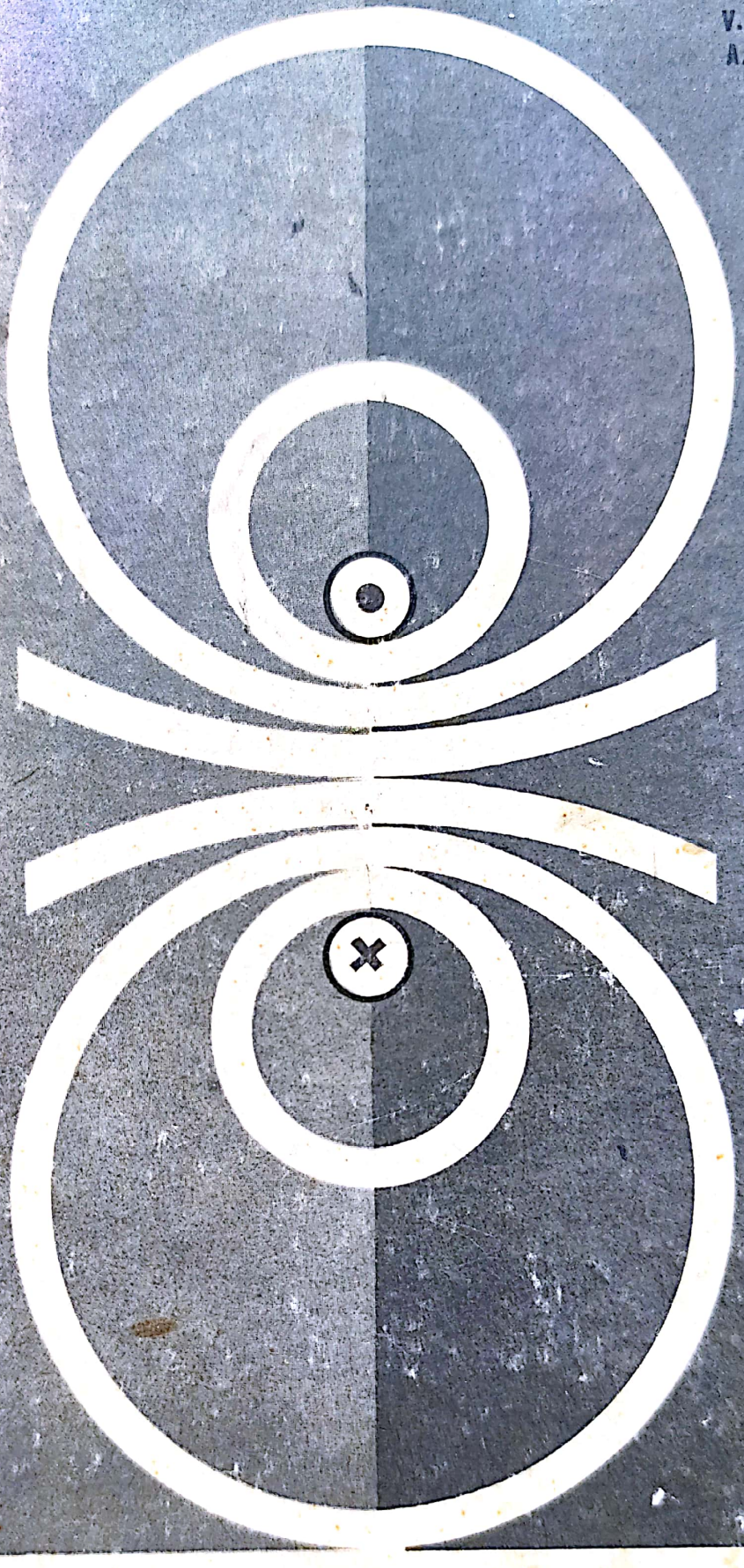
C. MAICAN
D. TĂNASE
V. ATANASIU
A. NEGULESCU



PROBLEME DE FIZICĂ

C. MAICAN
D. TĂNASE
V. ATANASIU
A. NEGULESCU

PROBLEME DE FIZICĂ

PENTRU LICEE

EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ — BUCUREȘTI, 1969

Scanned with OKEN Scanner

Lucrarea a fost alcătuită după cum urmează:

C. MAICAN — Cap. I — A, B, C
D. TĂNASE — Cap. I — D, E şi Cap. II
V. ATANASIU — Cap. III
A. NEGULESCU — Cap. IV şi Cap. V

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul I.

MECANICA

A. CINEMATICA

Considerații teoretice

Mișcarea rectilinie uniformă

$$a = 0 \tag{1}$$

$$v = k \text{ (constantă)}, \; k \in R \tag{2}$$

$$s = v \cdot t \tag{3}$$

unde: s este spațiul străbătut de un mobil în mișcare;

v — viteza mobilului;

t — timpul;

a — accelerația mișcării.

Ecuația mișcării rectilinii uniforme, ținînd seama și de spațiul inițial s_0, este

$$s = s_0 + vt. \tag{4}$$

Mișcarea rectilinie uniform variată fără viteză inițială

$$a = k \text{ (constantă)} \tag{5}$$

$$v = at, \tag{6}$$

$$s = \frac{1}{2} at^2. \tag{7}$$

Eliminînd timpul t între ecuațiile (6) și (7), se obține ecuația lui Galilei

$$v^2 = 2as, \Rightarrow v = \sqrt{2as}. \tag{8}$$

Scanned with OKEN Scanner

Tot din ecuațiile (6) și (7) se poate obține ușor

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \tag{9}$$

$$v = \frac{2s}{t}, \tag{10}$$

$$t = \frac{2s}{v}. \tag{11}$$

Mișcarea rectilinie uniform variată cu viteză inițială

$$v = v_0 + at \tag{12}$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \tag{13}$$

sau mai general

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \tag{14}$$

unde s_0 este spațiul inițial.

Cînd $a > 0$ mișcarea este uniform accelerată, iar cînd $a < 0$ mișcarea este uniform încetinită. În mișcarea uniform încetinită, timpul după care se oprește mobilul este dat de formula $t = -\frac{v_0}{a}$, iar spațiul corespunzător străbătut de mobil este dat de formula $s = -\frac{v_0^2}{2a}$.

Făcînd în (12) și (13) $v_0 = 0$, se obțin, ca un caz particular, formulele (6) și (7).

Eliminînd timpul t între ecuațiile (12) și (13), se obține ecuația lui Galilei

$$v^2 = 2as + v_0^2. \tag{15}$$

Căderea liberă a corpurilor în vid

$$h = \frac{1}{2} gt^2, \tag{16}$$

$$v = gt, \tag{17}$$

$$g = 9{,}8055 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \tag{18}$$

(g fiind accelerația gravitației Pămîntului la București).

Ecuația lui Galilei devine în acest caz, pentru $v \in R_+$,

$$v^2 = 2gh, \text{ sau } v = \sqrt{2gh}. \tag{19}$$

Ecuația generală a căderii corpurilor în vid, avînd spațiul inițial h_0 și viteza inițială v_0, este

$$h = h_0 + v_0 t + \frac{1}{2} gt^2. \tag{20}$$

Scanned with OKEN Scanner

Compunerea mișcărilor

a) Mișcarea relativă este mișcarea unui mobil față de un sistem de referință care se găsește el însuși în mișcare. Mișcarea sistemului de referință, mobil față de un sistem fix, se numește *mișcare* de transport. Mișcarea mobilului față de sistemul fix se numește *mișcare absolută.*

Dacă notăm: $\bar{v}_r$ — viteza relativă; $\bar{v}_t$ — viteza de transport și $\bar{v}_a$ — viteza absolută, se poate scrie:

$$\bar{v}_a = \bar{v}_t + \bar{v}_r \tag{21}$$

b) Aruncarea pe verticală în sus a unui corp greu

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2, \tag{22}$$

$$v = v_0 - gt. \tag{23}$$

Mobilul ajunge la înălțimea maximă după timpul

$$t = \frac{v_0}{g} \tag{24}$$

iar înălțimea maximă pînă la care poate ajunge mobilul este

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}. \tag{25}$$

c) Aruncarea pe orizontală a unui corp greu

Ecuațiile parametrice ale traiectoriei sînt

$$\left.\begin{aligned} x &= v_0 t \\ y &= \frac{1}{2} gt^2 \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Eliminînd timpul t, se obține ecuația traiectoriei

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2, \tag{27}$$

care reprezintă o parabolă cu vîrful în origine (fig. 1.1). Porțiunea de parabolă care corespunde din punct de vedere mecanic este OA, pentru $x \in R_+$.

d) Aruncarea oblică a unui corp greu. Dacă vectorul viteză inițială $\bar{v}_0$ face unghiul α cu planul orizontal, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, mișcarea punctului material se compune din următoarele trei mișcări (fig. 1.2):

$$\left.\begin{aligned} x &= v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha \\ y_1 &= v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha \\ y_2 &= -\frac{1}{2} gt^2 \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

Scanned with OKEN Scanner

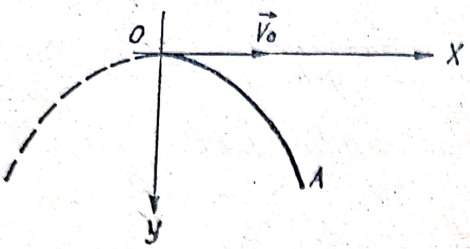


Fig. 1.1

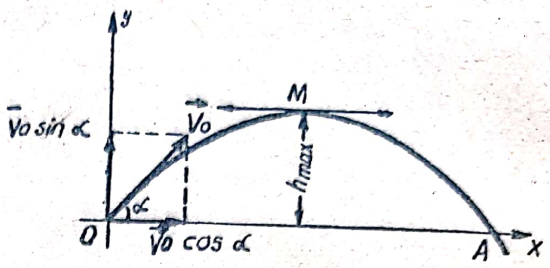


Fig. 1.2

Aceste ecuații reprezintă ecuațiile parametrice ale traiectoriei. Ținînd seama că $y = y_1 + y_2$, ecuațiile (28) se pot scrie

$$\left.\begin{aligned} x &= v_0 t \cos \alpha \\ y &= v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t_0 \end{aligned}\right\} \tag{28'}$$

Eliminînd timpul t între aceste două ecuații, se obține ecuația traiectoriei

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 \tag{29}$$

care reprezintă o parabolă ce trece prin origine. Punctul de intersecție al parabolei cu axa absciselor (diferit de origine) are abscisa

$$x = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha. \tag{30}$$

Mișcarea circulară uniformă

Dacă se notează: R — raza cercului; v — viteza liniară; ω — viteza unghiulară; ν — frecvența; T — perioada; a — accelerația centripetă (normală) a mișcării; n — numărul de rotații pe minut, se poate scrie

$$\nu T = 1, \tag{31}$$

$$n = 60\,\nu, \tag{32}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = \frac{\pi n}{30} \tag{33}$$

$$v = R\omega = \frac{\pi R n}{30} \tag{34}$$

$$a = \frac{v^2}{R} = R\omega^2. \tag{35}$$

Transmiterea mișcărilor

Relațiile dintre razele roților angrenate și turațiile lor sînt

$$i = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{n_2}{n_1} \tag{36}$$

unde i este raportul de transmisie.

Scanned with OKEN Scanner

În cazul roţilor dinţate, notînd cu z_1 şi z_2 numărul de dinţi corespunzător fiecărei roţi, se poate scrie

$$i = \frac{R_1}{R_2} = \frac{z_1}{z_2}.$$

APLICAŢII

Mişcarea rectilinie uniformă

1.1. Într-o hală industrială un pod rulant se deplasează cu o mişcare rectilinie şi uniformă, pe distanţa de 25 m. Cît timp durează transportul, dacă viteza de translaţie a podului este 75 m/min?

R e z o l v a r e. Vom exprima viteza podului rulant în m/s:

$$v = 75 \frac{\text{m}}{\text{min}} = \frac{75 \text{ m}}{60\text{s}} = 1{,}25 \text{ m/s}.$$

Din ecuaţia spaţiului în mişcarea rectilinie uniformă, $s = vt$, se obţine

$$t = \frac{\text{s}}{v} = \frac{25}{1{,}25} = 20 \text{ s}.$$

1.2. Două avioane se mişcă uniform şi rectiliniu, avînd aceeaşi direcţie şi acelaşi sens, cu vitezele $v_1 = 720$ km/h şi $v_2 = 1\,080$ km/h. Avionul al doilea trece prin dreptul unui reper, cu 4 s mai tîrziu decît primul. Să se determine, prin calcul şi grafic, după cît timp şi la ce distanţă faţă de reperul de mai sus trec unul pe lîngă celălalt cele două avioane.

R e z o l v a r e. Să notăm cu s spaţiul parcurs de cele două avioane cu t_1 şi t_2 timpul care trece din momentul cînd fiecare avion trece prin punctul de mai sus şi pînă cînd se întîlnesc. Se poate scrie sistemul de ecuaţii:

$$\left.\begin{aligned} s &= v_1 t_1 \\ s &= v_2 t_2 \\ t_1 &= 4 + t_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Din primele două ecuaţii, ţinînd seama şi de a treia se obţine:

$$v_1(4 + t_2) = v_2 t_2$$

de unde:

$$t_2 = \frac{4v_1}{v_2 - v_1} \qquad (2)$$

Vitezele celor două avioane în m/s, sînt:

$$v_1 = 720 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{720 \text{ m}}{3{,}6 \text{ s}} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_2 = 1\,080 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1\,080 \text{ m}}{3{,}6 \text{ s}} = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Înlocuind valorile numerice în (2) se obține

$$t_2 = \frac{4 \times 200}{300 - 200} = 8 \text{ s}$$

$$t_1 = 4 + 8 = 12 \text{ s},$$

$$s = v_2 t_2 = 300 \times 8 = 2\,400 \text{ m}.$$

Rezolvare grafică. Din ecuațiile (1) se obțin ecuațiile a două drepte

$$(d_1)\ s = 200\ t_1, \qquad (d_2)\ \ s = 300\ t_1 - 1\,200.$$

Se reprezintă grafic cele două ecuații și punctul lor de intersecție (M) este soluția problemei (fig. 1.3):

$$d_1 \cap d_2 = M(12;\ 2\,400).$$

1.3. Doi motocicliști pleacă în același moment, unul din București spre Sinaia, altul de la Sinaia spre București. Ei se întîlnesc prima dată la 45 km de Sinaia, apoi, continuîndu-și drumul, ajung la Sinaia, respectiv la București și se întorc fără oprire, întîlnindu-se a doua oară la 15 km de București. Știind că a doua întîlnire a avut loc la 3 ore după prima, se cere să se calculeze vitezele cu care au mers cei doi motocicliști și distanța București — Sinaia (se consideră drumul rectiliniu și mișcarea uniformă).

Rezolvare. Să notăm cu s distanța de la București la Sinaia. Fie v_B viteza motociclistului care pleacă din București și v_S viteza motociclistului care pleacă din Sinaia. Mișcarea motocicliștilor fiind uniform rectilinie, putem scrie ecuațiile de mișcare

$$\left.\begin{aligned} s - 45 &= v_B t \\ 45 &= v_S t \\ 45 + s - 15 &= 3v_B \\ s - 45 + 15 &= 3v_S \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

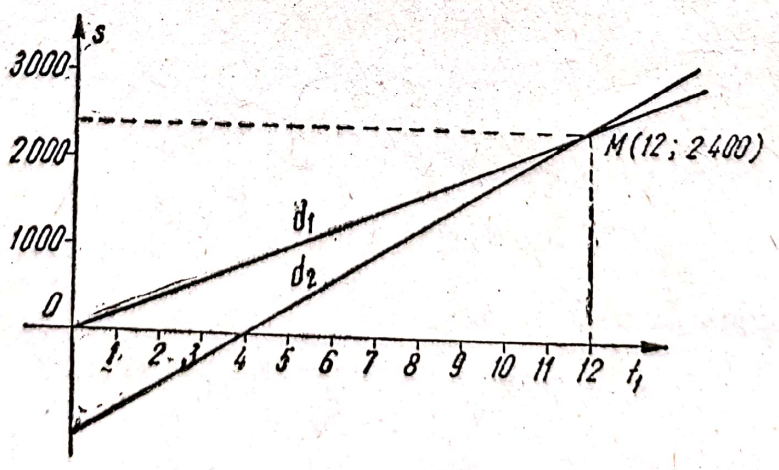


Fig. 1.3

Scanned with OKEN Scanner

S-a obținut un sistem de patru ecuații cu patru necunoscute: s, t, v_B, v_S. Adunînd primele două ecuații, se obține

$$s = (v_B + v_S)t. \qquad (2)$$

Adunînd ultimele două ecuații din (1) se obține:

$$2s = 3(v_B + v_S). \qquad (3)$$

Împărțind (2) la (3), avem

$$t = \frac{3}{2} \text{ ore} = 1 \text{ h } 30 \text{ min}.$$

Se obține apoi

$$v_S = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v_B = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad s = 120 \text{ km}.$$

1.4. Un turism și un autocamion pornesc din același loc și vor să ajungă la aceeași oră în localitatea A. Turismul merge cu viteza medie de 80 km/h iar autocamionul cu 48 km/h. Distanța pe care o parcurg este de 80 mm, pe harta reprezentată la scara 1:500 000. Să se calculeze cu cît timp va trebui să plece înainte autocamionul.

R: 20 min

1.5. Doi curieri pleacă din același loc la interval de o oră, pe un drum rectiliniu, cu vitezele respective de 6 km/h și 7 km/h. După cît timp și la ce distanță de la punctul de plecare se vor întîlni?

Rezolvarea se va face analitic și grafic.

R: $t_2 = 6$ h, $s = 42$ km; Fig. 1.4.

1.6. Să se scrie ecuațiile de mișcare ale mobilelor A, B și C, cunoscînd că:

a) mobilul A pleacă din origine cu o viteză de 5 m/s în sensul pozitiv al axei Ox;

b) mobilul B pleacă în același timp cu A de la o distanță de 100 m de origine, cu o viteză de 15 m/s în sensul negativ al axei Ox;

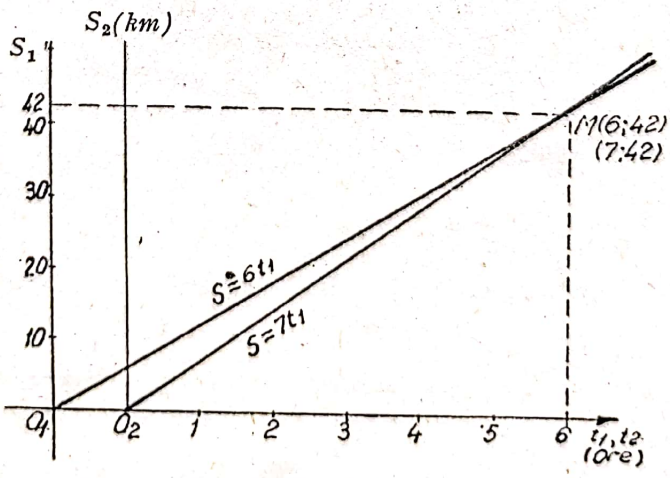


Fig. 1.4

c) mobilul C pleacă din origine în sensul pozitiv al axei Ox cu o viteză de 10 m/s după 3 s de la plecarea mobilului A.

Se cere să se determine cînd și unde se întîlnesc aceste mobile. Să se rezolve și grafic.

R: $(A)x = 5t$; $(B)x = 100 - 15t$;
$(C)x = 10t - 30$;
A se întîlnește cu B după 5 s și $x = 25$ m
A se întîlnește cu C după 6 s și $x = 30$ m
B se întîlnește cu C după 5,2 s și $x = 22$ m.

1.7. Un vehicul pornește din punctul de intersecție a două șosele perpendiculare, cu viteza $v_1 = 2$ m/s; un al doilea vehicul pornește din același loc însă pe cealaltă șosea, după 5 s, cu viteza $v_2 = 5$ m/s. Se cere să se afle distanța dintre cele două vehicule după 6 s de la pornirea primului.

R: 13 m

1.8. Se consideră două drumuri perpendiculare între ele, punctul de intersecție fiind O. Pe fiecare din drumuri merge cîte un biciclist, avînd sensul către O, cu vitezele $v_1 = 15$ km/h, respectiv $v_2 = 20$ km/h. Știind că pînă în punctul O primul biciclist a parcurs 1 500 m, se cere să se afle ce distanță a parcurs cel de al doilea biciclist pînă în același punct O, dacă pornesc în același moment și ajung la intersecția drumurilor după același interval de timp.

R: 2000 m

1.9. Pe o dreaptă xy se mișcă uniform două mobile: unul pornește din punctul O cu viteza $v_1 = 4$ m/s, altul pornește din punctul A cu viteza $v_2 = 1{,}5$ m/s și au același sens. Distanța $OA = 625$ m. Știind că cel de al doilea mobil pornește cu un minut mai tîrziu ca primul, se cere să se determine după cît timp primul mobil ajunge pe al doilea și ce distanță a parcurs fiecare.

R: 214 s; $s_1 = 856$ m; $s_2 = 231$ m

1.10. Două mobile pornesc dintr-un punct O, avînd aceeași direcție dar sensuri contrarii. Unul are viteza $v_1 = 8$ m/s, al doilea are viteza $v_2 = 5$ m/s. Din punctul O mai pornește în același timp un al treilea mobil pe aceeași direcție și avînd sensul primului mobil. Să se determine viteza celui de al treilea mobil așa încît să se găsească în orice moment la jumătatea distanței dintre primele două mobile.

R: $v_3 = \frac{1}{2}(v_1 - v_2) = 1{,}5$ m/s.

1.11. Ce reprezintă coeficienții din ecuațiile mișcărilor uniforme

$$a)\ s = 3t + 2;\quad b)\ s = -2t - 1$$

dacă spațiul se măsoară în centimetri, iar timpul în ore?

R: *a)* 3 este viteza (cm/h);
2 este spațiu (cm).
b) — 2 este viteza (cm/h); — 1 este spațiu (cm).

Scanned with OKEN Scanner

Mișcarea rectilinie uniform variată

1.12. Două corpuri se mișcă pornind din același punct la 2 s unul după altul și străbat același drum. Primul are viteza inițială $v_{01} = 4$ m/s și accelerația $a_1 = 2$ m/s², iar cel de al doilea are viteza inițială $v_{02} = 3$ m/s și accelerația $a_2 = 3$ m/s². Se cere:

a) după cît timp se vor întîlni corpurile; *b)* care este viteza medie a corpurilor în acest interval de timp; *c)* care este spațiul străbătut de corpuri.

Rezolvare. *a)* Ecuațiile spațiului mișcării uniform accelerate cu viteză inițială, a celor două mobile, sînt

$$\begin{aligned} s &= v_{01}t_1 + \frac{1}{2}a_1t_1^2 \\ s &= v_{02}t_2 + \frac{1}{2}a_2t_2^2 \\ t_1 &= t_2 + 2 \end{aligned} \qquad (1)$$

Înlocuind valorile cunoscute, eliminînd pe s și t_1, se obține

$$4(t_2 + 2) + \frac{1}{2} \cdot 2(t_2 + 2)^2 = 3t_2 + \frac{1}{2} \cdot 3\ t_2^2 \qquad (2)$$

sau efectuînd, se obține ecuația de gradul doi în t_2

$$t_2^2 - 10\ t_2 - 24 = 0.$$

Rezolvînd această ecuație, se obțin rădăcinile $t_2 = 5 \pm 7$.

Deoarece trebuie ca $t_2 \in R_+$, rădăcina care corespunde problemei este $t_2 = 12$ s.

b) Din ecuația a treia din (1) rezultă apoi

$$t_1 = 14 \text{ s} \qquad (3)$$

și deci:

$$v_1 = v_{01} + a_1t_1 = 4 + 2 \cdot 14 = 32\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = v_{02} + a_2t_2 = 3 + 3 \cdot 12 = 39\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{1m} = \frac{v_{01} + v_1}{2} = \frac{4 + 32}{2} = 18\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{2m} = \frac{v_{02} + v_2}{2} = \frac{3 + 39}{2} = 21\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) Spațiul parcurs de fiecare corp este

$$s = v_{01}t_1 + \frac{1}{2}a_1t_1^2 = 4 \cdot 14 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 14^2 = 252 \text{ m}.$$

Scanned with OKEN Scanner

1.13. În interval de 8 s, viteza unui corp care se mişcă uniform variat creşte de la 3,2 m/s la 5,2 m/s. Care este acceleraţia mişcării şi care este drumul parcurs în cele 8s?

R: 0,25 m/s²; 33,6 m

1.14. Din acelaşi punct O, pornesc în acelaşi moment două mobile cu mişcări uniform accelerate; primul cu traiectoria rectilinie OA, cu acceleraţia $a_1 = 0{,}6$ m/s², iar al doilea cu traiectoria rectilinie OB, perpendiculară pe prima, cu acceleraţia $a_2 = 0{,}4$ m/s².

Care va fi distanţa dintre cele două mobile după 30 s de la plecare?

R: $90\sqrt{13}$ m ≈ 324 m

1.15. Din două puncte A şi B de pe o şosea, situate la 18 m unul de celălalt, încep concomitent să se mişte două mobile în acelaşi sens, cel din A fiind în urma celui din B. Mobilul, care pleacă din A are viteza iniţială $v_{01} = 2$ m/s şi acceleraţia $a_1 = 3$ m/s², iar cel care pleacă din B are viteza iniţială $v_{02} = 5$ m/s şi acceleraţia $a_2 = 1$ m/s². După cît timp mobilul care porneşte din A îl ajunge pe cel care porneşte din B şi ce spaţiu parcurge el?

R: 6 s; $s_1 = 66$ m; $s_2 = 48$ m.

1.16. Doi motociclişti se mişcă pornind din acelaşi punct la 4 s unul după altul şi străbat acelaşi drum. Primul are viteza iniţială $v_{01} = 18$ km/h şi acceleraţia $a_1 = 50$ cm/s² iar celălalt are viteza iniţială $v_{02} = 7{,}2$ km/h şi acceleraţia $a_2 = 1$ m/s². După cît timp cei doi motociclişti se vor întîlni? Care este viteza medie a celor doi motociclişti şi care este spaţiul străbătut de ei în acest timp?

R: $t_1 = 28$ s; $t_2 = 24$ s; $v_{1_{med}} = 12$ m/s;
$v_{2_{med}} = 14$ m/s; $s = 336$ m

1.17. La decolare, un avion are o mişcare uniform accelerată. La un moment dat, el are o viteză de 3 m/s şi parcurge în 2 min (începînd din acest moment) 3 600 m. Să se calculeze acceleraţia avionului în acest interval de timp şi viteza sa la sfîrşitul celor 2 min.

R: 0,450 m/s²; 57 m/s = 205,2 km/h.

1.18. Ecuaţia mişcării unui mobil este dată de ecuaţia:

$$s = 1 + 2t - t^2. \tag{1}$$

a) Să se interpreteze mişcarea; *b)* să se scrie ecuaţia vitezei; *c)* să se construiască graficul vitezei şi graficul spaţiului mişcării.

Rezolvare. a) Ecuaţia generală a spaţiului mişcării uniform variate este:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2. \tag{2}$$

Scanned with OKEN Scanner

Identificînd coeficienţii ecuaţiilor (1) şi (2), se obţine
$s_0 = 1$ unitate de lungime,
$v_0 = 2$ unităţi de viteză,
$a = -2$ unităţi de acceleraţie.
Acceleraţia fiind negativă, mişcarea mobilului este uniform încetinită.
b) Ecuaţia generală a vitezei în mişcarea uniform variată este

$$v = v_0 + at.$$

Cu valorile găsite mai sus, ecuaţia vitezei mobilului se scrie

$$v = 2 - 2t. \tag{3}$$

c) Graficul vitezei este segmentul de dreaptă AB din fig. 1.5, definit de mulţimea

$$\{v \geqslant 0,\ t \geqslant 0 \mid v = 2 - 2t\} = AB. \tag{4}$$

Reprezentarea grafică a ecuaţiei (1) este o parabolă. Pentru a o putea trasa, avem nevoie de ecuaţia tangentei în vîrful parabolei, de ecuaţia axei sale şi de punctele unde parabola taie axele de coordonate. Vom scrie ecuaţia (1) astfel:

$$t^2 - 2t = 1 - s \Rightarrow (t-1)^2 = 2 - s.$$

Extrăgînd rădăcina pătrată din ambii membri se obţine

$$t - 1 = \pm\sqrt{2 - s} \Rightarrow t = 1 \pm \sqrt{2 - s}. \tag{5}$$

Din (5) rezultă că domeniul de definiţie al lui t este dat de inecuaţia

$$2 - s \geqslant 0 \Rightarrow s \leqslant 2 \tag{6}$$

de unde rezultă că graficul nu va avea puncte deasupra dreptei

$$s = 2. \tag{7}$$

Ecuaţia (7) reprezintă ecuaţia tangentei în vîrful parabolei, iar din (5) rezultă ecuaţia axei parabolei

$$t = 1. \tag{8}$$

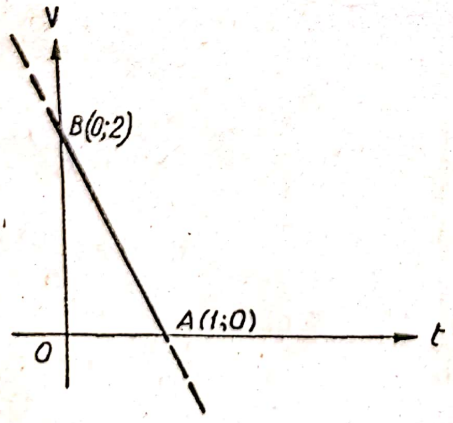


Fig. 1.5

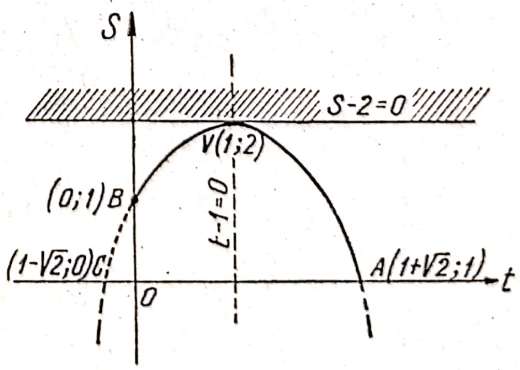


Fig. 1.6

Punctele unde parabola intersectează axa absciselor sînt date de mulţimea

$$\{t \in R \mid t^2 - 2t - 1 = 0\} = \{t_1 = 1 + \sqrt{2},\ t_2 = 1 - \sqrt{2}\}. \qquad (9)$$

Pentru obţinerea punctului unde curba intersectează axa ordonatelor, se face în ecuaţia (1) $t = 0$ şi se găseşte $s = 1$. Reprezentarea grafică este dată în figura 1.6 şi este formată din arcul de curbă AVB:

$$\{t \geqslant 0,\ s \geqslant 0 \mid s = 1 + 2t - t^2\} = AVB.$$

1.19. Se consideră mişcarea definită de ecuaţia

$$s = 2t^2 + 4t - 1$$

Se cere: *a)* să se reprezinte pe aceeaşi diagramă variaţia spaţiului şi a vitezei; *b)* să se deducă, din diagrama vitezei, spaţiul parcurs între momentele $t = 0{,}5$ şi $t = 1$ şi să se verifice rezultatul cu ajutorul diagramei spaţiului.

Rezolvare. Ecuaţia vitezei este

$$v = -4t + 4,$$

a cărei reprezentare grafică se vede în figura 1.7.

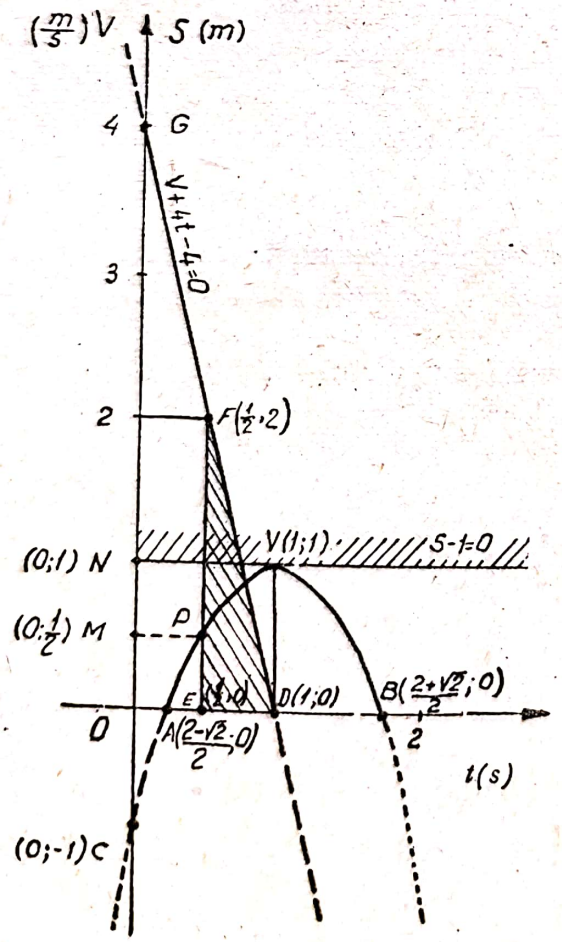


Fig. 1.7

Ecuaţia spaţiului se poate scrie

$$2t^2 - 4t = -1 - s$$

sau

$$t^2 - 2t = -\frac{1+s}{2},$$

$$(t-1)^2 = \frac{1-s}{2}$$

de unde

$$t - 1 = \pm\sqrt{\frac{1-s}{2}}$$

Din această ecuaţie se observă că t este definit pentru $1 - s \geqslant 0$. Rezultă că parabola va fi situată dedesubtul dreptei $s = 1$. Ecuaţia axei parabolei este $t - 1 = 0$. Vîrful parabolei este deci $V(1; 1)$. Parabola taie axa timpului în punc-

Scanned with OKEN Scanner

tele ale căror abscise sînt date de rădăcinile ecuației:

$$2t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$t = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}.$$

Graficul spațiului se poate vedea în figura 1.7 Spațiul parcurs între momentele $t_1 = 0{,}5$ și $t_2 = 1$, dedus din diagrama vitezei, este egal numeric cu aria triunghiului EDF,

$$s = \frac{\overline{ED} \cdot \overline{EF}}{2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2}{2} = \frac{1}{2} \text{ unități de lungime.}$$

Acest rezultat se verifică cu diagrama spațiului

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 1 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \text{ unități de lungime.}$$

1.20. Un mobil M parcurge o dreaptă cu o mișcare uniform variată. El trece prin punctul A al dreptei cu viteza de 15 m/s, iar prin punctul B, depărtat cu 10 m de primul, cu viteza de 10 m/s, dar avînd sens contrar primei viteze. Să se calculeze; *a)* accelerația mișcării; *b)* timpul necesar ca mobilul să ajungă din A în B; *c)* viteza medie a mobilului între A și B; *d)* să se construiască curba reprezentativă a mișcării.

Rezolvare. *a)* se ia ca origine a mișcării punctul A pe unde trece mobilul la timpul $t = 0$ și se înseamnă prin s distanța AM, sensul pozitiv fiind AB (fig. 1.8). Cum viteza mobilului în punctul A este de 15 m/s, notînd cu a accelerația mișcării, ecuația spațiului este

$$s = 15t + \frac{1}{2} at^2 \tag{1}$$

iar ecuația vitezei

$$v = 15 + at. \tag{2}$$

Fie θ momentul cînd mobilul trece prin B cu viteza de -10 m/s. Putem scrie

$$-10 = 15 + a\theta$$

de unde

$$a\theta = -25. \tag{3}$$

În punctul B, ecuația spațiului (ținînd seama că $AB = 10$ m) devine

$$10 = 15\,\theta + \frac{1}{2} a\theta^2$$

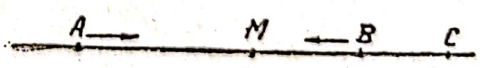


Fig. 1.8

Scanned with OKEN Scanner

sau cu (3)

$$10 = 15\ 0 - \frac{1}{2} 25\ 0,$$

de unde

$$0 = 4s \tag{4}$$

și deci

$$a = \frac{-25}{0} = -\frac{25}{4} = -6{,}25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \tag{5}$$

b) Cum la momentul 0 viteza este negativă în B, înseamnă că mobilul trece a doua oară prin B, revenind către A.

Făcînd în (1) $s = 10$ și $a = -\frac{25}{4}$, se obține ecuația de gradul al doilea în t

$$5t^2 - 24t + 16 = 0 \tag{6}$$

pe care rezolvînd-o se obține

$$t_1 = 4s, \qquad t_2 = \frac{4}{5} = 0{,}8 \text{ s}. \tag{7}$$

Rădăcina $t_1 = 4$ s este deja cunoscută din (4). Deci după 0,8 s, mobilul trece pentru prima oară prin B, iar după 4 s, mobilul trece a doua oară prin B.

c) Viteza medie a mobilului între A și B este

$$v_m = \frac{s_{AB}}{t_2} = \frac{10}{0{,}8} = 12{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \tag{8}$$

Dacă vrem să calculăm media valorii absolute a vitezei mobilului între trecerea prin A la momentul $t = 0$ și reîntoarcerea în B la $t = 4$ s, trebuie să calculăm distanța maximă C (pînă unde ajunge mobilul) față de A. Cum în C, viteza mobilului este nulă, putem scrie ținînd seama de (5)

$$0 = 15 - \frac{25}{4} t,$$

de unde

$$t = \frac{12}{5} = 2{,}4 \text{ s} \tag{9}$$

și deci

$$AC = 15 \cdot \frac{12}{5} - \frac{25}{8} \left(\frac{12}{5}\right)^2 = 18 \text{ m}. \tag{10}$$

Distanța parcursă în 4 s este deci

$$AC + CB = 18 + (18 - 10) = 26 \text{ m}. \tag{11}$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru acest spațiu parcurs, viteza medie este

$$v'_m = \frac{AC + CB}{t_1} = \frac{26}{4} = 6{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}. \tag{12}$$

d) Curba reprezentativă a mișcării

$$s = 15t - \frac{25}{8}t^2 \tag{13}$$

se obține ținând această ecuație sub forma

$$25t^2 - 120t = -8\ s$$

sau

$$t^2 - \frac{24}{5}t = -\frac{8}{25}s$$

sau

$$\left(t - \frac{12}{5}\right)^2 = \frac{144}{25} - \frac{8}{25}s.$$

Extrăgînd rădăcina pătrată

$$t - \frac{12}{5} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{5}\sqrt{18 - s} \tag{14}$$

Din (14) rezultă că mulțimea de definiție a lui t este $(-\infty, 18]$ și deci nu avem puncte ale curbei deasupra dreptei $s - 18 = 0$. Ecuația axei parabolei este

$$t - \frac{12}{5} = 0 \Rightarrow 5t - 12 = 0. \tag{15}$$

Reprezentarea grafică a ecuației (13) se poate vedea în figura 1.9, $V\left(\frac{12}{5};\ 18\right)$ fiind vîrful parabolei.

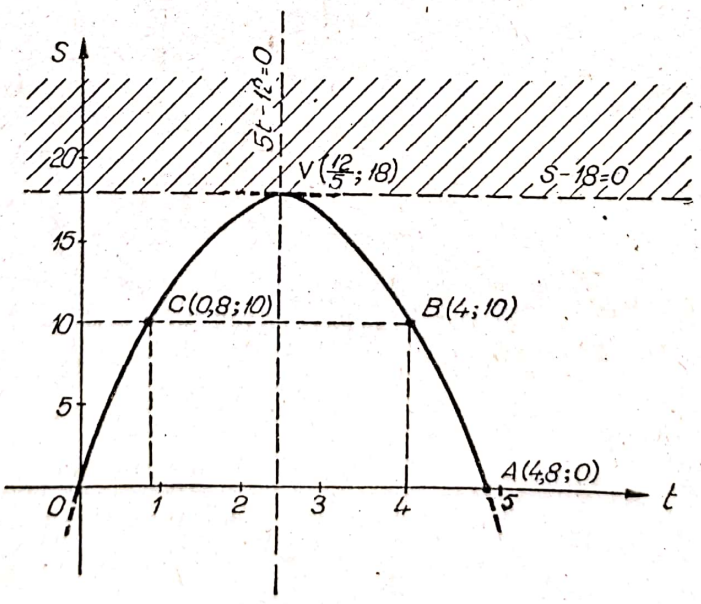


Fig. 1.9

1.21. Să se scrie ecuația mișcării uniform încetinite a unui tren, știind că în momentul începerii frînării viteza trenului este 54 km/h, iar accelerația de frînare este 2 m/s². Să se reprezinte grafic această mișcare.

R e z o l v a r e. Considerăm originea axei Os în punctul în care începe frînarea și sensul pozitiv al axei în sensul mișcării; ecuația mișcării trenului este de forma

$$s = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t.$$

În cazul de față, $a = -2$ m/s², $v_0 = 54$ km/h $= 15$ m/s. Am considerat sensul accelerației negativ, deoarece este o accelerație de frînare. Ecuația mișcării este

$$s = -t^2 + 15t. \tag{1}$$

Ecuația vitezei este

$$v = -2t + 15. \tag{2}$$

Viteza se anulează pentru $t = 7{,}5$ s. Pentru $0 < t < 7{,}5$, $v > 0$. Cum $a < 0$, rezultă că mișcarea este uniform încetinită. Pentru $t > 7{,}5$ s, cum $v < 0$ și $a < 0$, ar urma ca mișcarea să fie uniform accelerată. Dar aceasta nu se întîmplă, căci ar însemna ca trenul să pornească înapoi cu viteza din ce în ce mai mare în valoare absolută, ceea ce nu corespunde realității. Diagrama mișcării este dată în figura 1.10, adică un arc de parabolă OA finit. Mobilul se deplasează pe axa Os de la O la C, unde se oprește.

1.22. Se consideră mișcările definite de ecuațiile

$$a)\ s = t^2 + 3t; \qquad b)\ s = 2t^2 + t$$

Se cere:

a) să se reprezinte pe aceeași diagramă variația spațiului și a vitezei;

b) să se deducă, din diagrama vitezei, spațiul parcurs între momentele $t = 0$ și $t = 1$ și să se verifice rezultatul cu ajutorul diagramei spațiului.

R: Fig. 1.11; Fig. 1.12.

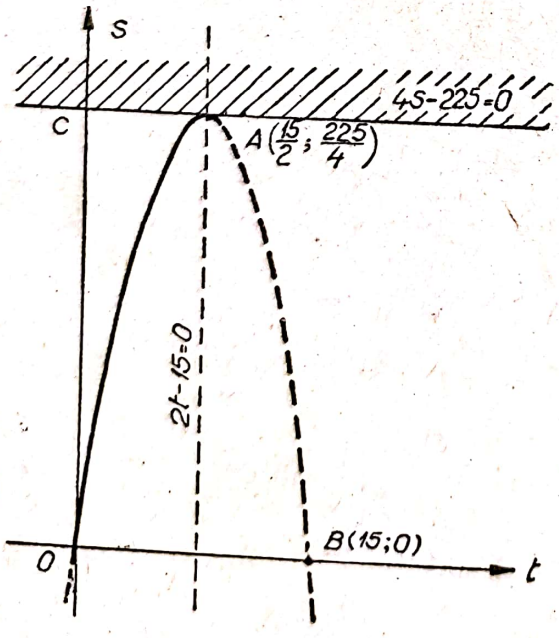


Fig. 1.10

1.23. Să se reprezinte grafic mișcările unor mobile definite prin ecuațiile.

a) $s = 3t^2$;
b) $s = 2t^2 + t$;
c) $s = 2t^2 - 2$;
d) $s = t^2 + 2t - 2$;
e) $s = -3t^2 + t$;
f) $s = \frac{1}{3} t^2 - 2t + 1$.

Scanned with OKEN Scanner

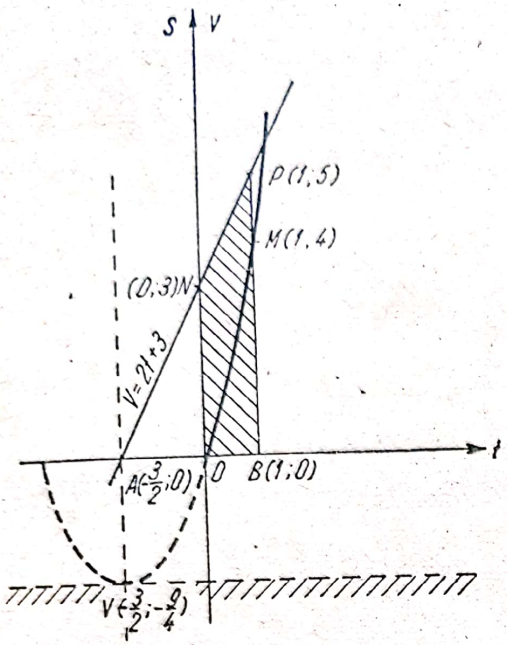


Fig. 1.11.

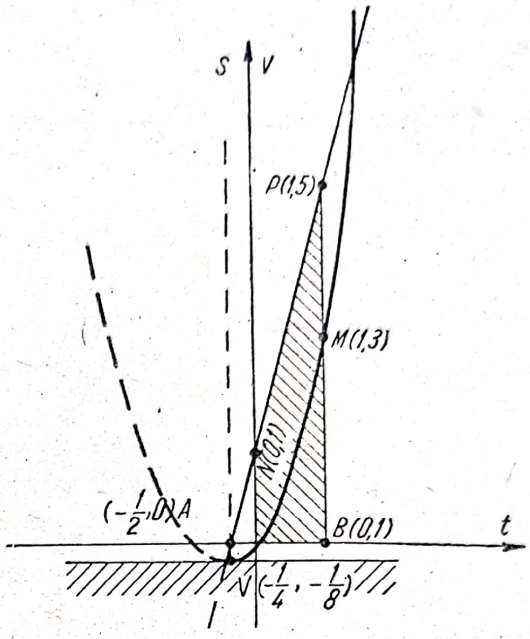


Fig. 1.12.

În fiecare din aceste cazuri să se afle accelerația, viteza inițială și spațiul inițial.

R: Diagramele acestor mișcări uniform variate sînt parabole; în cazul *e)* mișcarea este uniform încetinită, iar în celelalte cazuri mișcarea este uniform accelerată.

1.24. Se consideră mișcările unor mobile definite de ecuațiile

a) $s = t^2 - 1$;
b) $s = 2t^2 + 3t$;
c) $s = -2t^2 + 3t$;
d) $s = t^2 + t + 1$.

Se cere:

a) să se reprezinte pentru fiecare caz în parte, pe aceeași diagramă, variația spațiului și a vitezei;

b) să se deducă, din diagrama vitezei, spațiul parcurs între momentele $t = 0$, și $t = 2$, pentru fiecare caz în parte și să se verifice rezultatul cu ajutorul diagramei spațiului.

R: *a)* Diagrama spațiului este o parabolă, iar a vitezei este o dreaptă;

b) Aria mărginită de diagrama vitezei, axa timpului, axa vitezei și dreapta $t = 2$, reprezintă spațiul parcurs între $t = 0$ și $t = 2$.

1.25. Două mobile care la momentul inițial se găseau la distanța de 100 m unul de altul se deplasează pe aceeași traiectorie rectilinie în sensuri contrarii, primul cu viteza constantă $v_1 = 2$ m/s, iar al doilea cu viteza inițială $v_{02} = 5$ m/s și accelerația constantă $a_2 = 3$ m/s². Să se determine locul și momentul întîlnirii celor două mobile.

R. $s_1 = 12{,}32$ m; $s_2 = 87{,}68$ m; $t = 6{,}16$ s.

Scanned with OKEN Scanner

1.26. La ce distanță de primul macaz al unei stații trebuie să așezăm semnalul de oprire a trenurilor de pe o linie ferată unde trenurile circulă cu o viteză de 108 km/h, în ipoteza că frînarea trenurilor se face în momentul trecerii prin dreptul semnalului de oprire, că accelerația de frînare este de 1 m/s² și că trenul trebuie să fie oprit la 50 m înaintea macazului?

R. $s = 50 + \frac{v_0^2}{2a} = 500$ m.

Căderea liberă a corpurilor în vid

1.27. Un corp greu cade de la înălțimea de 270 m. *a)* Să se împartă această înălțime în trei părți care să fie parcurse de corp în timpuri egale. *b)* Să se generalizeze.

Rezolvare. *a)* Fie h_1, h_2, h_3 înălțimile parcurse de mobil în același timp t (fig. 1.13).

Se poate scrie

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= \frac{gt^2}{2} \\ h_2 &= \frac{1}{2}g(2t)^2 - \frac{1}{2}gt^2 = 3 \cdot \frac{gt^2}{2}; \\ h_3 &= \frac{1}{2}g(3t)^2 - \frac{1}{2}g(2t)^2 = 5\frac{gt^2}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Aceste relații se mai pot scrie

$$\frac{h_1}{1} = \frac{gt^2}{2}; \quad \frac{h_2}{3} = \frac{gt^2}{2}; \quad \frac{h_3}{5} = \frac{gt^2}{2}$$

de unde

$$\frac{h_1}{1} = \frac{h_2}{3} = \frac{h_3}{5}. \qquad (2)$$

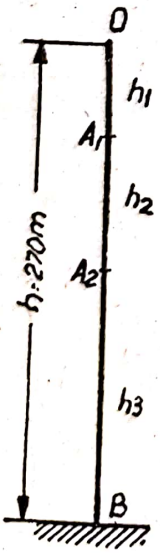


Fig. 1.13

Rezultă că spațiul h trebuie împărțit în părți direct proporționale cu numerele 1, 3, 5. Pentru aceasta, folosind o proprietate a șirului de rapoarte egale se obține:

$$\frac{h_1}{1} = \frac{h_2}{3} = \frac{h_3}{5} = \frac{h_1 + h_2 + h_3}{1 + 3 + 5} = \frac{h}{9} = \frac{270}{9} = 30 \text{ m}. \qquad (3)$$

De unde rezultă

$$h_1 = 30 \text{ m}, \; h_2 = 90 \text{ m}, \; h_3 = 150 \text{ m}.$$

b) Generalizare. Să presupunem că un corp cade de la înălțimea h și vrem să împărțim această înălțime în n

Scanned with OKEN Scanner

părți egale să fie parcurse în același timp t. Pentru aceasta, vom scrie ca mai sus

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= \frac{gt^2}{2}\,; \\ h_2 &= 3\,\frac{gt^2}{2} = (2\cdot 2-1)\,\frac{gt^2}{2}\,; \\ h_3 &= 5\,\frac{gt^2}{2} = (2\cdot 3-1)\,\frac{gt^2}{2}\,; \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ h_n &= (2\cdot n-1)\,\frac{gt^2}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Observînd că

$$h_1 + h_2 + \ldots + h_n = h \qquad (5)$$

$$1 + 3 + 5 + \ldots + [(2n-1)-1] + (2n-1) = \frac{[1+(2n-1)]n}{2} = n^2 \qquad (6)$$

și folosind proprietatea șirului de rapoarte egale

$$\frac{h_1}{1} = \frac{h_2}{3} = \frac{h_3}{5} = \ldots = \frac{h_n - 1}{2(n-1)-1} = \frac{h_n}{2n-1} = \frac{h}{n^2}\,, \qquad (7)$$

rezultă

$$h_1 = \frac{h}{n^2}\,,\ h_2 = \frac{3h}{n^2}\,,\ h_3 = \frac{5h}{n^2}\,,\ \ldots,\ h_n = \frac{(2n-1)h}{n^2}\,.$$

1.28. Să se afle timpul în care cade un corp de la 1 100 m înălțime, căderea făcîndu-se astfel: pe primii 314 m, corpul cade după legea generală a căderii corpurilor cu accelerația gravitației de 9,81 m/s², iar pe rest (pînă cînd atinge Pămîntul), corpul cade cu viteză constantă, avînd viteza pe care o dobîndise la capătul primilor 314 m.

Corpul nu are viteză inițială și nu se ține seama de rezistența aerului. (Examen de admitere în Școala Politehnică, București 1947).

R. $\approx$ 18 s.

1.29. De la înălțimea de 225 m deasupra Pămîntului cad, una după alta, două picături de apă. Prima a parcurs un spațiu de 16 m, cînd începe să cadă a doua picătură. Cît de mare este distanța dintre picături cînd prima a ajuns la Pămînt? Se va neglija rezistența aerului.

R. 104 m.

1.30. Un corp cade fără viteză inițială de la o înălțime h și parcurge jumătate din această înălțime în ultima secundă de cădere. Să se calculeze înălțimea h și durata totală a căderii. Accelerația gravitației g = = 9,8 m/s².

R. $h = 56{,}977$ m; $t = (2+\sqrt{2})s = 3{,}41$ s.

Scanned with OKEN Scanner

Mişcarea relativă

1.31. Un pod rulant ridică o piesă. Viteza de translaţie a podului este 75 m/min, iar viteza de ridicare a piesei este 10 m/min.

Presupunînd că deplasarea podului se face în acelaşi timp cu ridicarea piesei, să se calculeze:

a) viteza absolută a piesei;

b) spaţiul parcurs, de piesa transportată, în 12 s.

Rezolvare. Să exprimăm vitezele în $\frac{m}{s}$:

$$75\frac{m}{min} = \frac{75\ m}{60\ s} = 1{,}25\frac{m}{s};$$

$$10\frac{m}{min} = \frac{10\ m}{60\ s} = \frac{1\ m}{6\ s}.$$

Vom considera viteza de translaţie a podului ca viteză de transport (v_t), iar viteza de ridicare a piesei, faţă de pod, ca viteză relativă (v_r).

a) Compunînd vectorial viteza de transport cu viteza relativă (fig.1.14) se obţine viteza absolută, a cărei mărime este:

$$v_a = \sqrt{v_t^2 + v_r^2} = \sqrt{1{,}25^2 + \frac{1}{6^2}} = 1{,}226\frac{m}{s}.$$

b) Spaţiul parcurs de piesă în 12 s este:

$$s = v_a \cdot t = 1{,}266 \times 12 = 15{,}192\ m.$$

1.32. O barcă traversează un rîu. Curentul apei are viteza 96 m/s, pe toată lăţimea rîului. Barca este aşezată perpendicular pe curent şi are viteza relativă faţă de apă 1,2 m/s. Să se determine:

a) viteza absolută a bărcii faţă de mal;

b) în ce punct va atinge barca malul opus şi după cît timp de la plecare, dacă rîul are o lăţime de 40 m.

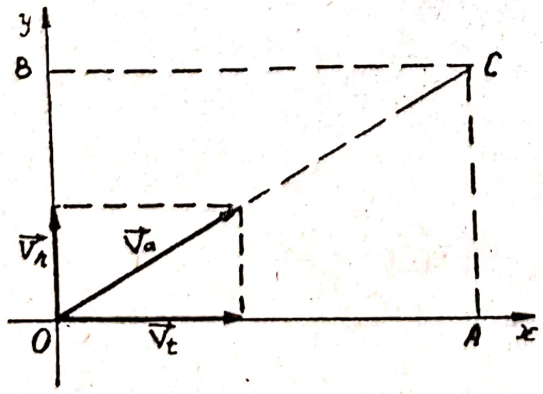


Fig. 1.14

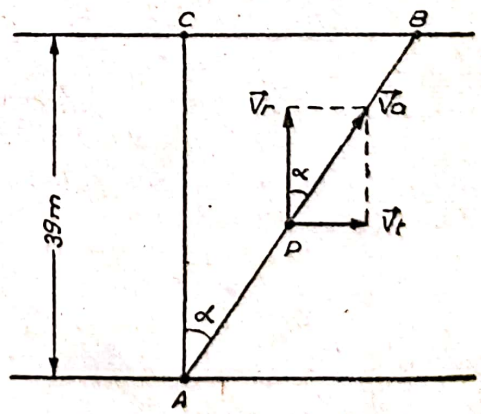


Fig. 1.15

Rezolvare. a) Viteza relativă v_r este viteza bărcii față de apă (fig. 1.15).

Viteza absolută v_a este viteza bărcii față de mal.

Pentru a găsi viteza de transport v_t, vom presupune că viteza relativă nu mai intervine (nu se mai vîslește). În acest caz, barca este antrenată de curent într-o direcție paralelă cu malurile. Viteza de transport este deci viteza curentului de apă

$$v_t = 0{,}6 \text{ m/s}.$$

Compunînd viteza relativă cu viteza de transport, se obține viteza absolută

$$v_a = \sqrt{v_r^2 + v_t^2} = \sqrt{1{,}2^2 + 0{,}6^2} \approx 1{,}34 \text{ m/s}.$$

b) Unghiul α făcut de direcția vitezei absolute cu direcția perpendiculară pe direcția mișcării apei se determină din relația

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_t}{v_r} = \frac{0{,}6}{1{,}2} = \frac{1}{2}.$$

Barca va atinge malul opus într-un punct B situat față de C la distanța

$$CB = AC \cdot \operatorname{tg} \alpha = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ m}.$$

Timpul după care barca ajunge în B rezultă din relația

$$AB = v_a t,$$

de unde

$$t = \frac{AB}{v_a} = \frac{AC}{v_a \cos \alpha} = \frac{40}{1{,}34 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}} \approx 33{,}4 \text{ s}.$$

1.33. Un rîu are lățimea de 48 m. Curentul apei are viteza de 0,4 m/s. Un barcagiu vrea să traverseze rîul perpendicular pe direcția lui în 40 s. Să se determine *a)* sub ce unghi trebuie să fie așezată barca față de direcția curgerii apei; *b)* viteza relativă a bărcii față de apă.

R. $\approx 70°31'$; $\approx 1{,}26$ m/s.

1.34. În fața lizierei unei păduri și paralel cu ea, fuge un iepure cu viteza $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. În momentul cînd iepurele se găsește pe perpendiculara de la vînător pe lizieră, vînătorul trage în iepure. Sub ce unghi α, față de această perpendiculară, trebuie îndreptată arma, dacă viteza glonțului este 500 m/s?

R. $\sin \alpha = 0{,}02$; $\alpha \approx 1°10'$.

Scanned with OKEN Scanner

1.35. Picăturile de ploaie ajung pe Pămînt cu o viteză verticală de 2 m/s. Un om merge pe stradă cu viteza 1 m/s. Sub ce unghi θ și cu ce viteză îl lovesc picăturile de ploaie?

R. $\theta \approx 26°30'$; $v = 2{,}24$ m/s.

1.36. Un aerostat coboară uniform cu viteza de 4 m/s. Din el se aruncă, vertical în sus o piatră cu viteza inițială de 23,6 m/s în raport cu aerostatul. La ce distanță de aerostat se găsește piatra cînd aceasta a ajuns la înălțimea maximă?

R. 27,6 m.

1.37. Un avion zboară pe timp de vînt cu viteză 360 km/h. El se îndreaptă spre vest cînd vîntul suflă de la nord cu viteza 72 km/h. În cît timp avionul va parcurge distanța de 539 km și care trebuie să fie direcția axei lui longitudinale pentru ca el să se îndrepte exact spre vest?

R. 5500 s = 1 h 31 min 40 s; $\alpha \approx 11°30'$.

Aruncarea unui corp pe verticală de jos în sus

1.38. Un corp este aruncat de jos în sus cu viteza 80 m/s. După 10 s se aruncă după el un alt corp. Să se calculeze viteza inițială a celui de al doilea corp, astfel ca cele două corpuri să se întîlnească atunci cînd cel de al doilea este la înălțimea maximă. Se va considera $g = 10$ m/s².

Rezolvare. *Soluția I.* Vom alege ca origine a axelor punctul de aruncare a primului corp, iar ca origine a timpului, momentul aruncării primului corp (fig. 1.16).

Ecuația mișcării primului corp este

$$h_1 = v_{01} t_1 - \frac{1}{2} g t^2. \qquad (1)$$

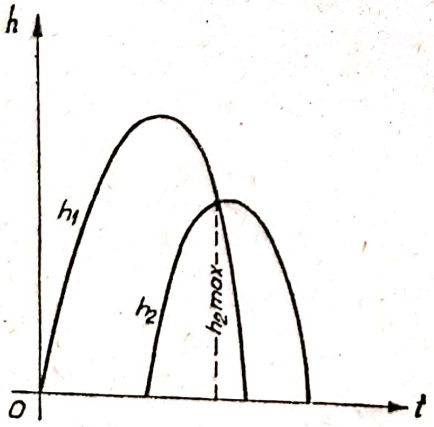


Fig. 1.16

Ecuația mișcării celui de al doilea corp este

$$h_2 = v_{02} t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2. \qquad (2)$$

Relația dintre t_1 și t_2 este

$$t_1 = t_2 + 10. \qquad (3)$$

Ecuația vitezei celui de al doilea corp este

$$v = v_{02} - g t_2. \qquad (4)$$

Condiția impusă de problemă este ca cele două corpuri să se întîlnească atunci

Scanned with OKEN Scanner

cînd cel de al doilea corp este la înălțimea maximă. Aceasta înseamnă că (4) devine

$$0 = v_{02} - gt_2. \tag{5}$$

Pe de altă parte, în momentul întîlnirii $h_1 = h_2$, adică

$$v_{01}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 = v_{02}t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2. \tag{6}$$

Ținînd seama de (3) și (5), se obține din (6)

$$v_{01}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{g}{2}(t_1 - 10)^2. \tag{7}$$

Înlocuind aici pe $v_{01} = 80$ m/s, $g = 10$ m/s^2, se obține o ecuație de gradul al doilea în t_1

$$t_1^2 - 18t_1 + 50 = 0 \tag{8}$$

care rezolvată dă

$$t_1' = 14{,}56 \text{ s}, \quad t_1'' = 3{,}44 \text{ s}. \tag{9}$$

Cazul I. $t_1 = 14{,}56$ s. Din ecuația (5), cu $t_2 = 4{,}56$ s se obține

$$v_{02} = gt_2 = 10 \cdot 4{,}56 = 45{,}6 \text{ m/s}.$$

Deci corpul al doilea trebuie aruncat cu viteza inițială de 45,6 m/s.

Cazul II. $t_1 = 3{,}44$ s. Valoarea lui t_1 fiind mai mică decît 10 s, este imposibil.

Soluția II. Fie (fig. 1.17) $h_{1\,max}$ și $h_{2\,max}$ — înălțimile maxime pînă la care ajung cele două mobile; v_{01}, v_{02} — vitezele inițiale ale mobilelor. Înălțimea $h_{1\,max}$ se calculează cu formula

$$h_{1\,max} = \frac{v_{01}^2}{2g} = \frac{80^2}{2 \times 10} = 320 \text{ m}.$$

Timpul în care parcurge această distanță este

$$t_1 = \frac{v_{01}}{g} = \frac{80}{10} = 8 \text{ s}.$$

Mobilul ajuns la înălțimea maximă cade liber, ecuația mișcării fiind

$$h_1' = \frac{g}{2}t_1'^2.$$

Spațiul parcurs în 2 s este deci

$$h_1' = \frac{10}{2} \cdot 2^2 = 20 \text{ m},$$

iar la sfîrșitul acestor 2 s viteza mobilului este:

$$v_{01}' = gt_1' = 10 \cdot 2 = 20 \text{ m/s}.$$

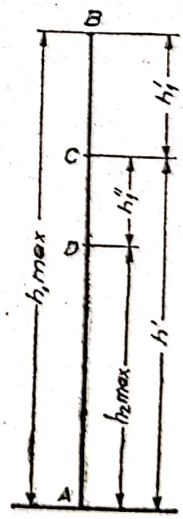


Fig. 1.17

Scanned with OKEN Scanner

În acest moment, din C cade primul mobil cu viteza inițială $v'_1 = 20$ m/s, iar din A este aruncat cel de al doilea mobil cu viteza inițială v'_{02} (necunoscută). Să presupunem că mobilele se vor întîlni în punctul D, care va fi maxim pentru mobilul al doilea. Timpul t_2 în care mobilul al doilea parcurge spațiul AD va fi egal cu timpul în care primul mobil parcurge spațiul CD.

Se poate scrie deci

$$h_{2\,max} = \frac{v_{02}^2}{2g},$$

$$t_2 = \frac{v_{02}}{g},$$

$$h''_1 = v'_{01} t_2 + \frac{g}{2} t_2^2,$$

$$h_{2\,max} = h' - h''_1.$$

Înlocuind în ultima ecuație pe h_{2max} și h''_1 și ținînd seama de expresia lui t_2, se obține

$$\frac{v_{02}^2}{g} = h' - \frac{v'_{01} \cdot v_{02}}{g}$$

sau, înlocuind valorile numerice,

$$v_{02}^2 + 20\, v_{02} - 3\,000 = 0$$

de unde

$$v_{02} = 45{,}6 \text{ m/s}.$$

1.39. Două corpuri sînt aruncate vertical de jos în sus cu aceeași viteză v_0 și la intervalul de timp t unul după altul. Să se afle după cît timp de la pornirea celui de al doilea corp se vor întîlni? Aplicație: $v_0 = 98$ m/s, $t = 4$ s.

R. $t_2 = \frac{v_0}{g} - \frac{t}{2} = 8$ s.

1.40. Un corp este aruncat dintr-un punct O pe verticală în sus, cu viteza inițială v_0. După cît timp t trebuie să fie aruncat în sus un al doilea corp, pe aceeași verticală, din același loc și cu aceeași viteză inițială, pentru ca cele două corpuri să se întîlnească la jumătate din înălțimea maximă la care pot ajunge. Se va neglija frecarea.

R. $t = \frac{v_0\sqrt{2}}{g}$

1.41. Un corp aruncat vertical în sus, cînd se află la înălțimea de 200 m are viteza 30 m/s. Se cere:

a) viteza inițială v_0; *b)* în cît timp a ajuns la 200 m înălțime; *c)* ce distanță străbate în a doua secundă; *d)* pe ce distanță cade în a doua secundă la coborîre. (Se va considera $g = 10$ m/s²).

R. $v_0 = 70$ m/s; $t = 4$ s; 55 m; 15 m.

1.42. Dintr-un punct M cade un corp greu; după t (s) se aruncă din același punct, în direcția verticală și în jos, un al doilea corp. Cu ce viteză trebuie să fie aruncat cel de al doilea corp pentru ca cele două corpuri să se întîlnească la distanța a de punctul M. Aplicație pentru $t = 2s$, $a = 98$ m.

R. $v_1 = \frac{t \cdot g}{2} \cdot \frac{\sqrt{\frac{2a}{g}} - t}{\sqrt{\frac{2a}{g}} - t} = 27{,}535$ m/s.

1.43. Un jongler aruncă vertical în sus două mingi la interval de $t = 0{,}4$ s, cu viteza $v_0 = 5$ m/s. La ce înălțime de mîna jonglerului se vor întîlni mingile? (Se va considera $g = 10$ m/s²).

R. 1,05 m.

Aruncarea pe orizontală a unui corp greu

1.44. Un proiectil este aruncat cu viteza orizontală $v_0 = 200$ m/s din vîrful unui turn înalt de 50 m, deasupra unui plan orizontal. Să se afle după cît timp, în ce punct și cu ce viteză va ajunge proiectilul în planul orizontal, care trece prin baza turnului.

Rezolvare. Fie: h — înălțimea turnului, t — momentul cerut, x — — distanța pe orizontală de la piciorul turnului, v — viteza cerută (fig. 1.18).

Ecuațiile mișcării proiectilului sînt

$$x = v_0 t; \quad y = \frac{1}{2} g t^2. \qquad (1)$$

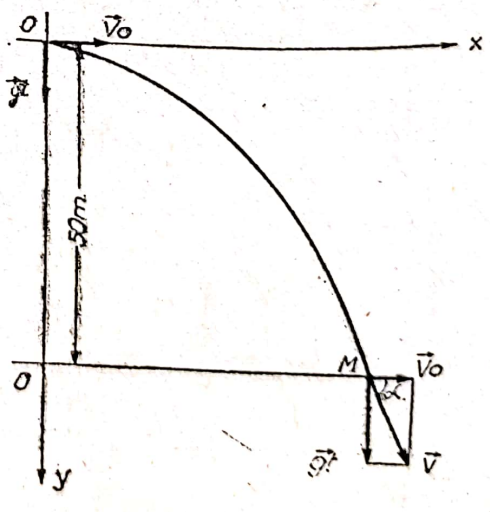


Fig. 1.18

Din ecuațiile (1), dacă se elimină timpul t, se obține ecuația traiectoriei

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2 \qquad (2)$$

de unde, ținînd seamă că $x \in R_+$, rezultă

$$x = v_0 \sqrt{\frac{2y}{g}} = 200 \sqrt{\frac{2 \times 50}{9{,}8}} \approx 639 \text{ m}; \qquad (3)$$

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \frac{10}{\sqrt{9{,}8}} \approx 3{,}19 \text{ s}. \qquad (4)$$

Scanned with OKEN Scanner

În punctul M, componentele vectorului viteză v sînt v_0 și gt, unde $t = 3{,}19$ s.

Deci mărimea vectorului viteză în punctul M este

$$v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{200^2 + (9{,}8 \times 3{,}19)^2} \approx 202 \text{ m/s}. \qquad (5)$$

Unghiul făcut de vectorul viteză cu planul orizontal este dat de relația

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{gt}{v_0} = \frac{9{,}8 \times 3{,}19}{200} = 0{,}15631 \Rightarrow \alpha = 8°54'.$$

1.45. Cu ce viteză orizontală trebuie să aruncăm un corp greu din vîrful unui turn ridicat deasupra unui plan orizontal cu $h = 49$ m, pentru ca acest corp să cadă la distanța $d = 80$ m de piciorul turnului?

R. $v = 25{,}28$ m/s.

1.46. Un avion zboară orizontal la înălțimea de 490 m. În momentul cînd se află deasupra unui punct oarecare A, lansează un obiect care cade la distanța de 1 400 m față de punctul A (de la piciorul verticalei prin A). Să se afle viteza de zbor a avionului, neglijînd frecările față de aer.

R. 140 m/s = 504 km/h.

1.47. Un glonț cu $v_0 = 800$ m/s, ieșit dintr-o pușcă așezată orizontal îndreptată spre centrul țintei lovește ținta la 49 cm sub centru. Cît de departe este ținta?

R. $\frac{800}{\sqrt{10}} \approx 253$ m.

Aruncarea oblică a unui corp greu

1.48. Cunoscînd viteza inițială a unui proiectil $v_0 = 400$ m/s și distanța $d = 1\,400$ m la care trebuie să ajungă pe planul orizontal, să se calculeze unghiul de tragere și timpul după care ajunge la țintă.

Rezolvare. Fie (fig. 1.19): α — unghiul de tragere și t — timpul necesar. Proiecțiile vectorului viteză v_0 pe axele de coordonate sînt

$$v_0 \cos \alpha \text{ și } v_0 \sin \alpha.$$

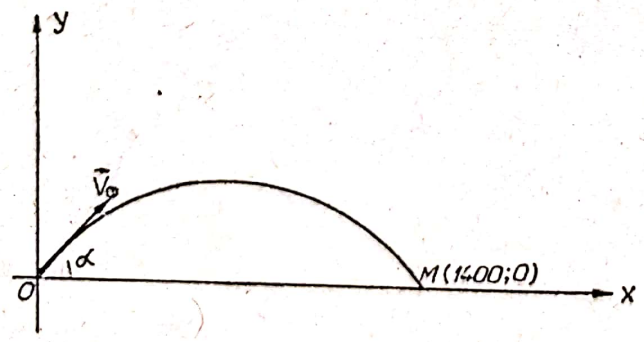


Fig. 1.19

Mișcarea proiectilului se compune din trei mișcări simple:

— una uniform rectilinie de-a lungul axei Ox

$$x = v_0 t \cos \alpha \qquad (1)$$

— a doua uniform rectilinie de-a lungul axei Oy

$$y_1 = v_0 t \sin \alpha \qquad (2)$$

— a treia uniform accelerată de-a lungul axei Oy

$$y_2 = -\frac{1}{2} g t^2. \tag{3}$$

Compunînd mişcările date de (2) şi (3), se obţine

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2} g t^2. \tag{4}$$

Ecuaţiile mişcării proiectilului sînt (1) şi (4).

Eliminînd timpul t între ecuaţiile (1) şi (4), se obţine ecuaţia traiectoriei scrisă sub formă carteziană

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 a} x^2. \tag{5}$$

Punînd condiţia ca punctul M (1 400 ; 0) să verifice ecuaţia (5), se determină unghiul de tragere α:

$$0 = 1\,400 \operatorname{tg} \alpha - \frac{9{,}8}{2 \times 400^2 \cdot \cos^2 \alpha} 1\,400^2,$$

de unde

$$\sin 2\alpha = 0{,}0861 \Rightarrow \alpha \approx 2^\circ\ 25'.$$

Din (1) rezultă

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} = \frac{1\,400}{400 \cos 2^\circ 25'} \approx 3{,}5 \text{ s}.$$

1.49. Glonţul unei arme de tir are la ieşirea din ţeavă o viteză iniţială $v_0 = 250$ m/s. Un sportiv ocheşte vîrful unui turn de înălţime $h = 20$ m. Să se afle la ce distanţă x de turn trebuie să se aşeze sportivul pentru ca glonţul să atingă baza turnului? Se va considera $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

R. $x = \sqrt{h\left(\frac{2v^2}{g} - h\right)} \approx 500$ m.

1.50. Să se reprezinte grafic, pe acelaşi desen, traiectoria unui punct material care este aruncat cu viteza 49 m/s sub un unghi de 30, 45 şi 60° faţă de orizontală.

R. Fig. 1.20.

1.51. Din vîrful unui deal înalt de $h = 50$ m faţă de bază, se aruncă un proiectil cu viteza $v_0 = 800$ m/s formînd unghiul $\alpha = 30^\circ$ cu planul orizontal. Considerînd terenul de la baza dealului, orizontal, să se calculeze:

— după cît timp, de la aruncare, proiectilul atinge solul;

— care este bătaia armei;

— ce unghi face traiectoria cu solul la căderea pe Pămînt?

Scanned with OKEN Scanner

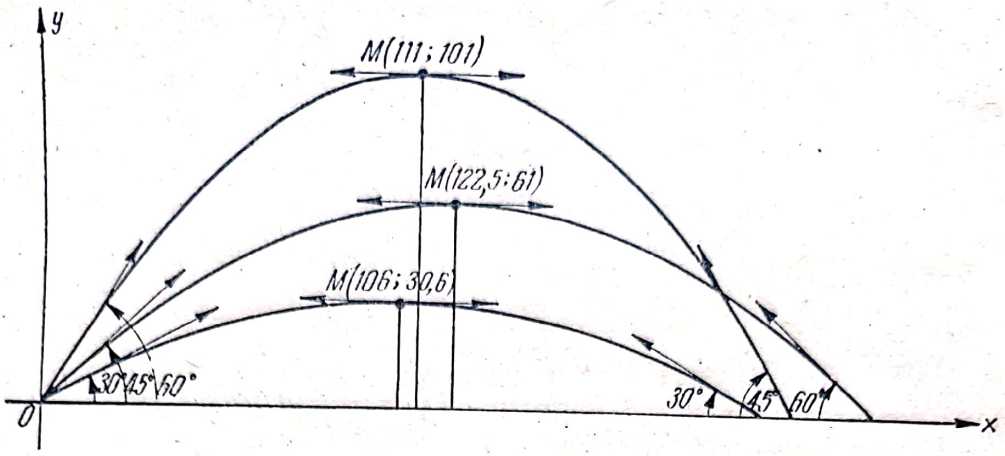


Fig. 1.20

Se va considera $g = 10$ m/s².

R. $gt^2 - 2v_0 t \sin\alpha - 2h = 0 \rightarrow t \approx 80$ s

$x = v_0 t \cos\alpha = 55\,360$ m

$$\operatorname{tg}\theta = \operatorname{tg}\alpha - \frac{gt}{v_0 \cos\alpha} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \theta = -30°.$$

Mișcarea circulară uniformă

1.52. Doi motocicliști M_1 și M_2 aleargă cu o mișcare uniformă pe același cerc. Vitezele lor unghiulare fiind ω_1 și ω_2 ($\omega_1 > \omega_2$) să se calculeze numărul de rotații după care M_1 care a luat-o înainte, va ajunge pe M_2. Se presupune că ei au plecat în același moment din același loc și în același sens. Mișcarea accelerată de la pornire se neglijează.

Aplicație: $v_1 = 54$ km/h ; $v_2 = 43{,}2$ km/h.

Rezolvare. Dacă notăm cu r raza cercului pe care se mișcă cei doi motocicliști, cu ω_1 și ω_2 vitezele lor unghiulare, spațiile s_1, s_2 parcurse în timpul T sînt date de relațiile

$$s_1 = r\,\omega_1\,T; \quad s_2 = r\,\omega_2\,T. \tag{1}$$

Dar pentru ca M_1 să ajungă pe M_2, trebuie ca M_1 să parcurgă în plus o rotație completă. Deci, putem scrie

$$s_1 = s_2 + 2\pi r \tag{2}$$

sau ținînd seama de (1)

$$r\,\omega_1\,T = r\,\omega_2\,T + 2\pi r,$$

de unde

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2}. \tag{3}$$

Scanned with OKEN Scanner

Deci, numărul de rotaţii n_1 efectuate de motociclistul M_1 este

$$n_1 = \frac{r\omega_1 T}{2\pi r} = \frac{\omega_1 T}{2\pi} = \frac{\omega_1}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2} \tag{4}$$

şi, în mod analog

$$n_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1 - \omega_2}. \tag{5}$$

Aplicaţie. Ţinînd seama de formulele

$$v_1 = r\omega_1, \quad v_2 = r\omega_2,$$

din formulele (4) şi (5) se obţine

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= \frac{v_1}{v_1 - v_2} = \frac{54}{54 - 43{,}2} = 5 \text{ rotaţii}, \\ n_2 &= \frac{v_2}{v_1 - v_2} = \frac{43{,}2}{54 - 43{,}2} = 4 \text{ rotaţii} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Observaţie. Numărul de rotaţii după care primul motociclist ajunge pe cel de al doilea nu depinde de raza cercului.

1.53. Arătătoarele unui ceas (minutarul şi orarul) sînt perfect suprapuse la orele 12. Se cere:

a) după cît timp vor face, pentru prima oară, între ele un unghi egal cu $\frac{11\,\pi}{10}$ radiani;

b) după cît timp, pornind de la orele 12, arătătoarele vor fi, pentru prima oară în prelungire; de cîte ori pe zi (în 24 ore) arătătoarele vor fi în prelungire;

c) după cît timp, pornind de la orele 12, arătătoarele vor fi pentru prima oară din nou suprapuse; de cîte ori pe zi (în 24 ore) arătătoarele vor fi suprapuse.

Rezolvare. Minutarul face ocolul cadranului (mătură unghiul de 2π radiani) în 60 minute; viteza sa unghiulară este

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{60 \times 60} = \frac{\pi}{1\,800} \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \tag{1}$$

Orarul face ocolul cadranului în $12 \times 60 \times 60$ secunde; viteza sa unghiulară este

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{12 \times 60 \times 60} = \frac{\pi}{21\,600} \frac{\text{rad}}{\text{s}}. \tag{2}$$

Luînd ca poziţie iniţială a mişcării poziţia cînd arătătoarele sînt la orele 12, unghiurile făcute, după un timp t, de arătătoare cu poziţia iniţială sînt respectiv

$$\theta_1 = \frac{\pi}{60 \times 30} t, \quad \theta_2 = \frac{\pi}{12 \times 60 \times 30} t.$$

Scanned with OKEN Scanner

Unghiul făcut de arătătoare, între ele, (măsurat în sensul mersului acelor) după timpul t este

$$\theta = \theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{60 \times 30} t - \frac{\pi}{12 \times 60 \times 30} t = \frac{11\ \pi}{12 \times 60 \times 30} t. \qquad (3)$$

a) Se înlocuiește în formula (3) $\theta = \frac{11\pi}{10}$ și se obține

$$\frac{11\pi}{10} = \frac{11\pi}{12 \times 60 \times 30} t$$

de unde

$$t = 2\,160 \text{ s} = 36 \text{ min}.$$

b) Se înlocuiește în formula (3), $\theta = \pi$ și se obține

$$\pi = \frac{11\pi}{12 \times 60 \times 30} t$$

de unde

$$t = 1\,963 \text{ s} = 32 \text{ min } 43 \text{ s}.$$

Pentru a calcula de cîte ori pe zi are loc aceasta, se calculează după cît timp, pornind de la acest moment, arătătoarele vor fi din nou în prelungire. Se face în formula (3), $\theta = 2\pi$ și se obține:

$$2\pi = \frac{11\pi}{12 \times 60 \times 30} t$$

de unde

$$t = \frac{2 \times 12 \times 30 \times 60}{11} \approx 3\,927 \text{ s} = 65 \text{ min } 27 \text{ s}$$

deci

$$n = \frac{24 \times 60 \times 60 - 1\,963}{3\,927} + 1 = 22 \text{ ori}.$$

c) Se face ca la punctul *b)*, în formula (3), $\theta = 2\pi$ și se obține

$$t \approx 3\,927 \text{ s} = 65 \text{ min } 27 \text{ s}.$$

Aceasta are loc, în 24 ore, de

$$n = \frac{24 \times 60 \times 60}{3\,927} + 1 = 23 \text{ ori}.$$

1.54. Manivela unei roți de locomotivă face 100 rot/min. Care este viteza unghiulară a roții?

R. $\approx 10{,}466 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Scanned with OKEN Scanner

1.55. Pământul face o rotație completă în jurul axei sale într-o zi sideral, adică în 23 ore, 56 minute și 4 secunde sau în 86164 secunde. Care este viteza unghiulară a Pământului?

R. $1/13720 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

1.56. O pîrghie dreaptă de 680 mm lungime se învîrtește în jurul unui punct O, depărtat de unul din capetele pîrghiei cu 260 mm, iar celălalt capăt al pîrghiei are o viteză liniară de 1,26 m/s. Să se afle viteza unghiulară a pîrghiei.

R. $3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

1.57. Să se găsească diferența dintre vitezele liniare ale localităților din țara noastră cu latitudinile de 44° și 48°, cunoscînd că lungimea meridianului pămîntesc este 4×10^7 m.

R. $v_1 - v_2 \approx 23{,}15$ m/s.

1.58. Pe un strung revolver se strunjește un volant cu diametrul $D = 2$ m și diametrul găurii butucului $d = 0{,}175$ m. Cîte rotații pe minut trebuie să facă volantul la strunjirea obadei și a butucului pentru ca viteza strunjirii să fie 0,150 m/s?

R. $\begin{cases} n_1 = \dfrac{60v}{\pi D} = 1{,}43 \dfrac{\text{rot}}{\text{min}}; \\ n_2 = \dfrac{60v}{\pi d} = 16{,}36 \dfrac{\text{rot}}{\text{min}}. \end{cases}$

1.59. Roata unui motor are o rază de 50 cm. Ea se învîrtește uniform cu 300 rot/min. Să se determine viteza și accelerația unui punct de la periferia roții.

R. 15,7 m/s; 492,98 m/s².

1.60. Pe un scripete cu raza $R = 20$ cm, este înfășurat un fir flexibil și inextensibil de capătul căruia este prins un corp greu. Corpul coboară cu viteza constantă de 10 m/s. Să se calculeze cîte rotații face scripetele pe minut.

R. 478 rot/min.

1.61. Volantul unei mașini cu piston are diametrul $d = 2$ m. Cîte învîrtituri n trebuie să facă pe minut, pentru ca viteza sa periferică să fie 157 m/s?

R. $n = \dfrac{60v}{\pi d} = 1500 \dfrac{\text{rot}}{\text{min}}$.

Scanned with OKEN Scanner

1.62. Ce diametru D trebuie să aibă o roată care face $n = 80$ rot/min pentru ca viteza sa periferică să fie $v = 6$ m/s.

R. $D = \frac{60v}{\pi n} = 1{,}433$ m.

1.63. Pe o roată de rază $R = 30$ cm, care se învîrteşte uniform, se consideră două puncte: M la o distanţă de 20 cm de centrul O al roţii şi N pe periferia roţii. La un moment dat, punctul N are o viteză de 3 m/s. Ce viteză are în acelaşi moment punctul M? Ce acceleraţie au cele două puncte?

R. $v_M = 2$ m/s; $a_M = 20$ m/s^2; $a_N = 30$ m/s^2.

Transmiterea mişcărilor

1.64. O roată cu raza $R_1 = 30$ cm are viteza unghiulară $\omega_1 = 2{,}6$ rad/s şi este angrenată cu o altă roată cu viteza unghiulară $\omega_2 = 5{,}4$ rad/s. Se cere să se determine:

a) raza celei de a doua roţi;

b) numărul de învîrtituri pe minut ale fiecărei roţi.

Rezolvare

$$a)\ \omega_1 \cdot R_1 = \omega_2 \cdot R_2,$$

de unde

$$R_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot R_1 = \frac{2{,}6}{5{,}4} \cdot 30 = 14{,}4 \text{ cm};$$

$$b)\ n_1 = \frac{30 \cdot \omega_1}{\pi} = \frac{30 \times 2{,}6}{3{,}14} = 24{,}8 \text{ rot/min}$$

$$n_2 = \frac{30 \cdot \omega_2}{\pi} = 51{,}6 \text{ rot/min}.$$

1.65. Un biciclist parcurge distanţa de 40 km în 2 ore şi 40 min, cu o bicicletă care are roţile de 68 cm diametru. Diametrul roţii mari a angrenajului este de 17,5 cm, iar diametrul roţii mici de 5 cm. Se cer: *a)* viteza v cu care merge biciclistul; *b)* viteza periferică v_1 la roata bicicletei; *c)* viteza unghiulară ω a roţii bicicletei; *d)* numerele n_1 şi n_2 de învîrtituri pe minut ale fiecăreia din cele două roţi ale angrenajului; *e)* vitezele unghiulare ω_1 (roata mare) şi ω_2 (roata mică) ale celor două roţi ale angrenajului; *f)* durata T a unei învîrtituri complete (360°) a roţii bicicletei; *g)* raportul de transmisie i al angrenajului bicicletei.

Rezolvare

$$a)\ v = \frac{s}{t} = \frac{40\,000}{9\,600} = 4{,}167 \text{ m/s};$$

$$b)\ v_1 = v = 4{,}167 \text{ m/s};$$

$$c)\ \omega = \frac{v_1}{R} = \frac{4{,}167}{0{,}34} = 12{,}2 \text{ rad/s};$$

Scanned with OKEN Scanner

d) viteza unghiulară ω_2 a roții angrenajului este egală cu ω; deci

$$n_2 = \frac{30\omega_2}{\pi} = \frac{30 \times 12{,}2}{3{,}14} \approx 116{,}5 \text{ rot/min};$$

$$n_1 = n_2 \frac{R_2}{R_1} = 116{,}5 \cdot \frac{5}{17{,}5} \approx 33{,}3 \text{ rot/min};$$

$$e)\ \omega_1 = \frac{R_2}{R_1}\omega_2 = \frac{5}{17{,}5} \cdot 12{,}2 = 3{,}58 \text{ rad/s};$$

$$f)\ T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3{,}14}{12{,}2} = 0{,}515 \text{ s};$$

$$g)\ i = \frac{n_2}{n_1} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{17{,}5}{5} = 3{,}5.$$

1.66. Motorul unui tramvai electric face 480 rot/min. Pe axul rotorului este fixată o roată dințată cu 16 dinți, angrenată cu o alta care are 40 de dinți și care este fixată pe osia roților motoare. Diametrul roților tramvaiului (care merg pe șine) este de 60 cm (fig. 1.21). Care este viteza tramvaiului?

Rezolvare. Se poate scrie

$$i = \frac{R_1}{R_2} = \frac{z_1}{z_2} \text{ sau, înlocuind, } \frac{R_1}{R_2} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}.$$

Pe de altă parte, $\frac{R_1}{R_2} = \frac{n_2}{n_1}$ sau înlocuind $\frac{2}{5} = \frac{n_2}{480}$

de unde

$$n_2 = 192 \text{ rot/min}.$$

Viteza unghiulară ω_2 a roții fixate pe osia roților motoare este

$$\omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = \frac{3{,}14 \times 192}{30} \approx 20 \text{ rad/s}.$$

Viteza v a tramvaiului este

$$v = R\omega = R\omega_2 = 30 \times 20 = 600 \text{ cm/s} = 6 \text{ m/s}.$$

1.67. Viteza curelei, unei transmisii de curea, este 12,56 m/s. Știind că roata conducătoare are diametrul $d_1 = 10$ cm iar roata condusă are diametrul $d_2 = 50$ cm să se calculeze turațiile roților, mișcarea făcîndu-se fără alunecare.

R. $n_1 = 2\,400 \frac{\text{rot}}{\text{min}}$, $n_2 = 480 \frac{\text{rot}}{\text{min}}$.

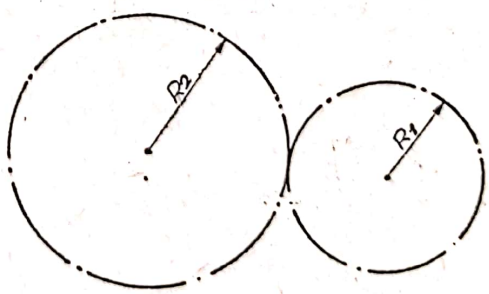


Fig. 1.21

1.68. Pentru a coborî turația unei turbine de la 3 000 rot/min la 200 rot/min, reducerea se face în patru trepte

egale, roata de la turbină avînd diametrul $d_0 = 0{,}1$ m. Să se calculeze diametrele celorlalte roți.

R. $d_1 = 0{,}13$ m; $d_2 = 0{,}187$ m; $d_3 = 0{,}322$ m; $d_4 = 1{,}494$ m.

1.69. Se dau două roți angrenate; prima roată are diametrul $D_1 = 40$ cm și face $n_1 = 6$ rot/min, iar a doua are diametrul $D_2 = 26$ cm. Se cere:
a) numărul de învîrtituri n_2 ale celei de a doua roți;
b) vitezele unghiulare ω_1 și ω_2 ale celor două roți.

R. $n_2 = 9{,}2 \frac{\text{rot}}{\text{min}}$; $\omega_1 = 0{,}628 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$; $\omega_2 = 0{,}963 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

1.70. Tamburul cilindric al unei transmisii prin fricțiune, cu diametrul $D_1 = 0{,}4$ m și turația $n_1 = 180$ rot/min, transmite rotația fără alunecare unui al doilea tambur cu diametrul $D_2 = 1{,}2$ m. Să se determine turația n_2 a celui de al doilea tambur.

R. $60 \frac{\text{rot}}{\text{min}}$.

1.71. O combină are schema cinematică din figura 1.22. Mișcarea mecanismelor combinei este produsă de un tractor prin intermediul unui ax cardanic. Transmiterea mișcării de rotație de la roata 3 la rota 4 se face prin curele trapezoidale. Roțile dințate conice 1 și 2 au același număr de dinți. Știind că tractorul imprimă axului cardanic o mișcare de rotație de 540 rot/min, să se determine viteza de rotație și viteza liniară a cuțitelor combinei, care sînt montate la periferia tamburului 5. Diametrele roților sînt date în milimetri.

R. $\approx 26 \frac{\text{rot}}{\text{s}}$; $\approx 45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

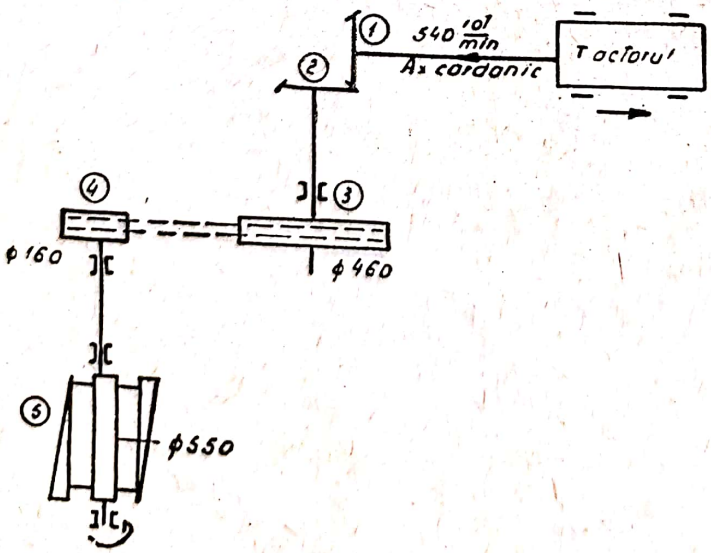


Fig. 1.22

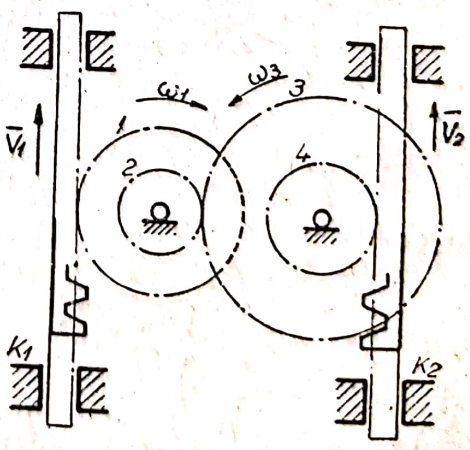


Fig. 1.23

1.72. O roată dințată are 10 dinți, iar diametrul cercului primitiv este de 12 cm. Care este raza roții dințate angrenată cu prima, dacă aceasta are 30 de dinți?

R. $r_2 = 18$ cm.

1.73. La o transmisie cu roți dințate roata conducătoare are 20 de dinți și face 200 rot/min. Cîți dinți are roata condusă dacă raportul de transmisie este $i = \frac{1}{4}$? Care este viteza unghiulară a roții conduse?

R. $z_2 = 80$ dinți; $\omega_2 = 5{,}23 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

1.74. Sistemul din figura 1.23 se compune din cremalierele paralele K_1 și K_2 și roțile dințate 1...4, de raze $R_1 \ldots R_4$.

Dîndu-se viteza v_1 a cremalierei K_1, se cere viteza v_2 a cremalierei K_2.

R. $v_2 = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} v_1$.

1.75. Se dă sistemul de patru roți dințate 1...4 de raze $R_1 \ldots R_4$, avînd schema din figura 1.24. Cunoscînd viteza unghiulară ω_1 a roții 1, se cere viteza unghiulară a roții 4.

R. $\omega_4 = \omega_1 \frac{R_1 R_3}{R_2 R_4}$.

1.76. Un ferăstrău circular cu diametrul 20 cm trebuie să aibă în timpul funcționării o viteză de tăiere de 12 m/s. Ferăstrăul este acționat de un motor, printr-o transmisie cu curea. Diametrul roții de transmisie de pe axul motorului este 12 cm. Știind că viteza de rotație a motorului este 1 000 rot/min, se cere diametrul roții de transmisie care trebuie montată pe axul ferăstrăului circular.

R. $R_2 = R_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\pi}{15} = 0{,}209$ m.

1.77. Se consideră mecanismul din figura 1.25. Roțile 1 și 2 sînt solidare, iar 3 și 4 sînt de asemenea solidare. Roțile 1 și 3 sînt angrenate prin curea.

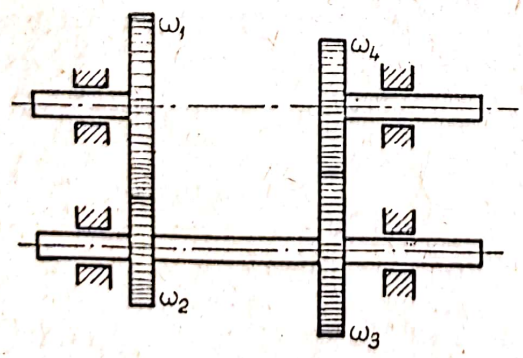


Fig. 1.24

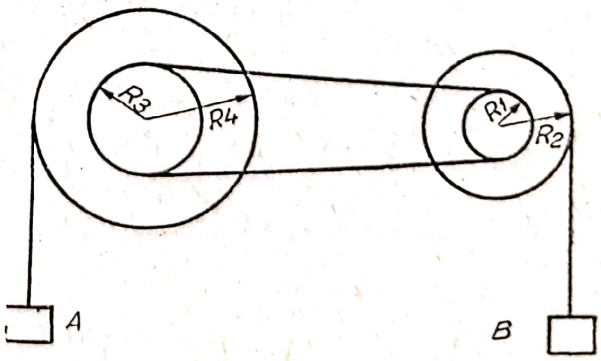


Fig. 1.25

Scanned with OKEN Scanner

Firele de care sînt legate greutăţile A şi B nu alunecă pe roţile 4 şi 2. Se cere relaţia dintre vitezele v_A şi v_B şi vitezele unghiulare ale roţilor.

Aplicaţie. $R_1 = 20$ cm; $R_2 = 40$ cm; $R_3 = 30$ cm; $R_4 = 60$ cm şi $v_B = 2$ m/s.

R. $\begin{cases} v_A = \dfrac{R_1 R_4}{R_2 R_3} v_B = 2\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}};\ \omega_1 = \omega_2 = 5\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}} \\ \omega_3 = \omega_4 = 3{,}33\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}. \end{cases}$

1.78. Tamburul cu diametrul $d = 300$ mm al unui troliu mecanic este pus în mişcare de rotaţie de un motor electric, cu ajutorul unei curele şi al unui angrenaj (fig. 1.26). Diametrele roţilor transmisiei prin curea şi diametrele roţilor dinţate sînt, respectiv $D_1 = 200$ mm, $D_2 = 800$ mm, $D_3 = 160$ mm, $D_4 = 800$ mm. Să se determine viteza v a deplasării sarcinii Q, dacă roata motorului electric face 720 rotaţii pe minut.

R. 56,5 $\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$.

1.79. Un troliu manual are două angrenaje ale căror roţi au numărul de dinţi $z_1 = 12$, $z_2 = 72$, $z_3 = 16$, $z_4 = 80$ (fig. 1.27). Muncitorul roteşte manivela, de lungime $l = 360$ mm, cu viteza periferică $v_1 = 188{,}4$ cm/s. Să se determine viteza v_2 a sarcinii Q, dacă diametrul tobei tamburului este $d = 320$ mm.

R. $\approx 2{,}6\,\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$.

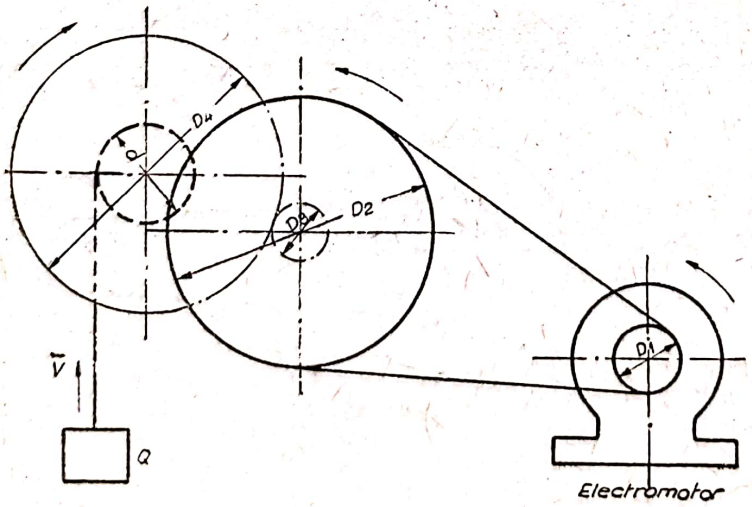


Fig. 1.26

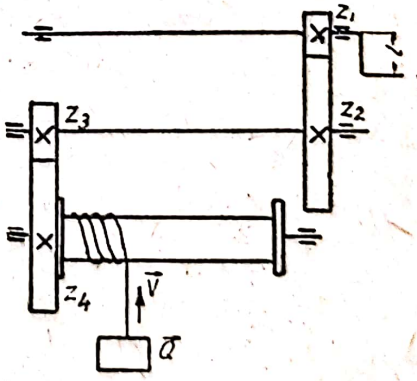


Fig. 1.27

Scanned with OKEN Scanner

1.80. Se dă cricul din figura 1.28 compus din cremaliera K şi roţile dinţate 1...5, de raze $R_1 \ldots R_5$. Dîndu-se viteza unghiulară ω_1 a roţii 1, se cere viteza v a cremalierei.

R. $v = \dfrac{R_1 R_3 R_5}{R_2 R_4} \omega_1$

1.81. Roata conducătoare la o transmisie prin curele are diametrul $d_1 = 12$ cm. Să se calculeze diametrul roţii conduse d_2 şi lungimea curelei necesare, ştiind că raportul de transmisie este $i_{12} = \dfrac{1}{5}$ şi că distanţa dintre centrele celor două roţi este $a = 3$ m.

R. $d_2 = 60$ cm; $l \approx 6{,}52$ m

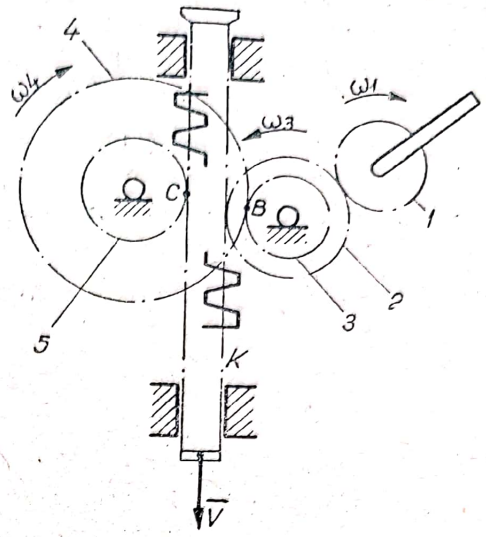


Fig. 1.28

B. DINAMICA

Consideraţii teoretice

Legile lui Newton

Mecanica clasică (newtoniană) se bazează pe un număr de legi sau principii fundamentale. Aceste principii fundamentale nu pot fi dovedite complet pe cale experimentală sau teoretică şi nici nu pot fi reduse, pînă acum, la alte legi mai simple.

Principiile fundamentale ale Mecanicii clasice sînt următoarele:

— *Principiul inerţiei*: Un corp îşi păstrează starea de repaus sau de mişcare rectilinie şi uniformă, atît timp cît nu intervine vre-o forţă care să-i modifice această stare. Newton numeşte acest principiu: *Legea I.*

— *Principiul independenţei acţiunii forţelor*: Acceleraţia unui corp este direct proporţională, cu forţa motoare aplicată şi este îndreptată în direcţia şi sensul după care acţionează forţa. Newton numeşte acest principiu: *Legea II.* Scris sub forma

$$\bar{F} = m\,\bar{a} \tag{1}$$

acest principiu exprimă *ecuaţia fundamentală a Dinamicii.* S-a notat:

$\bar{F}$ — forţa sau rezultanta forţelor care acţionează asupra corpului:
m — masa corpului;
$\bar{a}$ — acceleraţia imprimată corpului de forţa $\bar{F}$.

— *Principiul acţiunii şi reacţiunii*: La orice acţiune corespunde totdeauna o reacţiune egală şi contrară; sau acţiunile reciproce a două puncte

Scanned with OKEN Scanner

materiale sînt totdeauna egale și îndreptate în sens contrar. Newton numește acest principiu: *Legea III.*

Acest principiu se aplică în Mecanica clasică atît în cazul contactului direct dintre corpuri cît și în cazul acțiunii de la distanță.

Greutatea corpurilor. Toate corpurile situate la suprafața Pămîntului sînt grele, adică sînt supuse unei forțe numită *greutate*. Cînd un corp este lăsat liber la o înălțime oarecare deasupra solului, el execută o mișcare de cădere uniform accelerată. Forța constantă în mărime și direcție, care produce corpului această mișcare, este *greutatea* $\bar{G}$. Potrivit formulei (1) se poate scrie

$$\bar{G} = m\bar{g} \tag{2}$$

unde

m — masa corpului;
$g = 9{,}8$ m/s² — accelerația gravitației la București.

În ceea ce privește direcția vectorului, $\bar{g}$ este dirijat aproximativ către centrul Pămîntului.

Densitatea unui corp reprezintă raportul dintre masa și volumul său. Însemnînd cu m masa unui corp omogen și cu V volumul său, densitatea ρ se definește prin formula:

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{3}$$

adică densitatea unui corp omogen este masa unității de volum a corpului.

Greutatea specifică a unui corp reprezintă raportul dintre greutatea și volumul corpului. Însemnînd cu G greutatea unui corp omogen și cu V volumul său, greutatea specifică γ se definește prin formula:

$$\gamma = \frac{G}{V} \tag{4}$$

adică, greutatea specifică a unui corp omogen este egală cu greutatea unității de volum a corpului.

Relația dintre greutatea specifică și densitatea unui corp omogen este dată de formula:

$$\gamma = \rho \cdot g \tag{5}$$

unde g este accelerația gravitației.

Forța de frecare la alunecare (F_f) este dată de formula

$$F_f = \mu F_n \tag{6}$$

unde:

μ — coeficientul de frecare la alunecare;
F_n — este forța de apăsare normală a corpului pe suprafața corpului pe care acesta se mișcă.

Valorile coeficienților de frecare se dau în tabele.

Scanned with OKEN Scanner

Impulsul

— Impulsul* unui punct material de masă m şi viteză $\bar{v}$ este vectorul

$$\bar{p}=m\ \bar{v} \tag{7}$$

care are acelaşi punct de aplicaţie, aceeaşi direcţie şi acelaşi sens ca şi viteza $\bar{v}$ a punctului, iar modulul $|m\bar{v}|$.

— În cazul unui sistem de n puncte materiale A_i $(i=1, 2, \ldots, n)$ impulsul total al sistemului este vectorul

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^{n} \bar{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \bar{v}_i. \tag{8}$$

Teorema impulsului

a) Corpul în mişcare de translaţie

Forţa $\bar{F}$ acţionînd asupra unui punct material, avînd masa m, aflat în mişcare cu viteza $\bar{v}_0$, îi imprimă o acceleraţie $\bar{a}$ care se menţine constantă dacă forţa rămîne aceeaşi. Teorema impulsului este următoarea: variaţia impulsului unui punct material, în unitatea de timp, este egală cu forţa, în fiecare moment în timpul mişcării:

$$\frac{\Delta(m\bar{v})}{\Delta t} = \bar{F}. \tag{9}$$

Dacă asupra punctului material, aflat în repaus $(v_0 = 0)$ acţionează forţa $\bar{F}$, pe timpul t, relaţia (9) se poate scrie:

$$m\bar{v} = \bar{F}t. \tag{10}$$

În cazul unui sistem de puncte materiale A_1, A_2, ..., A_n avînd masele respective m_1, m_2, ..., m_n, asupra lor acţionînd forţele exterioare $\bar{F}_i$, teorema impulsului se scrie

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta(m_i \bar{v}_i)}{\Delta t} = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i \tag{11}$$

şi se poate enunţa astfel: variaţia impulsului total al unui sistem de puncte materiale în unitatea de timp este egală cu suma forţelor aplicate sistemului de puncte.

---

* Impulsul este numit şi *cantitate de mişcare*. Denumirea de cantitate de mişcare este folosită din ce în ce mai puţin, păstrîndu-se termenul de impuls mai corespunzător caracterului vectorial al acestei mărimi.

Scanned with OKEN Scanner

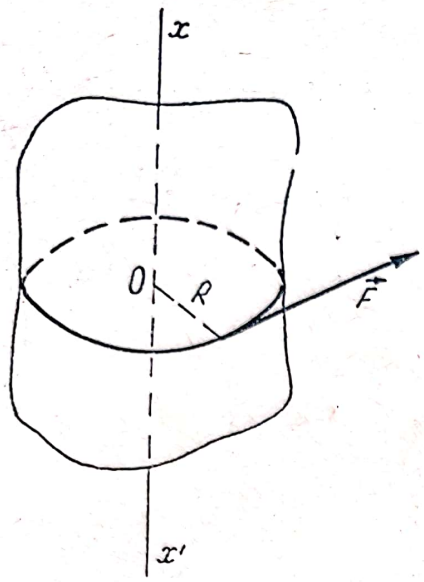


Fig. 1.29

b) Solidul rigid în mişcare de rotaţie. Se numeşte *solid rigid* un corp, la care distanţa dintre două puncte oarecare rămîne aceeaşi cînd asupra sa acţionează un sistem de forţe, oricît de mari ar fi aceste forţe.

Să considerăm un solid rigid cu o axă fixă (fig. 1.29). Să presupunem că o forţă F (avînd direcţia perpendiculară pe axa de rotaţie) îi imprimă *impulsul de rotaţie* FRt (t fiind timpul cît forţa acţionează asupra corpului). În aceste condiţii, teorema impulsului se poate scrie

$$F \cdot Rt = J_\Delta \cdot \omega$$

unde: R — este distanţa de la axa de rotaţie la suportul forţei;

$J_\Delta = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$ — este momentul de inerţie total al corpului faţă de axa de rotaţie Δ;

ω — este viteza de rotaţie la timpul t.

În anexa III s-au dat valorile momentelor de inerţie pentru corpurile de forme uzuale.

Legea conservării impulsului

Se consideră un sistem de puncte materiale, între care se exercită forţe interioare. Aceste forţe se supun principiului interacţiunii: cînd un punct material acţionează asupra altuia cu o forţă $\bar{F}_1$, cel de al doilea corp acţionează asupra primului cu o forţă $\bar{F}_2$ egală şi de sens contrar cu prima, adică:

$$\bar{F}_1 + \bar{F}_2 = 0.$$

În cazul unui sistem de puncte materiale, rezultanta tuturor forţelor interioare este egală cu zero:

$$\sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i = 0, \tag{12}$$

Deci, pentru un sistem de puncte materiale legate între ele prin forţe interioare, ţinînd seamă de (12) relaţia (11) se scrie

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \bar{v}_i = \overline{\text{const.}} \tag{11'}$$

care constituie legea conservării impulsului şi se poate enunţa astfel: pentru orice sistem de puncte materiale, izolat, (supus numai la acţiunea forţelor interioare) impulsul total se conservă în decursul transformărilor.

Scanned with OKEN Scanner

Forța centripetă și forța centrifugă

$$F = \frac{mv^2}{R} = mR\omega^2 \ .$$

Ținînd seama că $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$, se obține

$$F = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} = 4\pi^2 \cdot Rm \cdot \nu^2. \tag{13}$$

Legea atracției universale

$$F = k\frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{14}$$

unde k este constanta gravitației. Valoarea ei este

$$k = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}. \tag{15}$$

Masa Pămîntului (M)

$$M = \frac{r^2 g}{k}, \tag{16}$$

unde r este raza Pămîntului, iar g — accelerația gravitației.

Variația greutății corpului cu altitudinea. Dacă G este greutatea corpului la nivelul mării, G_1 — greutatea corpului la înălțimea h deasupra Pămîntului iar r — raza Pămîntului, se poate scrie

$$G_1 = \frac{G}{\left(1 + \frac{h}{r}\right)^2}. \tag{17}$$

Variația accelerației gravității cu altitudinea

$$g_1 = \frac{g}{\left(1 + \frac{h}{r}\right)^2} \tag{18}$$

Lucrul mecanic

Lucrul mecanic L produs de o forță constantă $\bar{F}$ care își deplasează punctul de aplicație pe o direcție ce face un unghi α cu direcția forței, este egal cu produsul dintre intensitatea forței, mărimea deplasării l a punctului de aplicație și cosinusul unghiului α

$$L = F \cdot l \cdot \cos\alpha \tag{19}$$

Scanned with OKEN Scanner

Cazuri particulare:

— dacă direcția de deplasare a punctului de aplicație coincide cu direcția forței $\bar{F}$, atunci $\alpha = 0$, iar

$$L = F \cdot l \tag{20}$$

— dacă direcția de deplasare este perpendiculară pe direcția forței atunci $\alpha = 90°$ și deci:

$$L = 0.$$

Puterea mecanică a unei mașini este cantitatea de lucru mecanic produs de mașină în unitatea de timp. Dacă forța este constantă, puterea mecanică se calculează cu formula

$$P = \frac{L}{t}. \tag{21}$$

Cazuri particulare:

a) Dacă deplasarea corpului se face pe un plan orizontal, cu o mișcare uniformă (forța de tracțiune este egală cu forța de frecare F_f), avînd viteza v, formula (21) devine:

$$P = \frac{F_f \cdot l}{t} = \mu \cdot G \cdot v$$

unde

μ — coeficientul de frecare
G — greutatea corpului.

b) Dacă deplasarea corpului se face pe un plan orizontal, mișcarea fiind uniform accelerată cu accelerația a, fără viteză inițială, forța de tracțiune necesară este

$$F_t = F_f + F = \mu mg + ma$$

unde F este forța suplimentară care imprimă mișcarea uniform accelerată. Formula (21) devine

$$P = \frac{1}{2} mv\,(\mu g + a). \tag{22}$$

c) Dacă deplasarea corpului se face pe o rampă de unghi α, coeficientul de frecare μ, mișcarea fiind uniformă cu viteza v, forța totală necesară este

$$F_t = G_t + F_f = G \sin \alpha + \mu G \cos \alpha$$

și formula (21) devine

$$P = mg\,v\,(\sin \alpha + \mu \cos \alpha). \tag{23}$$

d) Dacă deplasarea se face pe o rampă de unghi α, coeficientul de frecare μ, cu mișcare uniform accelerată cu accelerația a, fără viteză inițială, forța totală necesară este

$$F_t = G_t + F_f + F = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha + ma$$

Scanned with OKEN Scanner

unde F este forța suplimentară care imprimă mișcarea uniform accelerată. Formula (21) se poate scrie:

$$P = \frac{1}{2} mgv (\sin \alpha + \mu \cos \alpha + a). \tag{24}$$

Randament

Randamentul (η) al unei mașini este raportul dintre puterea utilă (P_u) și puterea consumată (P_c) de această mașină, sau raportul dintre lucrul mecanic util (L_u) și lucrul mecanic consumat (L_c) de acea mașină:

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{L_u}{L_c} . \tag{25}$$

Dacă într-un proces tehnologic intervin mai mulți transformatori de energie (motor, dinam, motor electric, etc.) având randamentele respective η_1, $\eta_2 \ldots \eta_n$, *randamentul global* (η_g) este egal cu produsul randamentelor parțiale.

$$\eta_g = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \ldots \cdot \eta_n. \tag{26}$$

Energia mecanică

1. **Energia cinetică** (E_k):

a) Punctul material. Dacă punctul material are masa m și viteza la un moment dat v, energia cinetică se calculează cu formula

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2. \tag{27}$$

b) Solidul rigid în mișcarea de translație. În mișcarea de translație toate punctele rigidului au aceeași viteză v și energia cinetică, la un moment dat, se calculează cu formula:

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 \tag{28}$$

unde m este masa totală a solidului rigid $\left(m = \frac{G}{g}\right.$, G fiind greutatea solidului, iar g accelerația gravitației$\left.\right)$.

c) Solidul rigid aflat în mișcare de rotație în jurul unei axe fixe. În acest caz, energia cinetică a solidului se calculează cu formula

$$E_k = \frac{1}{2} J_\Delta \cdot \omega^2 \tag{29}$$

Scanned with OKEN Scanner

unde:

— $J_\Delta = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$ este momentul de inerție al întregului corp față de axa de rotație (Δ).

— ω este viteza unghiulară a rigidului.

Observație. În general, energia cinetică este o funcție de timp, așa încît valorile ei la două momente diferite, t_1 și t_2 ($t_2 > t_1$), vor fi în general diferite între ele. Să notăm cu E_1 și E_2 valorile energiei cinetice E la momentele t_1, respectiv t_2. Diferența

$$E_2 - E_1$$

se numește *variația energiei cinetice a* solidului rigid în intervalul de timp de la t_1 la t_2.

2. Teorema energiei cinetice: Variația energiei cinetice a unui solid rigid în mișcare, între două poziții diferite, este egală cu lucrul mecanic efectuat de forțele care acționează asupra solidului între aceste două poziții (se consideră inclusă și forța de frecare).

a) În cazul cînd solidul are o mișcare de translație, avînd viteza v_1 la timpul t_1, respectiv v_2 la t_2 forțele care acționează asupra corpului efectuează în această deplasare l un lucru mecanic $L_{1,2}$. Teorema energiei cinetice se exprimă în acest caz prin relația

$$L_{1,2} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2. \tag{30}$$

b) În cazul cînd solidul rigid execută o mișcare de rotație, la momentele t_1 și t_2 avînd vitezele unghiulare ω_1 respectiv ω_2, teorema energiei cinetice se scrie

$$L_{1,2} = \frac{1}{2} J_\Delta \omega_2^2 - \frac{1}{2} J_\Delta \omega_1^2 \tag{31}$$

unde J_Δ este momentul de inerție al corpului față de axa de rotație.

c) În mișcarea generală a unui solid rigid, energia sa cinetică este egală cu suma dintre energia cinetică a centrului maselor în care a fost concentrată masa rigidului, și energia cinetică în mișcare de rotație a corpului în jurul centrului său de greutate:

$$E = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} J_G \cdot \omega^2, \text{ (teorema lui Koenig)} \tag{32}$$

unde:

m — masa solidului rigid;
v_0 — viteza liniară a centrului de greutate;
ω — viteza unghiulară a corpului în mișcare de rotație în jurul axei care trece prin centrul de greutate;
J_G — momenul de inerție a corpului în raport cu axa care trece prin centrul de greutate.

Scanned with OKEN Scanner

3. **Energia potențială** (E_p) în cîmpul gravitațional, a unui corp avînd masa m, care este ridicat de la înălțimea $h = 0$ (planul orizontal de referință), la înălțimea h față de planul de referință se calculează cu formula

$$E_p = mgh. \tag{33}$$

APLICAȚII

Legea a II-a a lui Newton

1.32. Două corpuri A, B fiecare avînd masa M sînt legate între ele printr-un fir trecut peste un scripete cu axul fix. Pe unul din corpuri se pune masa suplimentară m (fig. 1.30). Să se determine:

a) accelerația cu care se vor mișca corpurile; *b)* tensiunea în fir în timpul mișcării; *c)* forța F care acționează asupra axului scripetelui; *d)* forța cu care corpul de masă m acționează asupra corpului de masă M.

Se vor neglija: masa scripetelui, greutatea firului, rezistența aerului și frecările scripetelui pe ax.

Rezolvare. Mișcarea sistemului este uniform accelerată, avînd accelerația a. Asupra corpului A acționează forța gravitației Mg și tensiunea firului T. Asupra corpului B acționează forța gravitației Mg, forța de apăsare f (datorită suprasarcinii m) și tensiunea firului T. Asupra suprasarcinii m acționează forța gravitației mg și forța de apăsare f din partea masei M.

Se scrie ecuația a II-a a lui Newton pentru fiecare din cele trei corpuri

$$\left.\begin{aligned} T - Mg &= Ma, \\ Mg + f - T &= Ma, \\ mg - f &= ma \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Rezolvînd acest sistem, se determină valorile a, T și f:

$$a = \frac{mg}{2M + m}, \tag{2}$$

$$T = \frac{2M(M + m)}{2M + m} g, \tag{3}$$

$$f = \frac{2Mm}{2M + m} g. \tag{4}$$

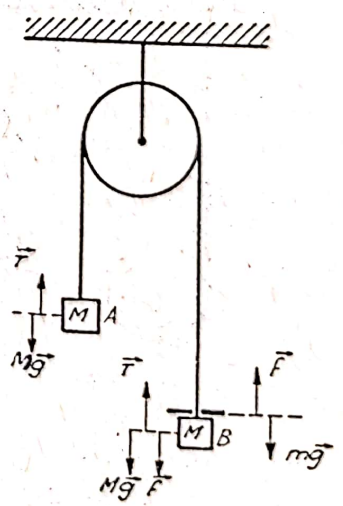


Fig. 1.30

Forța F care acționează asupra axului scripetelui este dublul tensiunii T

$$F = 2T.$$

1.83. Cu un scripete mobil se ridică un corp A_2 avînd greutatea G_2, întrebuinţînd pentru aceasta un corp A_1 avînd greutatea G_1. Care este acceleraţia pe care o capătă corpul A_1 şi care este tensiunea T în fir? Se vor neglija: frecările, greutatea firului şi a scripeţilor.

Aplicaţie. $G_1 = 29{,}4$ N; $G_2 = 39{,}2$ N.

Rezolvare. Fie a acceleraţia corpului A_1. Din figura 1.31 rezultă că acceleraţia corpului A_2 este $-\frac{a}{2}$. Notăm cu T tensiunea în fir.

Se scrie legea a II-a a lui Newton pentru fiecare corp în parte

$$m_1 g - T = m_1 a$$

$$m_2 g - 2T = -m_2 \frac{a}{2}.$$

Rezolvînd acest sistem de ecuaţii, se obţine

$$a = \frac{2(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2} g.$$

$$T = \frac{3m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2}.$$

Aplicaţie: $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 4$ kg

$$a = \frac{2(2 \times 2 - 4)}{4 \times 3 + 4} 9{,}8 = 2{,}45 \text{ m/s}^2;$$

$$T = \frac{3 \times 3 \times 4 \times 9{,}8}{4 \times 3 + 4} = \frac{9 \times 9{,}8}{4} \text{N} \approx 22 \text{ N}.$$

1.84. Să se calculeze spaţiul parcurs şi viteza obţinută de un corp greu care se deplasează datorită greutăţii proprii timp de 20 s pe un plan înclinat cu 15° faţă de planul orizontal, neglijînd frecarea.

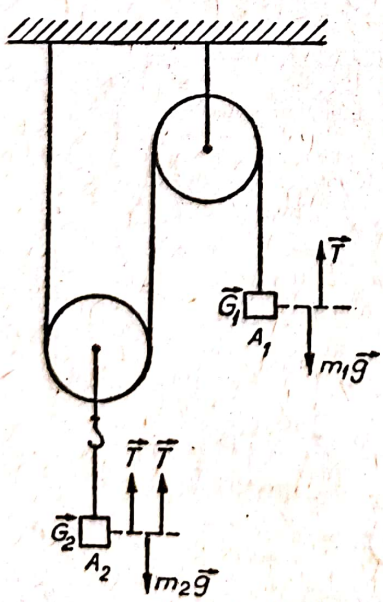


Fig. 1.31

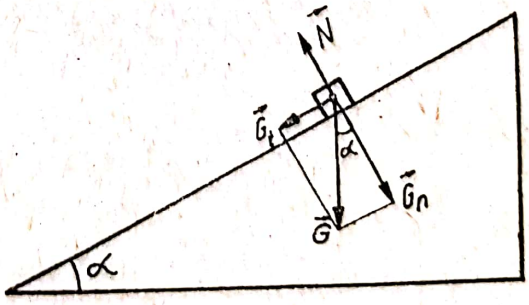


Fig. 1.32

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare. Asupra corpului acționează următoarele forțe: greutatea G și forța de reacțiune N a planului înclinat. Cele două componente ale greutății după linia de cea mai mare pantă a planului, care face unghiul $\alpha = 15°$ cu planul orizontal și după normala la plan, sînt (fig. 1.32):

$$G_t = G \sin \alpha = mg \sin \alpha, \quad G_n = N = G \cos \alpha = mg \cos \alpha. \tag{1}$$

Ultima ține numai corpul lipit de plan, iar prima este forța motrice care imprimă corpului o mișcare uniform accelerată de-a lungul liniei de cea mai mare pantă, aleasă ca axă Ox.

Ecuația mișcării se scrie

$$x = \frac{1}{2} at^2. \tag{2}$$

Accelerația mișcării se determină cu legea a II-a a lui Newton

$$ma = mg \sin \alpha \Rightarrow a = g \sin \alpha. \tag{3}$$

Ținînd seamă de (3), ecuația (2) se scrie

$$x = \frac{1}{2} gt^2 \sin \alpha. \tag{4}$$

În cazul numeric se obține

$$x = \frac{1}{2} \times 9{,}8 \times 20^2 \times 0{,}259 = 507{,}64 \text{ m}.$$

$$v = gt \sin \alpha = 9{,}8 \times 20 \times 0{,}259 = 50{,}764 \text{ m/s}.$$

1.85. Două corpuri A și B, avînd fiecare masa de 100 g, sînt suspendate de cele două capete ale firului unei mașini Atwood.

Deasupra corpului A, plasat la diviziunea zero a riglei gradate, se pune un corp C cu masa $m = 10$ g; sub acțiunea acestei suprasarcini și a unei viteze inițiale $v_0 = 20$ cm/s dată corpului A și dirijată vertical de sus în jos, sistemul se pune în mișcare. După ce a parcurs o lungime de 1 m, corpul B animat de o mișcare verticală de jos în sus, trece printr-un inel și se încarcă cu un corp adițional avînd masa $m = 30$ g. Se cer: *a)* spațiul parcurs de corpul A pînă cînd sistemul se oprește; *b)* timpul folosit pentru a parcurge acest spațiu (socotit de la originea mișcării inițiale); *c)* după cît timp (socotit de la originea mișcării inițiale) sistemul va trece din nou prin poziția punctului de plecare. Accelerația gravitației $g = 980$ cm/s^2. Se neglijează masa firului, a scripetelui și frecarea.

Rezolvare. *a)* Din momentul inițial și pînă cînd corpul A străbate spațiul $h = 100$ cm, asupra corpului A acționează forțele (fig. 1.33) Mg, mg și tensiunea firului T_1. Asupra corpului B acționează forțele Mg

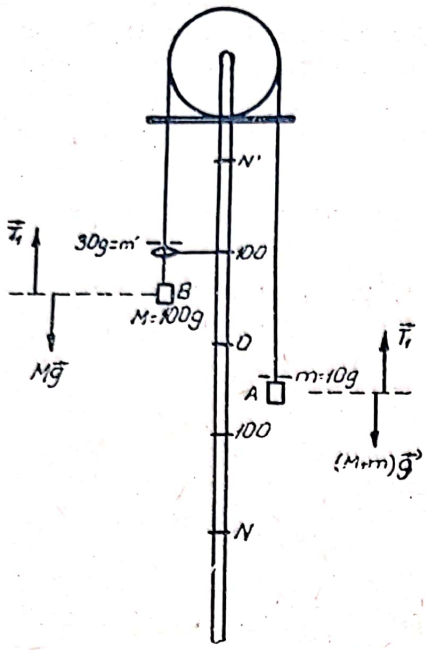


Fig. 1.33

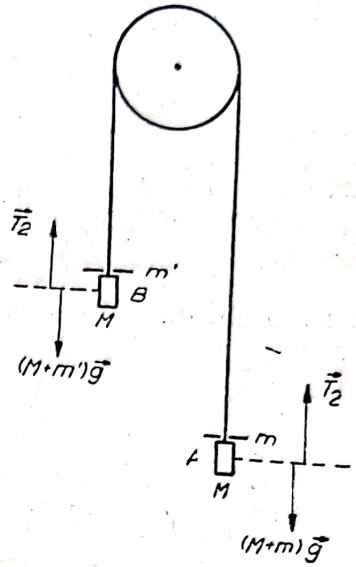


Fig. 1.34

și tensiunea firului T_1. Notînd cu a_1 accelerația mișcării și scriind legea a II-a lui Newton pentru A și B, se obține

$$(M+m)g - T_1 = (M+m)\,a_1 \qquad (A) \qquad (1)$$

$$T_1 - Mg = Ma_1 \qquad (B) \qquad (2)$$

de unde, rezolvînd sistemul,

$$a_1 = \frac{m}{2M+m}\,g = \frac{10}{2\times 100+10}\,980 \approx 46{,}6 \text{ cm/s}^2. \qquad (3)$$

Ecuațiile mișcării sistemului pentru această porțiune de drum sînt

$$v_1 = v_0 + a_1 t_1 \qquad (4)$$

$$h_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2}\,a_1 t_1^2. \qquad (5)$$

Înlocuind valorile numerice și rezolvînd sistemul, se obține

$$t_1 \approx 1{,}7 \text{ s}, \quad v_1 \approx 98{,}4 \text{ cm/s}. \qquad (6)$$

Din momentul în care corpul B se încarcă cu corpul suplimentar cu masa $m' = 30$ g, sistemul are o mișcare uniform încetinită pînă cînd se va opri. Fie t_2 acest timp. În acest caz, asupra corpului A acționează forțele Mg, mg și tensiunea firului T_2; asupra corpului B acționează forțele Mg, $m'g$ și T_2 (fig. 1.34).

Scriind legea a II-a a lui Newton pentru corpurile A și B, în această situație, se obține sistemul de ecuații:

$$(M+m)\,g - T_2 = (M+m)\,a_2 \qquad (A) \qquad (7)$$

$$T_2 - (M+m')\,g = (M+m')\,a_2 \qquad (B) \qquad (8)$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvînd sistemul, se obţine

$$a_2 = -\frac{m' - m}{2M + m + m'}\,g = -\frac{30 - 10}{2 \times 100 + 10 + 30}\,980 \approx -81{,}6 \text{ cm/s}^2. \quad (9)$$

Ecuaţiile mişcării sistemului sînt

$$v_2 = v_1 + a_2 t_2 \quad (10)$$

$$h_2 = v_1 t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2. \quad (11)$$

Timpul după care sistemul se opreşte este dat de ecuaţia

$$t_2 = -\frac{v_1}{a_2} = -\frac{98{,}4}{-81{,}6} \approx 1{,}2 \text{ s}. \quad (12)$$

Ţinînd seama de (12), din relaţia (11) se obţine spaţiul maxim

$$h_{2\,max} = v_1\left(\frac{-v_1}{a_2}\right) + \frac{1}{2} a_2 \left(\frac{v_1}{a_2}\right)^2 = -\frac{v_1^2}{2a_2} = \frac{98{,}4^2}{2 \times 81{,}6} \approx 59{,}3 \text{ cm}.$$

Deci, spaţiul parcurs de corpul A pînă cînd sistemul se opreşte este

$$h = h_1 + h_{2max} = 100 + 59{,}3 \text{ cm} = 159{,}3 \text{ cm}. \quad (13)$$

b) Timpul folosit pentru a parcurge acest spaţiu este

$$t = t_1 + t_2 \approx 1{,}7 + 1{,}2 = 2{,}9 \text{ s}. \quad (14)$$

c) Fie t_3 timpul în care corpul B, pornind din poziţia maximă, ajunge în poziţia iniţială. Fie a_3 acceleraţia mişcării. Deoarece forţele care acţionează asupra corpurilor A şi B sînt aceleaşi ca în cazul b, rezultă $a_3 = -a_2 = 81{,}6$ cm/s².

Timpul t_3 se determină din ecuaţia spaţiului

$$h_3 = \frac{1}{2} a_3 t_3^2;\ (h_3 = h_1 + h_{2\,max} = 159{,}3 \text{ cm}), \quad (15)$$

de unde, pentru $t_3 \in R_+$,

$$t_3 = \sqrt{\frac{2h_3}{a_3}} = \sqrt{\frac{2 \times 159{,}3}{81{,}6}} \approx 2 \text{ s}. \quad (16)$$

Deci, timpul t' în care sistemul pornind din poziţia iniţială ajunge din nou în această poziţie este

$$t' = t_1 + t_2 + t_3 \approx 1{,}7 + 1{,}2 + 2 = 4{,}9 \text{ s}.$$

1.86. Care este forţa de inerţie care trebuie învinsă pentru ca o locomotivă de $2 \cdot 10^6$N greutate, pornind din repaus cu o mişcare uniform accelerată să atingă, pe distanţa de 1 200 m, viteza $v = 36$ km/h?

R. 8 333 N

1.87. Un corp capătă, sub acţiunea unei forţe de 20 N, o acceleraţie de 1,5 m/s². Ce acceleraţie va căpăta acelaşi corp sub acţiunea unei forţe de 32 N?

R. 2,4 m/s²

Scanned with OKEN Scanner

1.88. Un corp cu greutatea $G = 20$ N cade liber în timpul $t_1 = 2$ s. La sfîrşitul acestui interval de timp, începe să acţioneze asupra lui, pe verticală în sus, o forţă F, oprind corpul după timpul $t_2 = 5$ s. Să se calculeze: *a)* viteza v_1 a corpului la sfîrşitul lui t_1; *b)* valoarea forţei F; *c)* spaţiul total parcurs de corp. (Se va considera $g = 10$ m/s²).

R. *a)* $v_1 = gt_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; *b)* $F = G\left(1 + \frac{t_1}{t_2}\right) = 28$ N;

c) $s = \frac{g}{2} t_1(t_1 + t_2) = 70$ m

1.89. Fie g_P, g_L, g_S acceleraţiile unui corp în căderea liberă la suprafaţa Pămîntului, Lunii şi Soarelui. Ştiind că $g_L = 0{,}16\ g_P$, $g_S = 27{,}8\ g_P$, să se afle greutatea a 1 m³ dintr-un corp cu densitatea de 10^3 kg /m³, la suprafaţa Lunii şi a Soarelui. (Se va considera $g_P = 10$ m/s²).

R. $G_L = \frac{g_L}{g_P} G_P = 1\,600$ N

$G_S = \frac{g_S}{g_P} G_P = 278\,000$ N

1.90. Greutatea unui corp pe Pămînt este 100 N, iar pe Lună 16 N. Care este acceleraţia gravitaţiei pe Lună, socotind că pe Pămînt este $g_P = 9{,}8$ m/s².

R. $g_L = 1{,}568$ m/s²

1.91. La extremităţile unui fir flexibil, trecut peste un scripete, se atîrnă două corpuri avînd masele de cîte 200 g fiecare, sistemul fiind în echilibru. Se adaugă apoi pe unul din corpuri un corp avînd masa de 12 g şi astfel sistemul se pune în mişcare. Să se găsească acceleraţia mişcării, neglijînd greutatea firului şi frecarea scripetelui. Să se determine greutatea suplimentară care ar fi trebuit să se adauge pentru ca sistemul să capete acceleraţiile

$$a_1 = \frac{1}{10} g, \quad a_2 = \frac{1}{100} g.$$

Se va considera $g = 10$ m/s².

R. $a = 0{,}291$ m/s²; $G_1 = \frac{4}{9}$ N $= 0,\ (4)$ N;

$G_1 = \frac{4}{99}$ N $= 0,\ (04)$ N

1.92. Un biciclist porneşte din repaus cu mişcare uniform accelerată şi atinge după 30 m de mers viteza $v = 10{,}8$ km/h. Se cer: *a)* acceleraţia mişcării; *b)* timpul în care a parcurs distanţa de 30 m; *c)* forţa de inerţie pe care trebuie s-o învingă biciclistul. Greutatea bicicletei şi a biciclistului este de 800 N. (Se va lua $g = 10$ m/s²).

R. $a = 0{,}15$ m/s²; $t = 20$ s; $F = 12$ N

Scanned with OKEN Scanner

1.93. Un tren avînd 40 vagoane a 12 t fiecare pornește din repaus și ajunge după 120 s la viteza de 54 km/h. Ce forță suplimentară (forță de inerție) se dezvoltă la pornire, la cîrligul locomotivei?

R. 60 kN

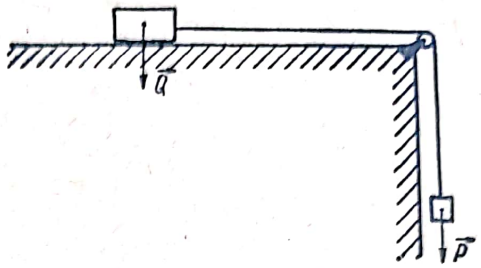


Fig. 1.35

1.94. Corpurile de greutăți Q și P sînt legate printr-un fir, așa cum este indicat în fig. 1.35. Care este accelerația mișcării corpului Q dacă coeficientul său de frecare pe suprafața mesei este μ ? Care este tensiunea în firul care leagă cele două corpuri? Se va neglija greutatea firului; masa plană este orizontală.

R. $a = \dfrac{P - \mu Q}{P + Q} g$; $T = \dfrac{PQ}{P + Q}(1 + \mu)$

1.95. Două corpuri avînd greutățile $G_1 = 1$ N, $G_2 = 2$ N sînt legate între ele printr-un fir trecut peste un scripete fix. La momentul inițial, distanța dintre centrele de greutate ale acestor corpuri este $h = 1$ m. După cît timp de la începutul mișcării centrele de greutate vor fi la aceeași înălțime? Se vor neglija: masa scripetelui, greutatea firului și rezistența aerului.

R. $t = \sqrt{\dfrac{h(G_1 + G_2)}{g(G_2 - G_1)}} \approx 0{,}55$ s

1.96. Lungimea țevii unei puști este 0,7 m, iar viteza glonțului la ieșire este 700 m/s. Masa glontelui este 60 g și forța exercitată de gaze asupra glonțului este constantă. Să se calculeze forța exercitată de gaze asupra glonțului și timpul în care glonțul străbate interiorul țevii.

R. 21 000 N = 21 kN; $t = 2 \cdot 10^{-3}$ s

1.97. Un corp coboară pe un plan înclinat și parcurge 30 m în 6 s. Să se afle înclinarea planului față de un plan orizontal și viteza la care ajunge mobilul, neglijînd frecarea.

R. $\sin \alpha = 0{,}17 \rightarrow \alpha \approx 9°50'$; $v = 10$ m/s

Densitatea și greutatea specifică a corpurilor

1.98. O sferă de fier, goală în interior, cîntărește 1,2 kg. Densitatea ei $\rho = \dfrac{\text{masa}}{V_{exterior}}$ este $4 \dfrac{g}{cm^3}$. Care este grosimea peretelui sferei de fier?

Scanned with OKEN Scanner

R e z o l v a r e. Densitatea este raportul dintre masa sferei și volumul ocupat de fier (inclusiv golul din interiorul sferei).

Vom nota:

masa sferei $m = 1{,}2 \text{ kg} = 1\,200 \text{ g}$;

densitatea sferei $\rho = 4 \text{ g/cm}^3$;

densitatea fierului $\rho_{Fe} = 7{,}8 \text{ g/cm}^3$.

Dacă notăm cu V volumul sferei, se poate scrie

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{1\,200}{4} = 300 \text{ cm}^3.$$

Din formula care dă volumul sferei se obține

$$R^3 = \frac{3V}{4\pi} = \frac{3 \times 300}{4\pi} = 71{,}656 \text{ cm},$$

de unde

$$R = 4{,}14 \text{ cm}.$$

Dacă notăm cu a grosimea peretelui (fig. 1. 36), scriem

$$\left[\frac{4\pi R^3}{3} - \frac{4\pi(R-a)^3}{3}\right]\rho_{Fe} = m,$$

de unde

$$(R-a)^3 = R^3 - \frac{3m}{4\pi\rho_{Fe}}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține

$$(R-a)^3 = 71{,}656 - \frac{3 \times 1\,200}{4 \times 3{,}14 \times 7{,}8} = 34{,}910 \text{ cm}^3$$

de unde, pentru $a \in R_+$,

$$a = 4{,}14 - 3{,}26 = 0{,}88 \text{ cm} = 8{,}8 \text{ mm}$$

$$R - a \approx 3{,}26 \text{ cm}.$$

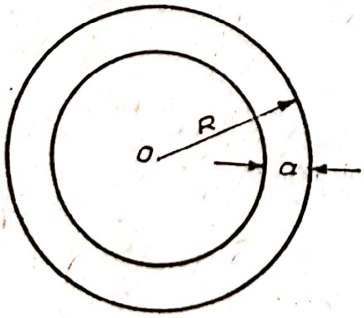


Fig. 1.36

1.99. Să se calculeze densitatea cuprului, știind că o bucată de cupru de volum 120 cm³ are 1,068 kg.

R. 8,9 g/cm³

1.100. Să se calculeze greutatea unei bîrne de lemn de stejar, cu lungimea de 3 m și aria secțiunii de 40 cm².

R. 82,32 N

Scanned with OKEN Scanner

1.101. O șină de fier care se aplică pe roata unei căruțe este lată de 7 cm și groasă de 8 mm. Care este raza roții dacă șina cîntărește 8,3 kg?

R. 0,3 m

1.102. O bucată de lemn de brad cîntărește 750 g. Cît cîntărește o bucată de fier care are același volum?

R. 9,750 kg

1.103. Un model de fontă cu volumul exterior 5 600 cm^3 cîntărește 38,2 kg. Să se constate dacă există goluri în fontă și care este volumul total al acestor goluri.

R. 331 cm^3

Forța de frecare

1.104. Un automobil cu masa 1 200 kg dezvoltă o forță de tracțiune $F = 1\,272$ N. El pornește din repaus pe o șosea asfaltată, cu un coeficient de frecare $\mu = 0{,}01$. După cît timp de la pornire atinge viteza de 54 km/h?

Rezolvare. Asupra automobilului acționează două forțe: F și F_f. Ecuația lui Newton se poate scrie deci

$$F - F_f = ma, \tag{1}$$

unde

$$F_f = \mu G = 0{,}01 \times 1\,200 \times 9{,}8\ \text{N} = 147\ \text{N}.$$

Înlocuind în ecuația (1) mărimile cunoscute, se obține

$$a = \frac{F - F_f}{m} = \frac{1\,272 - 147}{1\,200} = \frac{1\,125}{1\,200} = \frac{45}{48}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Mișcarea fiind uniform accelerată,

$$v = at. \tag{2}$$

Dar

$$v = 54\ \text{km/h} = 15\ \text{m/s}$$

deci

$$t = \frac{v}{a} = \frac{15 \times 48}{45} = 16\ \text{s}.$$

1.105. Un mobil alunecă pe o pantă, lungimea ei fiind 20 m. Coeficientul de frecare pe plan fiind $\mu = 0{,}2$, să se determine:

a) în cît timp mobilul alunecînd pe pantă o parcurge în întregime, știind că proiecția ei pe verticală este 12 m;

b) cu ce viteză ajunge mobilul în punctul cel mai de jos al pantei.

Scanned with OKEN Scanner

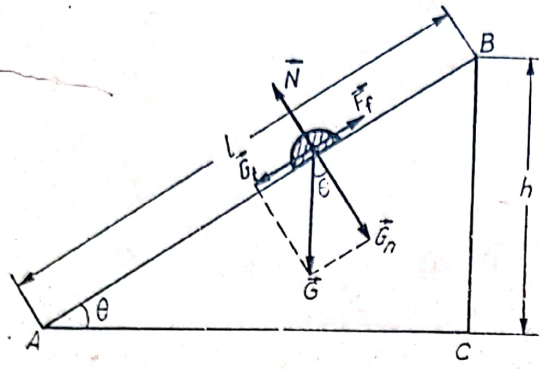


Fig. 1.37

Rezolvare. *a)* Asupra mobilului acționează următoarele forțe: greutatea sa $\vec{G}$, reacțiunea $\vec{N}$ a planului și forța de frecare $\vec{F}_f$ care se opune mișcării. Forța G se descompune în două componente (fig. 1.37) : una de-a lungul planului G_t, iar alta normală la plan G_n care este anulată de reacțiunea N a planului. Notînd cu m masa mobilului și cu a accelerația lui, legea a II-a a lui Newton se scrie

$$ma = G_t - F_f \tag{1}$$

sau

$$ma = mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta$$

de unde, împărțind cu m

$$a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta). \tag{2}$$

Din figură rezultă

$$\sin \theta = \frac{h}{l}, \quad \cos \theta = \frac{1}{l}\sqrt{l^2 - h^2}; \tag{3}$$

și relația (2) devine

$$a = \frac{g}{l}(h - \mu\sqrt{l^2 - h^2}). \tag{4}$$

Mișcarea fiind uniform accelerată fără viteză inițială,

$$t = \sqrt{\frac{2l}{a}} = l\sqrt{\frac{2}{g(h - \mu\sqrt{l^2 - h^2})}}. \tag{5}$$

Înlocuind valorile numerice, se obține

$$t = 20\sqrt{\frac{2}{9{,}8(12 - 0{,}2\sqrt{400 - 144})}} = 2{,}7 \text{ s}.$$

b) Viteza mobilului cînd ajunge în A este

$$v = at = \sqrt{2g(h - \mu\sqrt{l^2 - h^2})} = \sqrt{2 \times 9{,}8(12 - 0{,}2 \times 16)} \approx 13{,}15 \text{ m/s}.$$

1.106. Un tren cu masa totală 120 000 kg ajunge la viteza de 54 km/h în timp de 40 s. Cît de mare trebuie să fie forța de tracțiune a locomotivei dacă se consideră forța de frecare la roți egală cu $\frac{4}{1\,000}$ din greutatea trenului?

Se va considera $g = 10$ m/s².

R. 49 800 N

Scanned with OKEN Scanner

1.107. Greutatea unui tren este $G = 3 \cdot 10^7$ N. Coeficientul de frecare $\mu = 0{,}02$. Care trebuie să fie forța de tracțiune a locomotivei, pentru ca trenul să aibă viteza de 36 km/h, după 10 min de la începerea mișcării. Mișcarea se face pe drum orizontal.

R. $F = \left(\frac{v}{g \cdot t} + \mu\right) G = 650$ kN

1.108. Un tren merge cu viteza de 36 km/h. Dacă trenul este frînat brusc, să se determine distanța pe care trenul o va parcurge patinînd pînă în momentul în care se va opri, coeficientul de frecare de alunecare între roți și șine fiind 0,15.

R. $s = \frac{v_0^2}{2\mu g} = 34$ m.

1.109. Un corp de secțiune circulară, avînd masa 1 000 kg este urcat prin rostogolire pe o platformă cu ajutorul unui plan înclinat care are lungimea 5 m și înălțimea 1 m, coeficientul de frecare la rostogolire fiind 0,02. Să se determine forța necesară în cazul unei ridicări uniforme.

R. $F = G(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 2\,176$ N

Teorema impulsului

1.110. La un proiectil de 4,5 g și 7 mm diametru, presiunea medie a gazelor este 6 000 N/cm², iar durata mișcării proiectilului în țeava armei este $\frac{2}{1\,000}$ s. Se cere viteza la ieșirea din țeavă.

Rezolvare. Se aplică teorema impulsului.

Din relația

$$p = \frac{F}{S}$$

rezultă

$$F = pS = 6000 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\pi\, 0{,}7^2}{4} \text{cm}^2 \approx 2\,310 \text{ N}.$$

Teorema impulsului se scrie

$$F \cdot t = mv \text{ deoarece } v_0 = 0.$$

Deci

$$v = \frac{F \cdot t}{m} = \frac{2\,310 \times \frac{2}{1\,000}}{4{,}5 \cdot 10^{-3}} \approx 515 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Scanned with OKEN Scanner

1.111. Între două bărci care se află pe un lac este întinsă o frînghie. Omul aflat în prima barcă trage de frînghie cu o forță constantă $F = 50$ N. Să se determine viteza cu care se va deplasa prima barcă față de mal și față de a doua barcă la 5 s după ce a început tragerea de frînghie. Masa primei bărci (inclusiv omul) este $m_1 = 250$ kg, a celei de a doua bărci este $m_2 = 500$ kg. Rezistența apei se va neglija. Se va considera $g = 10$ m/s².

Rezolvare. *Soluția I.* Fiecare barcă primește un impuls egal cu

$$F \cdot t = 50 \times 5 = 250 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Prin acest impuls, prima barcă primește o viteză față de mal egală cu $v_1 = \frac{F \cdot t}{m_1}$, iar a doua egală cu $v_2 = \frac{F \cdot t}{m_2}$.

Viteza primei bărci față de a doua este egală cu $v = v_1 + v_2$. Se obține

$$v_1 = \frac{50 \cdot 5}{250} = 1 \text{ m/s}; \qquad v_2 = \frac{50 \cdot 5}{500} = 0{,}5 \text{ m/s}$$

$$v = v_1 + v_2 = 1{,}5 \text{ m/s}.$$

Soluția II. Asupra primei bărci acționează forța $F = 50$ N. Legea a II-a a lui Newton ne dă:

$$a_1 = \frac{F}{m_1} = \frac{50}{250} = 0{,}2 \text{ m/s}^2.$$

Viteza primei bărci va fi

$$v_1 = a_1 t = 0{,}2 \times 5 = 1 \text{ m/s}.$$

La fel se obține pentru barca a doua $v_2 = 0{,}5$ m/s.

1.112. O bilă de masă m se lovește cu viteza v de un perete, direcția vitezei fiind perpendiculară pe perete. După lovire, ea are viteza egală ca mărime, dar sensul este contrar. Să se determine valoarea impulsului dat de perete bilei. Cu ce forță medie a acționat bila asupra peretelui, dacă lovitura a durat t s ?

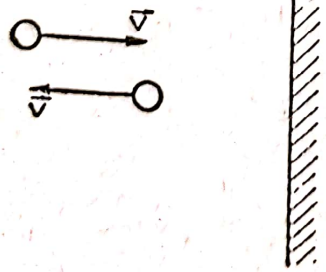


Fig. 1.38

Rezolvare. Conform teoremei impulsului se poate scrie

$$\frac{m\bar{v}_2 - m\bar{v}_1}{t} = \bar{F} \qquad (1)$$

unde $m\bar{v}_2$ este impulsul bilei după lovire, iar $m\bar{v}_1$ impulsul bilei pînă la lovire (fig. 1.38).

Deoarece după lovire, vectorul impuls și-a schimbat sensul păstrîndu-și valoarea, ecuația (1) devine:

$$\bar{F}t = -2m\bar{v}, \qquad (2)$$

Scanned with OKEN Scanner

de unde

$$\bar{F} = \frac{-2m\bar{v}}{t}. \qquad (3)$$

Deci vectorul impuls are valoarea $2\,mv$ și sensul dinspre perete.

1.113. Un glonț de pușcă cîntărește 6 g și are diametrul 8 mm; timpul în care glonțul parcurge țeava puștii este $\frac{1}{1\,000}$ s, iar la ieșirea din țeavă are viteza de 425 m/s. Să se afle forța cu care acționează gazele asupra glonțului și presiunea mijlocie pe centimetru pătrat de secțiune a glonțului.

R. $F = 2\,550$ N; $p \approx 5\,050$ N/cm².

1.114. Asupra unui corp a acționat o forță $F = 50$ N timp de $t = 10$ s. Să se afle masa corpului, dacă variația vitezei — rezultat al acțiunii acestei forțe — este $\Delta v = 5$ m/s.

R. $m = \frac{F \cdot t}{\Delta v} = 100$ kg.

1.115. Un corp începe să se miște rectiliniu pe o suprafață orizontală lucie pornind din starea de repaus sub acțiunea forței $F = 50$ N, și după 10 s atinge viteza $v = 4$ m/s. Să se determine masa acestui corp.

R. $m = \frac{Ft}{v} = 125$ kg.

1.116. Un ciocan cu aer comprimat are greutatea pistonului $G = 10$ N. Suprafața din spate a pistonului pe care acționează presiunea aerului comprimat este $A = 8$ cm². Timpul cît durează o lovitură cu acest ciocan este $t = 0{,}03$ s. În acest timp presiunea medie pe spatele pistonului este $6 \cdot 10^5$ N/m², iar forța din fața pistonului $F_0 = 4$ N. Viteza reală, așa cum s-a obținut din diagramă, este $v_r = 13$ m/s. Să se afle viteza finală v_f și randamentul ciocanului.

R. $v = \frac{g(pA - F_0)t}{G} = 1{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $\eta = \left(\frac{v_r}{v_t}\right)^2 \approx 0{,}86$

1.117. Un cilindru masiv cu diametrul 20 cm și masa totală 40 kg se poate roti în jurul axei sale de simetrie. La periferia cilindrului acționează tangențial o forță de 10 N, timp de 30 s. Presupunînd că mișcarea se face fără frecare, să se calculeze viteza unghiulară a cilindrului și viteza periferică la momentul $t = 30$ s.

R. 150 rad/s; 15 m/s

Legea conservării impulsului

1.118. Două bărci avînd masele respective M_1, M_2 se mișcă pe apa liniștită a unui lac una spre alta, avînd direcții de mers paralele, cu vitezele v_1, respectiv v_2. Cînd au ajuns una în dreptul celeilalte, de pe prima

barcă s-a aruncat în cea de a doua barcă cu viteza v_1', față de prima barcă (v'_1 avînd direcția de mișcare a bărcilor) o încărcătură avînd masa m. După aceasta, barca a doua a continuat să se deplaseze pe aceeași direcție cu v_2'. Să se determine viteza v_2' a celei de a doua bărci.

Se consideră că mișcările se fac fără frecare.

Cazuri particulare:

a) $M_1 = 500$ kg, $M_2 = 400$ kg, $m = 60$ kg

$$v_1 = 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}},\ v_2 = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}},\ v_1' = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ și avînd sensul lui v_1;

b) aceleași date ca la *a)*, dar $v_1' = 0$ (încărcătura este aruncată pe barca a doua cu viteza primei bărci);

c) aceleași date ca la *a)* dar v_1' avînd sensul lui v_2;

d) cît ar trebui să fie v_1' ca barca a doua să se oprească?

Aplicație numerică: datele de la *a)* în afară de $M_2 = 300$ kg și $m = 100$ kg.

e) Cît ar trebui să fie masa m ca în condițiile de la *a)* și $v_1' = 3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ barca a doua să aibă viteza $v_2' = 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$?

Rezolvare. Pentru determinarea vitezei v_2' se aplică legea conservării impulsului pentru cea de a doua barcă și anume înainte și după aruncarea încărcăturii pe această barcă:

$$M_2 v_2 - (v_1 + v_1')\,m = (M_2 + m)v_2' \tag{1}$$

de unde

$$v_2' = \frac{M_2 v_2 - m(v_1 + v_1')}{M_2 + m}. \tag{2}$$

Cazuri particulare:

a) $$v_2' = \frac{400 \cdot 5 - 60\,(6 + 2)}{400 + 60} \approx 3{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) $$v_2' = \frac{M_2 v_2 - m v_1}{M_2 + m} = \frac{400 \cdot 5 + 60 \cdot 6}{460} \approx 3{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

c) în formula (2) se va înlocui $v_1' = -2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$; se obține

$$v_2' = \frac{400 \cdot 5 - 60\,(6 - 2)}{400 + 60} \approx 3{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

d) Punînd condiția $v_2' = 0$ rezultă din relația (2)

$$M_2 v_2 - m(v_1 + v_1') = 0 \tag{3}$$

de unde

$$v_1' = \frac{M_2 v_2 - m v_1}{m}. \qquad (4)$$

Aplicația numerică

$$v_1' = \frac{300 \cdot 5 - 100 \cdot 6}{100} = 9 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

e) Din relația (1) rezultă

$$m = \frac{M_2(v_2 - v_2')}{v_1 + v_1' + v_2'}.$$

Înlocuind valorile numerice se obține

$$m = \frac{400 \cdot (5 - 1)}{6 + 3 + 1} = \frac{1\,600}{10} = 160 \text{ kg}.$$

1.119. O rachetă consumă în timpul fiecărei explozii $m = 300$ g combustibil, viteza de evacuare a gazelor în timpul funcționării fiind $v = 1\,000$ m/s față de rachetă.

Ce viteză va avea racheta la sfîrșitul exploziei a treia: dar la sfîrșitul exploziei a N-a?

Care este viteza rachetei la sfîrșitul primei secunde, știind că în motorul rachetei se produc 20 explozii pe secundă? Masa rachetei (inclusiv combustibilul) în momentul inițial este $M = 600$ kg; racheta pornește din repaus. Se neglijează rezistența aerului. Se neglijează acțiunea Pămîntului.

Rezolvare. Fie v_1 viteza rachetei după evacuarea primei doze de gaze; v_2 — viteza după a doua doză și v_N — după a N-a doză.

Se aplică legea conservării impulsului.

După evacuarea primei doze de gaze (fig. 1.39, *a*)

$$M \cdot 0 = (M - m)\, v_1 - mv, \qquad (1)$$

$$v_1 = \frac{mv}{M - m}. \qquad (2)$$

După evacuarea celei de a doua doze de gaze (fig. 1.39, *b*)

$$(M - m)v_1 = (M - 2m)v_2 - mv \qquad (3)$$

și ținînd seama de (2), se obține

$$v_2 = \frac{2m}{M - 2m}. \qquad (4)$$

După evacuarea celei de a treia doze de gaze (fig. 1.39, *c*)

$$(M - 2m)v_2 = (M - 3m)v_3 - mv \qquad (5)$$

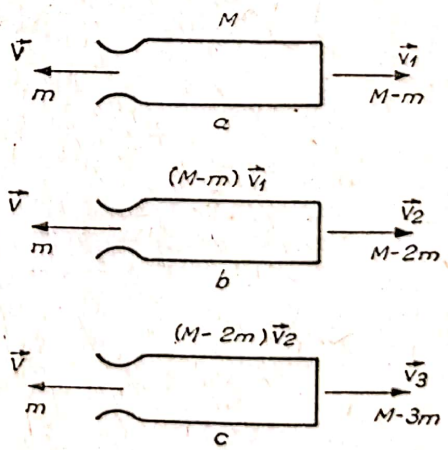


Fig. 1.39

și, ținînd seama de (4), se obține

$$v_3 = \frac{3mv}{M - 3m} = \frac{3 \times 300 \times 1\,000}{600\,000 - 3 \times 300} \approx 1{,}5 \text{ m/s}. \quad (6)$$

După evacuarea celei de a N-a doze, se obține viteza

$$v_N = \frac{N \cdot mv}{M - Nm}. \quad (7)$$

Viteza rachetei la sfîrșitul primei secunde se obține din (7) pentru $N = 20$.

$$v_{20} = \frac{20 \times 300 \times 1\,000}{600\,000 - 20 \times 300} = 10{,}1 \text{ m/s} = 36{,}4 \text{ km/h}:$$

1.120. Un corp cu masa $m = 2$ kg, aflat în repaus, este acționat pe timpul $t = 50$ s de o forță F, căpătînd un impuls $p = 100$ kgm/s. Să se calculeze: *a)* viteza corpului după cele 50 s; *b)* valoarea forței care acționează asupra corpului, dacă o cincime din ea este folosită pentru învingerea frecării; *c)* spațiul parcurs de corp în acest timp; *d)* randamentul forței.

R. *a)* $v = \frac{p}{m} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; *b)* $F = \frac{5mv}{4t} = 2{,}5$ N;

c) $s = \frac{vt}{2} = 1\,250$ m; *d)* $\eta = 0{,}8$.

1.121. Un vagonet cu masa $m = 1$ t este în repaus pe linie. El este ciocnit plastic de un alt vagonet de aceeași masă, care se mișcă cu viteza $v_2 = 5 \frac{m}{s}$. Forța de frecare fiind $F_f = 200$ N, să se calculeze: *a)* viteza vagonetelor după ciocnire; *b)* spațiul parcurs pînă la oprire; *c)* timpul cît durează mișcarea după ciocnire; *d)* coeficientul de frecare.

R. *a)* $v = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 2{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; *b)* $s = \frac{mv^2}{2F_f} = 31{,}25$ m;

c) $t = \frac{2s}{v} = 25$ s; *d)* $\mu = \frac{F_f}{(m_1 + m_2)g} = 0{,}0102$.

1.122. Un corp avînd greutatea P alunecă, fără frecare, pe o scîndură înclinată pe platforma unui vagon care se găsește în repaus. Să se determine viteza platformei (v_x) după ce corpul a căzut pe ea. Greutatea platformei este Q, înălțimea poziției inițiale a corpului deasupra nivelului platformei este h, iar unghiul de înclinare a scîndurii față de planul orizontal este α (fig. 1.40). Platforma se mișcă fără frecare (scîndura și axa longitudinală a vagonului se găsesc în același plan vertical).

R. $v_x = \frac{P\sqrt{2gh}}{p + Q} \cos \alpha$

Scanned with OKEN Scanner

1.123. Un glonț pleacă din țeava armei cu viteza de 860 m/s. Masa glontelui este 9,6 g, masa armei este $m_1 = 4{,}45$ kg. Să se determine viteza de recul a armei.

R. 1,85 m/s

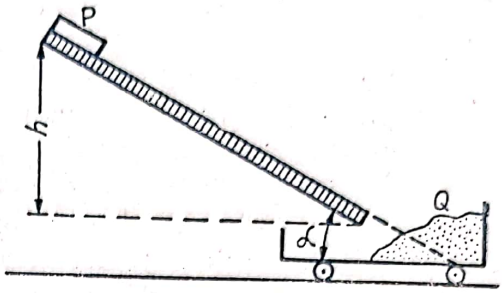


Fig. 1.40

1.124. Un tun fără dispozitiv de recul trage un proiectil cu viteza inițială $v_0 = 600$ m/s, făcînd un unghi de 30° cu planul orizontal. Masa proiectilului fiind $m = 8$ kg, iar masa tunului $M = 600$ kg, să se determine viteza de recul a tunului. Se vor neglija frecarea și rezistența aerului.

R. $v = \dfrac{mv_0 \cos \alpha}{M} = 6{,}92$ m/s

1.125. O rachetă cîntărește $M = 2$ kg (fără încărcătură); în timpul arderii încărcăturii din rachetă (practic instantaneu în momentul inițial), se aruncă $m = 200$ g gaze cu o viteză $v = 600$ m/s.

La ce distanță de la locul aruncării va cădea o astfel de rachetă, dacă viteza inițială face un unghi $\alpha = 45°$ față de planul orizontal? Se va neglija rezistența aerului.

R. $x = \left(\dfrac{m}{M}\right)^2 \cdot \dfrac{v^2}{g} \sin 2\alpha = 367$ m

1.126. Un muncitor avînd masa 70 kg, împinge cu o forță $F = 80$ N un vagonet de 500 kg pe un drum rectiliniu și orizontal. Vagonetul pornește din repaus uniform accelerat. După ce a parcurs 100 m muncitorul se aruncă pe vagonet cu viteza de 3 m/s față de vagonet. Să se calculeze după cît timp, începînd din acest moment, se oprește vagonetul, știind că coeficientul de frecare dintre roți și șine este 0,008. Se va considera $g = 10$ m/s².

R. $t = -\dfrac{a}{v} \approx 83$ s

Forța centripetă și forța centrifugă

1.127. O piatră, avînd masa de 3 kg este suspendată cu ajutorul unui cablu de 2 m lungime de un punct fix O și descrie cu mișcare uniformă un cerc în planul orizontal, făcînd o rotație completă în 2 s. Se cer: *a)* mărimea unghiului θ pe care-l face firul cu axa verticală ce trece prin O; *b)* mărimea forței centripete; *c)* forța de întindere T din fir.

Rezolvare. *Soluția I.* Vom rezolva problema considerînd ca sistem de referință sistemul de mișcare, și anume (fig. 1.41):

— axa Oy verticala prin O și avînd sensul pozitiv în jos;

Scanned with OKEN Scanner

— axa Ox perpendiculara în O pe Oy și fiind conținută în planul mobil yOP.

a) Pentru un observator solidar legat cu sistemul de axe mobil, forța centrifugă $\bar{F}_{cf}$ apare ca o forță reală care acționează asupra mobilului P având direcția și sensul axei Ox.

În aceste condiții, asupra pietrei P acționează următoarele forțe: greutatea sa $m\bar{g}$, forța centrifugă de inerție $\bar{F}_{cf}$ și reacțiunea firului $\bar{T}$. Condiția de echilibru relativ se scrie (fig. 1.41):

$$m\bar{g} + \bar{F}_{cf} + \bar{T} = 0, \tag{1}$$

unde forța centrifugă are valoarea $m\omega^2 r = m\omega^2 \cdot l \sin \theta$.

Ecuația (1) se mai scrie

$$\bar{T} = -(m\bar{g} + \bar{F}_{cf}), \tag{1'}$$

care ne spune că forța de întindere $\bar{T}$ din fir este egală și de sens contrar cu rezultanta $\bar{R}$ a forțelor $m\bar{g}$ și $\bar{F}_{cf}$. Din figură rezultă

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F_{cf}}{mg} = \frac{m\omega^2 l \sin \theta}{mg} = \frac{\omega^2 l \sin \theta}{g} \tag{2}$$

sau

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\omega^2 l \sin \theta}{g}. \tag{3}$$

Deoarece $\sin \theta \neq 0$, se împarte această relație cu $\sin \theta$ și se obține

$$\cos \theta = \frac{g}{\omega^2 l} = \frac{g}{4\pi^2 \nu^2 l}. \tag{4}$$

Înlocuind valorile numerice, se obține;

$$\cos \theta = \frac{9{,}8}{4 \times 3{,}14^2 \times 0{,}5^2 \times 2} = 0{,}5 \Rightarrow \theta = 60°.$$

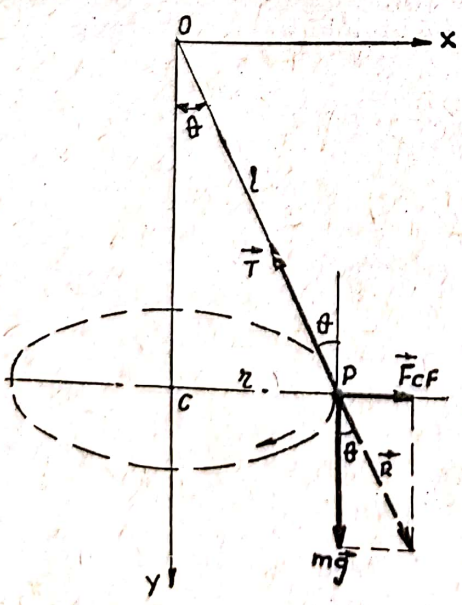


Fig. 1.41

b) Mărimea forței centripete este

$$F_{cp} = m\omega^2 \cdot l \sin \theta = m \cdot 4\pi^2 \nu^2 \cdot l \sin \theta \tag{5}$$

$$F_{cp} = 3 \times 4 \times 3{,}14^2 \times 0{,}5^2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} =$$

$$= 51 \text{ N}$$

c) Forța de întindere T din fir este:

$$T = m\omega^2 l = m4\pi^2 \cdot \nu^2 l \tag{6}$$

sau, în cazul numeric

$$T = 3 \times 4 \times 3{,}14^2 \times 0{,}5^2 \times 2 = 59 \text{ N}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Soluția II. Se va rezolva problema din punctul de vedere al unui observator care nu ia parte la mișcare.

Greutatea pietrei $m\bar{g}$ o descompunem în două componente și anume: una după direcția firului $\bar{R}$ și alta după direcția razei cercului de rotație, corespunzătoare acelui moment $\bar{F}_{cp}$ (fig. 1.42). Componenta de pe direcția firului este anulată de reacțiunea firului care este o forță egală și de sens contrar cu $\bar{R}$ (legea inerției). Deci, mișcarea pietrei se face ca și cînd asupra ei nu acționează decît componenta avînd direcția razei cercului la acel moment, care este tocmai forța centripetă $\bar{F}_{cp}$.

Din figură, rezultă:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{F_{cp}}{mg} = \frac{m\omega^2 l \sin\theta}{mg} = \frac{\omega^2 l \sin\theta}{g}$$

adică tocmai relația (2).

Observație. O rezolvare mai elegantă se obține proiectînd ecuația (1) pe axele mobile Ox și Oy. În acest caz se obține:

$$\left.\begin{aligned} m\omega^2 l \sin\theta - T\sin\theta &= 0 \\ mg - T\cos\theta &= 0 \end{aligned}\right\}. \qquad (7)$$

Împărțind prima ecuație din (7) cu $\sin\theta$, scoțînd valoarea lui T din această ecuație și înlocuind-o în ecuația doua, simplificînd apoi rezultatul cu m, se obține:

$$\omega^2 l \cos\theta = g,$$

adică tocmai relația (4).

1.128. O locomotivă parcurge un arc de curbă AB de formă circulară (fig. 1.43). Fie $R = 600$ m raza cercului din care face parte arcul AB și O centrul acestui cerc.

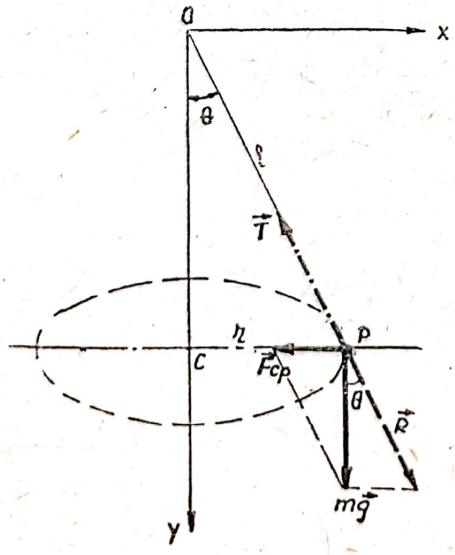


Fig. 1.42

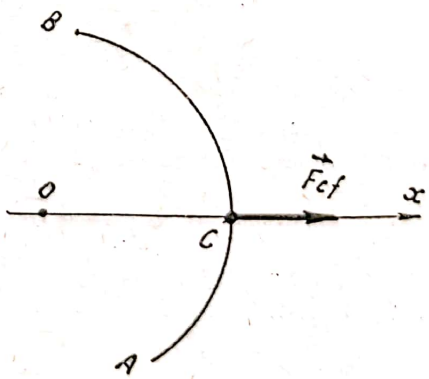


Fig. 1.43

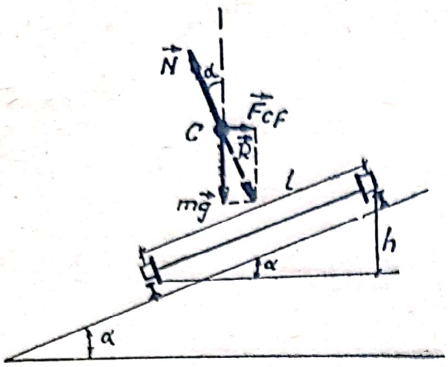


Fig. 1.44

Știind că viteza maximă a locomotivei în curbă este 54 km/h și ecartamentul liniei este $l = 1{,}45$ m, să se determine supraînălțarea h a șinei exterioare, așa încît rezultanta reacțiunilor șinelor asupra roților locomotivei să fie dirijată după normala la terasamentul liniei (pentru ca trenul să nu deraieze).

Rezolvare. Vom alege ca sistem de axe de coordonate sistemul xOy cu originea în O situată în planul cercului AB și anume:

— axa Ox dirijată după raza OC;

— axa Oy verticala prin O și avînd sensul pozitiv în jos.

Pentru un observator solidar legat cu sistemul de axe mobil, forța centrifugă $\vec{F}_{cf}$ apare ca o forță reală care acționează asupra locomotivei în punctul C, este dirijată pe raza vectoare în exterior și are valoarea

$$F_{cf} = \frac{mv^2}{R} \tag{1}$$

unde m este masa locomotivei și $\vec{v}$ viteza sa.

Această forță va trebui să fie echilibrată de forțele următoare: greutatea locomotivei $m\vec{g}$ care are direcția axei Oy și reacțiunea normală $\vec{N}$ la terasament. Din figura 1.44 rezultă condiția de echilibru:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{cf} + \vec{N} = 0. \tag{2}$$

Se observă că dacă ambele șine ar fi situate în același plan orizontal, ecuația de mai sus nu ar putea fi satisfăcută decît pentru $\vec{F}_{cf} = 0$, adică ținînd seama de valoarea forței centrifuge (1) numai dacă $v = 0$.

Se va da deci, planului șinelor o înclinare de unghi α în care caz forța $\vec{N}$ va face unghiul α cu verticala. Din figura 1.44 și din ecuația (2) rezultă că pentru a avea echilibru, reacțiunea $\vec{N}$ va trebui să fie egală și de sens contrar cu rezultanta $\vec{R}$ a forțelor $m\vec{g}$ și $\vec{F}_{cf}$.

Deci,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{cf}}{mg} = \frac{mv^2}{mRg} = \frac{v^2}{Rg}. \tag{3}$$

relație care ne dă unghiul de înclinare α în funcție de mărimi cunoscute. Pentru a obține supraînălțarea h a șinei exterioare, se observă că

$$h = l \sin \alpha. \tag{4}$$

Cum, pentru unghiuri α suficient de mici, putem înlocui $\operatorname{tg} \alpha$ cu $\sin \alpha$, relația (4), ținînd seama de (3), devine

$$h = \frac{v^2 l}{gR}. \tag{5}$$

Scanned with OKEN Scanner

Înlocuind valorile numerice, se obține

$$h = \frac{15^2 \cdot 1{,}45}{9{,}8 \cdot 600} \approx 0{,}055 \text{ m} = 5{,}5 \text{ cm}. \tag{6}$$

Observații. a) Problema se poate rezolva și din punctul de vedere al unui observator care nu este antrenat în mișcare (a se vedea problema anterioară). În acest caz, asupra locomotivei acționează greutatea locomotivei, care se va descompune în două componente, și anume:

— una avînd direcția normalei la sol, care este anulată de reacțiunea solului;

— alta avînd direcția razei cercului, fiind dirijată către centrul O care este chiar forța centripetă.

b) Așa cum s-a arătat și la problema anterioară, se poate da o rezolvare mai elegantă, proiectînd ecuația (2) pe axele de coordonate. În acest caz se obține:

$$\left.\begin{aligned} N \sin \alpha - F_{cf} &= 0 \\ \cos \alpha - mg &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

din care, eliminînd pe N, rezultă $\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{cf}}{mg}$, adică tocmai relația (3).

1.129. Un tren trebuie să parcurgă o curbă cu raza $R = 300$ m. Distanța dintre șine este $d = 1{,}45$ m și centrul de greutate al trenului este la $h = 1{,}5$ m deasupra orizontului. Care este viteza maximă pe care ar trebui s-o aibă trenul ca să nu sară de pe linie?

R. $v = \sqrt{\frac{Rdg}{2h}} \approx 37{,}7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 135{,}7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

1.130. O platformă orizontală de forma unui disc circular se rotește în jurul unui ax vertical. La 40 cm depărtare de ax se găsește un corp. Cîte rotații pe minut trebuie să facă platforma pentru ca acest corp să fie aruncat spre margine. Coeficientul de frecare se va lua $\mu = 0{,}2$, iar accelerația gravitației $g = 9{,}8$ m/s².

R. $n = 60 \sqrt{\frac{\mu g}{4\pi^2}} = 21{,}12 \frac{\text{rot}}{\text{min}}$

1.131. Un lanț este suspendat cu unul din capete de o grindă, iar la celălalt capăt este legată greutatea $G = 250$ N.

Știind că lanțul poate susține o greutate maximă de 500 N, să se afle unghiul maxim pe care îl poate face lanțul cu poziția lui de echilibru, fără ca să se rupă în timpul oscilației.

R. $\cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60°$

12–94

Scanned with OKEN Scanner

1.132. Un corp are la pol greutatea de 10 N. Care va fi greutatea acestui corp adus la ecuator? Raza Pămîntului este de 6 370 km și Pămîntul este considerat de formă sferică. Accelerația căderii libere se va lua $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$.

R. $G_E = m\left(g - \frac{4\pi^2 R}{T^2}\right) = 9{,}99657\ \text{N}$

1.133. O bilă cu masa de 100 g se rotește pe un cerc în plan orizontal, fiind legată cu o ață lungă de 1 m. Știind că ața descrie suprafața laterală a unui con și că bila face 60 rot/min, să se afle forța centrifugă.

R. 3,806 N

1.134. Lungimea firului unui pendul este $l = 25$ cm. Cîte rotații pe minut trebuie să facă pendulul pe circumferință pentru ca unghiul de înclinare al firului față de axul de rotație să fie egal cu 30°, cu 45° sau cu 60°?

R. $n = \frac{30}{\pi}\sqrt{\frac{g}{l\cos 0}}$; 64; 72; 84 $\frac{\text{rot}}{\text{min}}$

1.135. Un aviator cu masa $M = 75$ kg, zburînd cu viteza $v = 180$ km/h, execută în planul vertical un luping cu raza de 60 m.

a) Cît de mare este forța de apăsare pe care o exercită aviatorul asupra scaunului în momentul în care el trece prin punctul cel mai coborît al buclei? *b)* Cît de mare este forța de apăsare în punctul cel mai de sus al buclei?

R. $F = G + \frac{mv^2}{R} = 3\,860$ N; $F = \frac{mv^2}{R} - G = 2\,390$ N

1.136. Pe o bară orizontală alunecă două bile legate între ele cu un fir (fig. 1.45). Bila A are masa de 120 g, iar bila B are masa de 200 g. Bila B se găsește la distanță de 6 cm de axul de rotație. La ce depărtare de ax trebuie să așezăm bila A pentru ca ambele bile să se echilibreze în timpul rotației?

R. $R_A = R_B \cdot \frac{m_B}{m_A} = 10$ cm

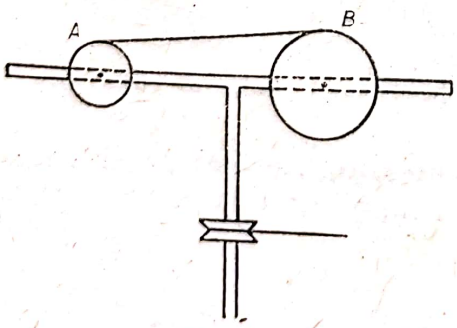


Fig. 1.45.

1.137. Sub greutatea unui tren de 300 t, un pod se încovoaie și formează un arc de cerc cu raza 2 000 m. Ce apăsare exercită trenul cînd trece pe la mijlocul podului? Presupunînd apăsarea normală la cerc, care este viteza în momentul cînd normala la cerc în punctul prin care trece trenul face cu verticala locului unghiul $\theta = 2°$?

Scanned with OKEN Scanner

Viteza trenului se consideră constantă $v = 20$ m/s, iar pentru g se va lua 10 m/s².

R. $F = G + \frac{mv^2}{R} = 3\,060$ kN;

$F = \frac{m}{R}(v^2 + Rg \cos 0) = 3\,057$ kN

1.138. O bilă de greutate G este atîrnată de un fir care face 90° cu poziția de echilibru. Se dă drumul bilei să oscileze. Ce tensiune se dezvoltă în fir în momentul cînd bila trece prin poziția de echilibru?

R. $T = 3\,G$

1.139. Care este forța centrifugă dezvoltată de un vehicul cîntărind 19,62 t și mergînd cu viteza de 90 km/h, cînd intră într-o curbă cu raza 250 m.

R. $F_{cf} = \frac{m \cdot v^2}{R} = 49{,}050$ kN

1.140. O persoană patinează pe un cerc cu raza 30 m cu viteza de 10 m/s. Sub ce unghi se înclină față de verticală?

R. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{gR} = 0{,}34 \rightarrow \alpha \approx 19°$

1.141. Care este intensitatea forței centrifuge dezvoltate asupra unui vagon de 10 t care parcurge cu viteza de 54 km/h un cerc cu raza de 600 m situat în planul orizontal? Să se afle cu cît trebuie să se ridice marginea exterioară a drumului care are lățimea de 1,5 m.

R. $F_{cf} = 3\,750$ N; $h = 0{,}057$ m

1.142. Regulatorul de turație centrifug de la o mașină cu vapori face 300 rot/min și dezvoltă o forță centrifugă de 20 ori mai mare decît greutatea unei bile, pentru ca să se rotească într-un plan orizontal. Cît sînt de lungi tijele care susțin bilele, considerînd că greutatea tijelor este neglijabilă față de greutatea bilelor?

R. $R = \frac{20g}{\omega^2} = 0{,}2$ m

1.143. Să se afle în ce punct va părăsi o bilă de greutate G un cilindru, avînd axa orizontală, pornind din punctul maxim cu viteza $v_0 = 0$. Se va neglija frecarea.

R. $\cos 0 = \frac{2}{3}$, $\rightarrow 0 \approx 48°30'$ față de verticală

1.144. Un biciclist merge pe un drum orizontal cu o mișcare uniformă rectilinie. Ce viteză minimă trebuie să aibă el, pentru a străbate un luping, în plan vertical, cu raza de 4,5 m? Se va considera $g = 10$ m/s².

R. $v = \sqrt{5rg} = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 54$ km/h.

Scanned with OKEN Scanner

Legea atracției universale

1.145. Care este accelerația gravitației la înălțimea de 637 km?

Rezolvare. Fie M masa Pământului și m masa unui corp oarecare. Greutatea lui se poate determina cu formula

$$G = K\frac{Mm}{R^2} \tag{1}$$

unde: K — este constanta gravitației universale iar, $R = 6\,370$ km este raza Pământului.

La înălțimea h deasupra Pământului, legea atracției universale se scrie

$$G_1 = K\frac{Mm}{(R+h)^2}. \tag{2}$$

Împărțind relațiile (1) și (2) membru cu membru, se obține

$$\frac{G}{G_1} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2$$

sau

$$\frac{mg}{mg_1} = \left(1+\frac{h}{R}\right)^2,$$

de unde

$$g_1 = \frac{g}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} = \frac{9{,}8}{\left(1+\frac{1}{10}\right)^2} = 8{,}1\ \text{m/s}^2.$$

1.146. Să se calculeze viteza de rotație circulară a unui satelit artificial al Pământului, perioada de rotație și numărul de rotații pe zi (n) știind că:

— raza Pământului este 6 370 km;
— înălțimea la care zboară satelitul $h = 900$ km;
— masa Pământului $M = 5{,}95 \cdot 10^{24}$ kg.

Rezolvare. *a)* Forța centripetă care acționează asupra satelitului este dată de formula

$$F = \frac{mv^2}{R+h}\ (m = \text{masa satelitului}). \tag{1}$$

Dar aceasta este tocmai forța de atracție a Pământului asupra satelitului, care se poate calcula cu ajutorul legii atracției universale date de Newton

$$F = k\frac{mM}{(R+h)^2}, \tag{2}$$

unde

$$k = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}\ (\text{constanta gravitației universale}).$$

Scanned with OKEN Scanner

Din relaţiile (1) şi (2) se obţine

$$\frac{mv^2}{R+h} = k\frac{mM}{(R+h)^2}.$$

Deoarece $v \in R_+$, rezultă

$$v = \sqrt{\frac{kM}{R+h}}. \tag{3}$$

Înlocuind mărimile cunoscute, se obţine

$$v = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \times 5{,}95 \times 10^{24}}{(6\,370 + 900)10^3}} = \sqrt{54{,}5} \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7{,}4 \text{ km/s}.$$

Observaţie. La acelaşi rezultat se ajunge scriind egalitatea între forţa de atracţie datorită mişcării circulare (forţa centripetă F_{cp}) şi greutatea corpului la înălţimea h deasupra Pământului

$$F_{cp} = G_1 \tag{4}$$

sau înlocuind

$$\frac{mv^2}{R+h} = mg_1 \Rightarrow \frac{v^2}{R+h} = g_1 \tag{5}$$

unde

$$g_1 = \frac{g}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2}. \tag{6}$$

Înlocuind această valoare în (5) se obţine

$$\frac{v^2}{R+h} = \frac{g}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2}$$

şi cum $v \in R_+$, rezultă

$$v = R\sqrt{\frac{g}{R+h}} = 6\,370\sqrt{\frac{9{,}8}{6\,370 \times 10^3 + 900 \times 10^3}} = 7{,}4 \frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

b) Perioada de rotaţie a satelitului Pământului:

$$v = (R+h)\omega = (R+h)\frac{2\pi}{T},$$

de unde

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} \tag{7}$$

sau, înlocuind valorile numerice:

$$T = \frac{2 \times 3{,}14 \times 7\,270 \text{ km}}{7{,}4 \frac{\text{km}}{\text{s}}} = 104 \text{ min}.$$

Scanned with OKEN Scanner

c) Numărul de rotaţii pe zi se calculează cu formula

$$T = \frac{1}{n} \tag{8}$$

unde T se va calcula, din valoarea de mai sus în zile. Rezultă $n = \frac{1}{T} = \frac{24 \times 60}{104}$ rot/zi ≈ 14 rot/zi.

1.147. Să se calculeze greutatea unui corp cu masa de 1 kg, aşezat pe suprafaţa primului satelit artificial lansat de U.R.S.S. Masa şi raza satelitului fiind $M = 83{,}6$ kg şi $r = 0{,}29$ m.

Se va neglija influenţa Pământului.

R. $7 \cdot 10^{-8}$ N

1.148. Valoarea medie a vitezei unghiulare a mişcării Pământului în jurul Soarelui este de 1° în 24 ore. Distanţa de la Pământ la Soare este $1{,}5 \times 10^8$ km. Să se determine masa Soarelui.

R. $M = \frac{R^3\omega^2}{K} \approx 2 \cdot 10^{27}$ t

1.149. Raza Pământului este 6 370 km. Ce greutate are un corp cu masa de 1 t care se află la înălţimea de 130 km deasupra Pământului?

R. 9 408 N

1.150. Cunoscîndu-se constanta gravitaţiei universale, să se calculeze densitatea medie a Pământului. Se ştie că raza Pământului este 6 370 km, iar $g = 981$ cm/s².

R. 5,5 g/cm³

1.151. La ce înălţime deasupra Pământului, greutatea unui corp este de n ori mai mică decît la suprafaţa Pământului? Se neglijează celelalte influenţe. Caz particular: $n = 3$.

R. $h = R(\sqrt{n} - 1)$; $h = 4\,650$ km]

1.152. Distanţa dintre două avioane cu reacţie, avînd fiecare masa de 65 t este la un moment dat de 650 m. Să se calculeze în acest moment, forţa de atracţie dintre avioane.

R. $6{,}67 \cdot 10^{-7}$ N

1.153. Raza planetei Marte este 0,53 din raza Pământului, iar masa ei reprezintă 0,11 din masa Pământului. Să se calculeze valoarea acceleraţiei căderii libere pe planeta Marte. Se va considera acceleraţia căderii libere pe Pământ, $g_p = 9{,}8$ m/s².

R. $g_M = g_P \frac{M_M}{M_P}\left(\frac{R_P}{R_M}\right)^2 \approx 3{,}83$ m/s²

Scanned with OKEN Scanner

1.154. Să se determine poziția unui punct material, în echilibru între Pămînt și Lună. Masa Lunii este de 81,3 ori mai mică decît masa Pămîntului. Distanța de la Pămînt la Lună este 384 000 km.

R. $d_1 = \dfrac{d}{1 + \sqrt{\dfrac{m_L}{m_P}}} = 345\,600$ km de la Pămînt.

1.155. Să se determine viteza unui satelit artificial al Pămîntului, știind că traiectoria sa este circulară, înălțimea deasupra Pămîntului fiind 330 km, iar raza Pămîntului 6 370 km.

R. $v = R\sqrt{\dfrac{g}{R+h}} \approx 7{,}7$ km/s

Lucrul mecanic

1.156. Un camion avînd masa de 3,6 t se mișcă uniform cu o viteză de 36 km/h. Fiind frînat, el se oprește după ce mai parcurge 25 m. Se cer; *a)* forța de frînare; *b)* lucrul mecanic al acestei forțe; *c)* durata mișcării uniform încetinite a camionului.

Rezolvare. *a)* Ecuațiile spațiului și vitezei sînt date de formulele

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2, \tag{1}$$

$$v = v_0 + at. \tag{2}$$

În momentul opririi, $v = 0$, deci

$$v_0 + at = 0$$

de unde

$$t = \frac{-v_0}{a} \tag{3}$$

și, înlocuind în prima ecuație, se obține

$$a = -\frac{v_0^2}{2s}. \tag{4}$$

Ținînd seama că $v_0 = 36$ km/h $= \dfrac{36}{3{,}6}$ km/s $= 10$ m/s, se obține:

$$a = -\frac{100}{2 \times 25} = -2 \text{ m/s}^2.$$

Semnul negativ corespunde faptului că mișcarea este uniform încetinită.

Din ecuația $F = ma$, se obține

$$F = 3\,600 \times 2 = 7\,200 \text{ N}.$$

Scanned with OKEN Scanner

b) Lucrul mecanic al acestei forțe este

$$W = F \cdot l = 7\,200 \times 25 = 180\,000 \text{ J} = 180 \text{ kJ}.$$

c) Din relația (3) se obține

$$t = \frac{10}{2} = 5 \text{ s}.$$

1.157. Pe un plan orizontal se află un bloc de granit în formă paralelipipedică, cu înălțimea de 1 m și baza un pătrat cu latura 0,6 m. Să se afle lucrul mecanic care trebuie efectuat ca să se răstoarne blocul în jurul uneia din laturile bazei. Densitatea granitului este 2 400 kg/m³.

Rezolvare. Masa m, respectiv greutatea G a blocului este

$$m = V \cdot \rho = 1 \times 0{,}6^2 \times 2\,400 = 864 \text{ kg}$$

$$G = mg = 864 \times 9{,}8 = 8467{,}2 \text{ N}.$$

Cînd se răstoarnă blocul, centrul de greutate se ridică cu cantitatea

$$h = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{0{,}6}{2}\right)^2} - \frac{1}{2} = 0{,}583 - 0{,}5 = 0{,}083 \text{ m}.$$

Lucrul mecanic este

$$L = G \cdot h = 8467{,}2 \times 0{,}083 = 702{,}7 \text{ J}.$$

1.158. Un turist de 75 kg urcă un deal înalt de 700 m avînd în spate un rucsac de 10 kg. Se cer: *a)* lucrul mecanic efectuat de turist; *b)* puterea întrebuințată, dacă urcarea se efectuează în 80 min. Se neglijează frecările.

R. *a)* 583 100 J; *b)* $\approx$ 121 W

1.159. Un om exercită o forță de 100 N pe o manivelă a unui vîrtej cu raza de 30 cm și efectuează o rotație în 2 s. Se cere lucrul mecanic efectuat în 5 s.

R. $\approx$ 470 J

1.160. Un corp cu masa de 1 kg, pornind din repaus, străbate într-un minut cu o mișcare uniform accelerată distanța de 1 800 m. Să se calculeze mărimea forței care produce această mișcare și lucrul mecanic efectuat.

R. 1 N; 100 J

1.161. Un corp omogen, de formă cubică, are greutatea G și densitatea ρ. Să se calculeze: *a)* forța minimă F cu care se poate răsturna corpul, forța acționînd în planul muieich de sus perpendicular pe muchie și la mijlocul ei; *b)* lucrul mecanic de răsturnare în jurul unei muchii; *c)* condiția care trebuie îndeplinită pentru ca lucrul mecanic consumat la răsturnarea

Scanned with OKEN Scanner

corpului în jurul unei muchii să fie egal cu cel consumat la deplasarea prin alunecare, dacă coeficientul de frecare este μ.

R. *a)* $F = \frac{G}{2}$; *b)* $L = G\sqrt[3]{\frac{G}{g\rho}} \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{2}$;

c) $\mu = \frac{\sqrt{2}-1}{2} = 0{,}205$

1.162. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat de forța de 500 N, făcînd unghiul de 15° față de direcția de deplasare, spațiul parcurs fiind 80 m. Rezultatul se va da în J și kWh.

R. $W = Fl \cos 15° = 37\,300$ J $= 0{,}0104$ kWh

1.163. Un lingou de oțel de masă 5 t trebuie urcat la înălțimea de 2 m cu un plan înclinat de lungime 5 m. Coeficientul de frecare dintre lingou și planul înclinat fiind 0,15, să se calculeze lucrul mecanic consumat pentru urcare și randamentul planului înclinat. Se va considera $g = 10$ m/s².

R. $W = Gl(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \approx 13{,}44 \cdot 10^4$ J; $\eta = 0{,}74$

Puterea mecanică

1.164. O autocamionetă cu masa $m = 4$ t urcă o rampă de 0,01. Plecînd din repaus, după ce parcurge distanța de 200 m, ajunge la viteza $v = 36$ km/h. Considerînd coeficientul de frecare cu solul 0,05 și accelerația gravitațională $g = 10$ m/s², să se calculeze puterea utilă dată de motorul mașinii în SI și în CP. Frecările cu aerul se neglijează.

Rezolvare. Asupra mașinii acționează următoarele forțe (fig. 1.46) : greutatea $\vec{G}$, forța de frecare $\vec{F}_f$, forța de tracțiune $\vec{F}$ și reacțiunea $\vec{N}$ a planului înclinat anulată de componenta $\vec{G}_n$ a greutății. Puterea utilă a motorului se calculează cu formula :

$$P = \frac{L}{t} = \frac{Fl}{t},$$

unde, din condițiile de echilibru,

$$F = G_t + F_f + F_a,$$

în care :

G_t este proiecția greutății G pe planul înclinat ;
F_a — forța necesară imprimării accelerației de mișcare.

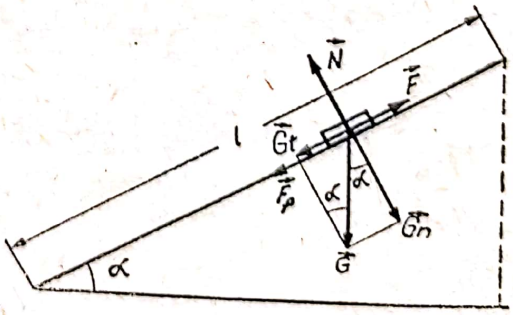


Fig. 1.46

Din fig. 1.46 rezultă

$$G_t = G\sin\alpha = 4\,000 \times 9{,}8 \times 0{,}01 = 392\ \text{N}.$$

$$F_f = \mu G_n = \mu G\cos\alpha = 0{,}05 \times 4\,000 \times 9{,}8\sqrt{1 - 0{,}01^2} \approx 1960\ \text{N}.$$

Pentru a calcula pe F_a se folosesc ecuațiile mișcării uniform accelerate și se obține

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{100}{2 \times 200} = 0{,}25\ \text{m/s}^2.$$

Deci

$$F_a = m \cdot a = 4\,000 \times 0{,}25 = 1\,000\ \text{N}$$

$$F = 392 + 1960 + 1\,000 = 3\,352\ \text{N}$$

$$v = 36\ \text{km/h} = 10\ \text{m/s},$$

$$t = \frac{v}{a} = \frac{10}{0{,}25} = 40\ \text{s}.$$

Puterea medie a motorului este

$$P = \frac{F \cdot l}{t} = \frac{3\,352 \times 200}{40} = 16\,760\ \text{W} = 16{,}760\ \text{kW} = 22{,}77\ \text{CP}.$$

1.165. Roțile unei locomotive de tren accelerat au diametrul $D_1 = 1{,}8$ m și fac 200 rot/min, iar roțile unei locomotive de tren de marfă au diametru $D_2 = 1{,}45$ m și fac 150 rot/min. Presupunînd că aceste două locomotive dezvoltă aceeași putere $P = 800$ kW, să se afle rezistența (R) pe care o învinge fiecare din ele la înaintare.

Rezolvare. Dacă notăm cu R rezistența — presupusă constantă, iar cu v viteza locomotivei, se poate scrie

$$P = R \cdot v;$$

dar

$$v_1 = \frac{2\pi r_1 n}{60} = \frac{2\pi \cdot 0{,}9 \cdot 200}{60}\ \text{m/s} \approx 18{,}8\ \text{m/s}$$

deci

$$R_1 = \frac{P_1}{v_1} = \frac{800 \cdot 10^3}{18{,}8} \approx 42{,}5 \cdot 10^3\ \text{N}.$$

Pentru locomotiva trenului de marfă

$$v_2 = \frac{2\pi r_2 n_2}{60} = \frac{2\pi \times 0{,}725 \times 150}{60} \approx 11{,}4\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Deci

$$R_2 = \frac{P_2}{v_2} = \frac{800 \cdot 10^3}{11{,}4} \approx 70 \cdot 10^3\ \text{N}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Observație. De aici rezultă că la aceeași putere dezvoltată de o locomotivă, dacă rezistența de învins este mare, viteza locomotivei este mică și reciproc.

1.166. Care este puterea, unei căderi de apă de 10 m înălțime, care are debitul 120 m³/min?

Rezolvare. $P = \frac{W}{t} = \frac{G \cdot h}{t} = \frac{120 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 10}{60} = 196\,000\ \text{W} = 196\ \text{kW}$

1.167. O pompă servește pentru a ridica o cantitate de lichid cu greutatea specifică γ la o înălțime oarecare. Să se afle randamentul mecanic al pompei, cunoscînd că randamentul ei total este 0,5 și randamentul hidraulic este 0,75, iar pierderea de debit se consideră 4% din debitul net; pierderile prin frecare în conducte și viteza reziduală se apreciază la 20% din înălțimea netă de ridicare.

Rezolvare. Randamentul total al pompei este dat de relația

$$\eta_p = \frac{P_p}{P_m} \tag{1}$$

unde P_p este puterea utilă produsă de pompă, iar P_m este puterea mecanică absorbită de pompă (puterea motorului de acționare).

Debitul net și, respectiv, înălțimea de ridicare netă fiind Q și H, puterea utilă produsă de pompă, în cai putere, va fi

$$P_p = \frac{\gamma Q \cdot H}{75}. \tag{2}$$

Puterea pe care trebuie s-o producă motorul pentru acționarea pompei este

$$P_m = \frac{\gamma \cdot 1{,}04\, Q \cdot 1{,}2\, H}{75 \cdot \eta_h \eta_m}. \tag{3}$$

Relația (1), ținînd seama de (2) și (3), devine

$$\eta_p = \frac{\eta_h \cdot \eta_m}{1{,}04 \cdot 1{,}2}, \tag{4}$$

de unde

$$\eta_m = \frac{1{,}04 \cdot 1{,}2\, \eta_p}{\eta_h} = \frac{1{,}04 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}5}{0{,}75} = 0{,}832 = 83{,}2\%.$$

1.168. Un turism merge pe o șosea orizontală cu viteza maximă $v = 72$ km/h. Rezistența totală la înaintare este 2 000 N. Cu ce viteză maximă va putea parcurge turismul o rampă, dacă rezistența la înaintare este 2 500 N, puterea motorului fiind aceeași.

R. $16\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 57{,}6\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Scanned with OKEN Scanner

1.169. O cădere de apă avînd înălțimea $h = 5$ m are un debit $Q = 10$ m³/s. Se cere puterea căderii de apă.

R. 490 kW

1.170. Tamburul unui troliu are diametrul $d = 24$ cm și face $n = 20$ rot/min ; cu acest troliu se ridică un corp avînd greutatea $G = 400$ N. Randamentul troliului fiind $\eta = 0{,}74$, se cer : *a)* viteza v cu care se ridică corpul ; *b)* puterea utilă (P_u) și puterea dezvoltată (P_t) pentru ridicarea acestui corp ; *c)* lucrul mecanic util (L_u) săvîrșit în $t = 90$ s. Se va neglija greutatea frînghiilor.

R. $v = \frac{\pi d n}{60} \approx 0{,}25$ m/s ; $P_u = Gv = 100$ W ;

$P_t = \frac{P_u}{\eta} \approx 135$ W ; $L_u = P_u t = 9$ kJ

1.171. Care este puterea mecanică a unei pompe care ridică 30 m³/h apă, la o înălțime de 10 m ?

R. $P = \frac{Gh}{t} \approx 817$ W (1,11 CP)

1.172. Un om cîntărind 70 kg urcă în fugă o rampă cu viteza constantă de 3 m/s. Diferența de nivel a drumului este de 20 m la fiecare 100 m de drum. Care este puterea dezvoltată de acest om ?

R. $P = Gv \sin \alpha = 411{,}6$ W ($\approx 0{,}56$ CP)

1.173. Ce putere dezvoltă un om cîntărind 75 kg care urcă în 3 min la 18 m înălțime ? Se va neglija frecarea.

R. $P = \frac{Gh}{t} = 73{,}5$ W

1.174. Un dirijabil se mișcă cu viteza de 15 m/s. Să se determine rezistența aerului, dacă puterea necesară pentru învingerea rezistenței este egală cu 150 kW.

R. $F = \frac{P}{v} = 10^4$ N

1.175. Un ascensor cu masa 1,5 t, urcă cu viteza constantă de 0,5 m/s. Care este puterea utilă a motorului care antrenează ascensorul ? Care este energia consumată de motor, în kWh, dacă diferența de nivel parcursă de ascensor este 30 m, iar randamentul motorului este 0,85. Se neglijează frecările ascensorului.

R. $P_u = 7\,350$ W $= 7{,}350$ kW ; $P_c \approx 8{,}650$ kW ; $E = 519\,000$ J $\approx 0{,}144$ kWh

1.176. O piatră de polizor are diametrul $d = 280$ mm și face 3 000 rot/min. Piesa care se prelucrează se apasă de piatra de polizor cu o forță $F = 10$ N.

Scanned with OKEN Scanner

Ce putere se consumă la șlefuire, dacă coeficientul de frecare a pietrei de piesă este $\mu = 0{,}5$?

R. $P = \frac{\mu F \pi d n}{60} = 219{,}8$ W

1.177. Un rezervor în formă de paralelipiped drept, avînd ca dimensiuni $12 \times 10 \times 3$ m³, se află la înălțimea de 10 m. Să se afle în cît timp se poate umple acest rezervor cu apă, ridicată cu o pompă manevrată de 4 muncitori, știind că fiecare muncitor dezvoltă o putere de 50 W și că lucrul cheltuit pentru ridicarea apei este numai jumătate din lucrul cheltuit de muncitori. Se va considera $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

R. $3 \cdot 10^4$ s = 8 h 20 min

1.178. Ce putere trebuie să aibă motorul unei pompe pentru a ridica 72 m³ apă/oră la 15 m înălțime, în ipoteza că neglijăm orice fel de frecări? Ce energie consumă motorul dacă lucrează timp de 6 ore? (Examen de admitere în Școala Politehnică, București).

R. $P = 2\,940$ W (≈ 4 CP); $E \approx 63{,}5\ 10^6$ J ($\approx 17{,}64$ kWh)

1.179. Care este puterea dezvoltată de o locomotivă care are o viteză constantă $v = 54$ km/h, dacă dezvoltă la cîrligul de tracțiune o forță $F = 6 \cdot 10^4$ N?

R. $P = F \cdot v = 900$ kW (≈ 1224 CP)

1.180. Un tren cu locomotiva și vagoanele cîntărește 120 t; el merge pe o linie orizontală cu o viteză constantă de 54 km/h. Pentru a putea menține această viteză, este necesar să fie învinse frecările, rezistența aerului și alte rezistențe pa ive. Experiența arată că pentru fiecare tonă trebuie să se exercite un efort, paralel cu linia, de 75 N.

a) Să se calculeze puterea pe care trebuie să o dezvolte locomotiva. *b)* Să se afle puterea suplimentară pe care trebuie să o dezvolte mașina pentru a menține aceeași viteză, presupunînd că trenul urcă o rampă de 5 mm pe 1 m $\left(\frac{1}{200}\right)$.

R. $P = 135$ kW; $P_1 = 88{,}2$ kW

1.181. Un ciocan automat de 375 kg se ridică de 12 ori pe minut la înălțimea de 1,6 m. Să se calculeze cîți muncitori care au puterea medie de 75 W pot să facă același lucru mecanic.

R. 16 muncitori

1.182. Un avion trebuie să aibă pentru decolare viteza v, lungimea pistei de decolare fiind l. Considerînd greutatea avionului G și coeficientul de frecare la decolare μ se cere puterea medie utilizată de motor pentru

Scanned with OKEN Scanner

Ce putere se consumă la șlefuire, dacă coeficientul de frecare a pietrei de piesă este $\mu = 0{,}5$?

R. $P = \frac{\mu F \pi d n}{60} = 219{,}8$ W

1.177. Un rezervor în formă de paralelipiped drept, avînd ca dimensiuni $12 \times 10 \times 3$ m³, se află la înălțimea de 10 m. Să se afle în cît timp se poate umple acest rezervor cu apă, ridicată cu o pompă manevrată de 4 muncitori, știind că fiecare muncitor dezvoltă o putere de 50 W și că lucrul cheltuit pentru ridicarea apei este numai jumătate din lucrul cheltuit de muncitori. Se va considera $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

R. $3 \cdot 10^4$ s = 8 h 20 min

1.178. Ce putere trebuie să aibă motorul unei pompe pentru a ridica 72 m³ apă/oră la 15 m înălțime, în ipoteza că neglijăm orice fel de frecări? Ce energie consumă motorul dacă lucrează timp de 6 ore? (Examen de admitere în Școala Politehnică, București).

R. $P = 2\,940$ W (≈ 4 CP); $E \approx 63{,}5\ 10^6$ J ($\approx 17{,}64$ kWh)

1.179. Care este puterea dezvoltată de o locomotivă care are o viteză constantă $v = 54$ km/h, dacă dezvoltă la cîrligul de tracțiune o forță $F = 6 \cdot 10^4$ N?

R. $P = F \cdot v = 900$ kW (≈ 1224 CP)

1.180. Un tren cu locomotiva și vagoanele cîntărește 120 t; el merge pe o linie orizontală cu o viteză constantă de 54 km/h. Pentru a putea menține această viteză, este necesar să fie învinse frecările, rezistența aerului și alte rezistențe pa ive. Experiența arată că pentru fiecare tonă trebuie să se exercite un efort, paralel cu linia, de 75 N.

a) Să se calculeze puterea pe care trebuie să o dezvolte locomotiva. *b)* Să se afle puterea suplimentară pe care trebuie să o dezvolte mașina pentru a menține aceeași viteză, presupunînd că trenul urcă o rampă de 5 mm pe 1 m $\left(\frac{1}{200}\right)$.

R. $P = 135$ kW; $P_1 = 88{,}2$ kW

1.181. Un ciocan automat de 375 kg se ridică de 12 ori pe minut la înălțimea de 1,6 m. Să se calculeze cîți muncitori care au puterea medie de 75 W pot să facă același lucru mecanic.

R. 16 muncitori

1.182. Un avion trebuie să aibă pentru decolare viteza v, lungimea pistei de decolare fiind l. Considerînd greutatea avionului G și coeficientul de frecare la decolare μ se cere puterea medie utilizată de motor pentru

Scanned with OKEN Scanner

a asigura decolarea avionului. În timpul decolării mișcarea se va considera uniform accelerată.

R. $P = \frac{Gv}{2}\left(\mu + \frac{v^2}{2lg}\right)$

1.183. Cilindrul unei mașini cu abur are diametrul $d = 25$ cm și lungimea cursei $l = 35$ cm. Pe pistonul mașinii se exercită o presiune mijlocie $p = 8 \cdot 10^5$ N/m². Să se calculeze lucrul mecanic corespunzător unei curse simple și puterea mașinii, știind că pistonul face 110 curse pe minut.

R. $W = \frac{\pi d^2}{4} p \cdot l \approx 13{,}7$ kJ; $P = \frac{W \cdot 130}{60} \approx 29{,}7$ kW

1.184. O turbină este pusă în mișcare printr-o cădere de apă care are pe distanța de 1,5 km o pantă de 2 cm pe metru. Debitul căderii de apă este de 20 000 l/min, iar lucrul util al turbinei este 80% din lucrul consumat. Puterea turbinei este transmisă unui dinam electric care are puterea 90% din puterea turbinei. Să se calculeze puterea utilă a turbinei și a dinamului.

R. $P_u = 80$ kW; $P'_u = 72$ kW

ENERGIA CINETICĂ ȘI ENERGIA POTENȚIALĂ

Legea conservării energiei mecanice

1.185. În peretele unui rezervor de apă se află un orificiu prin care iese un jet de apă cu debitul 0,5 m³/s. Orificiul se găsește la înălțimea 19,6 m deasupra solului, iar jetul de apă cade la 2 m depărtare de verticala ce trece prin punctul de ieșire a apei din rezervor. Să se calculeze: *a)* viteza de ieșire a apei din rezervor: *b)* puterea jetului de apă la ieșirea din orificiu; *c)* energia pe care ar da-o jetul de apă într-o zi, presupunînd că apa curge continuu.

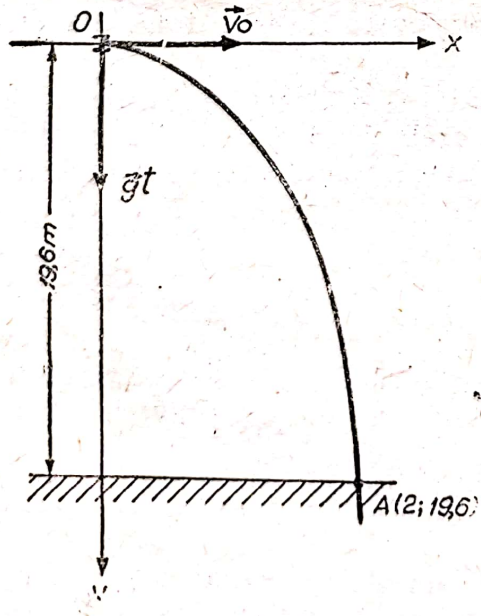


Fig. 1.47

R e z o l v a r e. *a)* Fie v_0 viteza de ieșire a apei din rezervor. Dacă asupra apei nu ar acționa nici o forță, apa ar avea o mișcare uniform rectilinie de-a lungul axei Ox a cărei ecuație ar fi (fig. 1.47)

$$x = v_0 t. \qquad (1)$$

Dacă nu ar avea o viteză orizontală v_0 ea ar avea o mișcare uniform accelerată, traiectoria fiind axa Oy

$$y = \frac{1}{2} g t^2. \qquad (2)$$

Scanned with OKEN Scanner

Ecuația traiectoriei jetului de apă se obține eliminînd timpul t din ecuațiile (1) și (2):

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2. \qquad (3)$$

Din (3) se vede că traiectoria apei este o parabolă cu vîrful în origine și simetrică față de axa Oy.

Din (3) se obține, pentru $v_0 \in R_+$

$$v_0 = x \sqrt{\frac{g}{2y}}.$$

Înlocuind x și y cu coordonatele punctului A, se obține valoarea lui v_0

$$v_0 = 2 \sqrt{\frac{9{,}8}{2 \cdot 19{,}6}} \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}.$$

b) Puterea jetului de apă este

$$P = \frac{Q \cdot \rho \cdot v}{2}$$

unde $Q \cdot \rho$ este debitul de masă (kg/s) (v. cap. I, E).

$$P = \frac{0{,}5 \cdot 10^2 \cdot 1}{2} \text{W} = 250 \text{ W} = 0{,}250 \text{ kW}.$$

c) Energia dată de jetul de apă în 24 ore este

$$E = P \cdot t = 0{,}250 \times 24 = 6 \text{ kWh} = 250 \times 24 \times 3\,600 = 216 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

1.186. La ce distanță se va opri un vagon de cale ferată care merge cu viteza de 54 km/h, dacă încetează acțiunea locomotivei asupra lui? Coeficientul de frecare este 0,03.

R. 383 m

1.187. Să se calculeze energia cinetică și potențială a unui corp cu masa 20 g, aruncat în sus cu viteza inițială de 39,4 m/s după trecerea a 3 s de la aruncarea lui.

Se va verifica legea conservării energiei la momentul $t = 0$ și după 3s.

R. $E_k = 1$ J; $E_p = 14{,}532$ J

1.188. Un proiectil cîntărind 19,6 kg zboară cu viteza de 700 m/s și lovește un strat de umplutură de pămînt. Proiectilul pătrunde în stratul de pămînt pînă la adîncimea de 1,6 m. Să se afle rezistența stratului de pămînt.

R. 3 001,25 kN

Scanned with OKEN Scanner

1.189. Asupra unui resort lucrează forța de 12 000 N. Sub acțiunea acestei forțe resortul se strînge cu 2 cm. Să se calculeze energia potențială a acestui resort și cît timp poate acționa o mașină care are puterea $P = 10$ W.

R. $E_p = \frac{F \cdot l}{2} = 120$ J; $t = \frac{E_p}{P} = 12$ s

1.190. De la ce înălțime ar trebui să cadă un corp cu greutatea $G = 72\,000$ N pentru ca lucrul mecanic efectuat prin cădere să fie egal cu energia electrică consumată de un bec electric de 40 W în timp de 20 ore.

R. 40 m

1.191. Un tren se deplasează pe un teren orizontal cu o mișcare uniform încetinită timp de 40 secunde pînă cînd se oprește. În acest timp un pendul aflat în compartiment rămîne deviat cu 10 cm, pe orizontală. Cunoscînd că lungimea pendulului este de 2 m, să se calculeze:

a) viteza trenului la începutul frînării;

b) spațiul parcurs pînă la oprire;

c) coeficientul de frecare în timpul frînării (în calcul se va neglija diferența de înălțime dintre poziția verticală și poziția oblică a pendulului și se va considera $g = 10$ m/s²).

(R.F.C. seria B, anul II nr. 12)

R. 20 m/s; 400; $\mu = \frac{v^2}{2gl} = 0{,}05$

1.192. Un proiectil cu masa $m = 20$ g, lovește cu viteza $v_1 = 600$ m/s un arbore de grosime $d = 30$ cm și iese cu viteza $v_2 = 150$ m/s. Să se calculeze forța de rezistență F a arborelui.

R. $R = \frac{m}{2s}(v_1^2 - v_2^2) = 11\,250$ N

1.193. Un autoturism are masa $m = 1\,000$ kg și merge cu viteza $v_1 = 72$ km/h. Pe drum, îi apare un strat de zăpadă pe o lungime $l = 20$ m. După ieșirea din stratul de zăpadă mașina are viteza $v_2 = 54$ km/h. Considerînd că forța de tracțiune a mașinii este $F = 750$ N să se calculeze coeficientul de frecare al mașinii cu zăpadă. Se va considera $g = 10$ m/s².

R. $\mu = \frac{1}{mg}\left[F - \frac{m}{2l}(v_2^2 - v_1^2)\right] = 0{,}5125$

Solidul rigid în mișcare de rotație

1.194. Pe un arbore cilindric cu diametrul 20 cm și masa 0,6 t este fixat un volant cu diametrul 2 m și masa 4 t care poate fi considerată ca repartizată pe obadă. Sistemului arbore-volant i se transmite turația de 240 rot/min. Să se calculeze: *a)* energia cinetică a sistemului la această turație;

Scanned with OKEN Scanner

b) cîte rotaţii va face sistemul arbore-volant pînă la oprire, dacă coeficientul de frecare în lagăre este egal cu 0,05. Se va considera $g = 10$ m/s².

R e z o l v a r e. *a)* Energia cinetică a sistemului în rotaţie se calculează cu formula

$$E_k = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 \tag{1}$$

unde J este momentul de inerţie al sistemului:

$$J = \frac{1}{2} mr^2 + MR^2 = \frac{1}{2} \cdot 600 \cdot 0{,}1^2 + 4\,000 \times 1^2 = 4\,003 \text{ kg m}^2.$$

Se observă că momentul de inerţie al arborelui este neglijabil faţă de momentul de inerţie al volantului.

Viteza unghiulară a volan ılui este

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \cdot 240}{60} = 8\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Deci

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot 4\,003 \times (8\pi)^2 \approx 1\,265 \text{ kJ}.$$

b) Teorema energiei cinetice în cazul solidului rigid în rotaţie faţă de un ax fix se scrie

$$L_{01} = \frac{1}{2} J\omega^2 - \frac{1}{2} J\omega_0^2 \tag{2}$$

unde L_{01} este lucrul mecanic al forţelor de frecare care se calculează cu formula

$$L_{01} = -Fr\varphi \tag{3}$$

φ este unghiul de rotaţie
F — forţa de frecare
r — raza arborelui.

Notînd cu N numărul de rotaţii pînă la oprire, se poate scrie

$$\varphi = 2\pi N. \tag{4}$$

Forţa de frecare dintre arbore şi lagăre se calculează cu formula

$$F = \mu G = \mu mg \tag{5}$$

unde m este masa sistemului în mişcare; deci

$$F = 0{,}05 \times 4\,600 \times 10 = 2\,300 \text{ N}.$$

Scanned with OKEN Scanner

În momentul cînd sistemul s-a oprit $\omega = 0$. Înlocuind valorile de mai sus în (2) se obține

$$2\,300 \times 0{,}1 \times 2\pi N = \frac{1}{2} 4\,003 \times (8\pi)^2$$

de unde

$$N = \frac{4\,003 \times 64\pi}{4 \times 2\,300 \times 0{,}1} \approx 875 \text{ rot.}$$

1.195. În vîrfurile unui pătrat cu latura $a = 0{,}6$ m se montează patru sfere cu masele, respectiv, $m_1 = m_2 = 1$ kg, $m_3 = m_4 = 2$ kg. Tot sistemul se rotește cu $n = 180 \frac{\text{rot}}{\text{min}}$, în jurul unui ax care trece prin centrul de greutate al sistemului, normal pe planul pătratului. Să se determine energia cinetică de rotație a sistemului.

R. $E_k = \left(\frac{\pi n a}{30}\right)^2 \left(\frac{m_1 + m_3}{4} + \frac{m_1 m_3}{m_1 + m_3}\right) \approx 181{,}2$ J.

1.196. Un cilindru masiv cu diametrul 20 cm și masa totală $m = 60$ kg se poate roti în jurul axei sale de simetrie. La periferia cilindrului acționează tangențial forța $F = 10$ N, timp de 30 s. Presupunînd că mișcarea se face fără frecare, să se calculeze viteza unghiulară a cilindrului și viteza periferică la momentul $t = 30$ s.

R. $\omega = \frac{FRt}{J} = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$; $v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

1.197. Volantul unei mașini cu piston are raza exterioară $R_2 = 1{,}6$ m, raza interioară $R_1 = 1{,}2$ m, iar lățimea coroanei este 0,2 m. Arborele volantului are diametrul mediu 0,2 m și masa 0,4 t. Să se afle energia cinetică a sistemului arbore-volant știind că acesta face 300 rot/min. Volantul este confecționat din oțel cu densitatea $\rho = 7\,800$ kg/m^3.

R. $E_v = E_b + E_0 = \frac{\omega^2}{2}(J_b + J_0) = 5\,410$ kJ

1.198. La un puț cu apă, sistemul de scos apa este format dintr-o funie, înfășurată pe un tambur orizontal cu $r = 0{,}15$ m, prinsă cu un capăt de acest tambur, iar la celălalt capăt al funiei este legată o găleată cu $m = 10$ kg. La un capăt al tamburului se află o roată din lemn, solidară cu tamburul, avînd raza $R = 0{,}6$ m, iar masa $M = 50$ kg repartizată pe obadă. La început, sistemul se află în repaus, cu găleata sus. Să se afle viteza unghiulară a roții în momentul cînd găleata coboară cu distanța $h = 15$ m, și viteza găleții în acest moment. Se neglijează masa tamburului și frecările în lagăre. Se consideră $g = 10$ m/s^2.

R. $\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{MR^2 + mr^2}} \approx 12{,}8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$; $v = r\omega \approx 1{,}92 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Scanned with OKEN Scanner

1.199. O sferă de oțel, plină și omogenă, avînd raza $R = 10$ cm, se rotește, în jurul unui ax care trece prin centrul său, cu turația de 200 rot/min. Cît timp va trebui să acționeze forța $F = 1$ N, tangentă la periferia sferei pe cercul cu raza R și perpendicular pe ax, pentru ca turația să se reducă la 1/4 din valoarea inițială.

R. $\Delta t = \frac{\pi m R}{75\ F}(n_1 - n_2) \approx 20{,}5$ s.

OSCILAȚII ȘI UNDE ELASTICE

Considerații teoretice

Elongația x a unei oscilații armonice este dată de ecuația

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right), \tag{1}$$

unde

A este amplitudinea;
ω — pulsația oscilației;
φ — faza inițială, care poate fi nulă;
T — perioada oscilației.

Viteza și accelerația oscilației armonice sînt date de

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi), \tag{2}$$

respectiv

$$a = -\omega^2 x. \tag{3}$$

Energia cinetică este

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} A^2\omega^2\cos^2\omega t. \tag{4}$$

Energia cinetică maximă este

$$E_{k\,max} = \frac{mA^2\omega^2}{2} = 2mA^2\pi^2\nu^2. \tag{5}$$

Perioada oscilației armonice este

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{6}$$

unde $k = -\frac{F}{x}$ este constanta elastică a resortului, adică forța necesară pentru a produce elongația egală cu unitatea.

Scanned with OKEN Scanner

Perioada pendulului simplu este dată de relaţia (pentru oscilaţii mici) ;

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \tag{7}$$

unde l este lungimea pendulului, iar g este acceleraţia gravitaţiei în locul unde oscilează pendulul.

Pentru oscilaţii mari perioada este dată de formula

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\alpha}{2} + \frac{9}{64}\sin^4\frac{\alpha}{2}\right). \tag{7'}$$

Între lungimea de undă λ, perioada T, frecvenţa ν şi viteza de propagare v a oscilaţiilor, există relaţia

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}. \tag{8}$$

Viteza de propagare v a sunetului în medii solide elastice este

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{9}$$

unde E este modulul lui Young, iar ρ este densitatea mediului.

Viteza sunetului în aer la $t°$ faţă de viteza la $0°$,

$$v_t = v_0\sqrt{1 + \alpha t}. \tag{10}$$

Frecvenţa bătăilor ν produse la suprapunerea a două sunete cu frecvenţele ν_1 şi ν_2 este dată de formula

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 \tag{11}$$

Frecvenţa sunetului dat de un tub sonor deschis de lungime L este dată de relaţia

$$\nu = n\frac{v}{2L}\ ; \qquad n \in N \tag{12}$$

unde v este viteza sunetului în mediul respectiv.

Pentru $n = 1$ se obţine frecvenţa sunetului fundamental.

Frecvenţa sunetului dat de un tub sonor închis de lungime L este

$$\nu = (2n - 1)\frac{v}{4L}\ ; \qquad n \in N \tag{13}$$

Pentru $n = 1$ se obţine frecvenţa sunetului fundamental.

Frecvenţa sunetului dat de o coardă sonoră de lungime L şi rază r este dată de relaţia

$$\nu = \frac{n}{2Lr}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}, \qquad n \in N \tag{14}$$

unde F este forţa care întinde coarda, iar ρ este densitatea ei. Pentru $n = 1$ se obţine frecvenţa sunetului fundamental.

Scanned with OKEN Scanner

1.200. Un corp suspendat de un resort oscilează cu amplitudinea de 5 cm. Care este energia cinetică maximă a corpului, dacă constanta elastică a resortului este de 980 N/m?

Rezolvare. Oscilația fiind armonică, viteza de oscilație este

$$v = A\omega \cos \omega t.$$

Energia cinetică este

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} A^2\omega^2\cos^2\omega t.$$

Ca energia cinetică să fie maximă, trebuie ca $\cos \omega t = 1$, deci

$$E_{k\,max} = \frac{mA^2\omega^2}{2}. \tag{1}$$

Masa corpului care oscilează se calculează din formula forței elastice

$$F = kA = mg \tag{2}$$

de unde

$$m = \frac{kA}{g} \tag{3}$$

Pulsația oscilației

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}},$$

și ținînd seamă de (3):

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{A}}. \tag{4}$$

Prin urmare, energia cinetică maximă va fi

$$E_{k\,max} = \frac{kA^2}{2}. \tag{5}$$

Înlocuind datele numerice

$$E_{k\,max} = \frac{1}{2} \cdot 980 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 1{,}225 \text{ J}.$$

1.201. Într-o menghină se fixează capătul unei lame elastice, iar de capătul ei liber se fixează o masă $m = 98$ g. Să se calculeze frecvența cu care va oscila lama, știind că sub acțiunea unei forțe $F = 4{,}41$ N capătul ei liber se depărtează cu $A = 5$ cm de poziția de echilibru.

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare. Se poate scrie

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}},$$

$$k = \frac{F}{A}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{F}{mA}}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{4{,}41}{98 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{900}$$

$$\nu = \frac{30}{2\pi} = \frac{15}{\pi} = 4{,}77 \text{ Hz}.$$

1.202. Un motor electric cu greutatea de 1 254 N este montat pe patru resorturi avînd fiecare $k = 19{,}6 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Să se determine perioada proprie și frecvența oscilațiilor sistemului, știind că motorul produce numai deplasări verticale.

Rezolvare. Deoarece sistemul se sprijină pe cele patru resorturi, deformarea produsă se distribuie uniform pe acestea, astfel încît coeficientul k_1 al sistemului este $k_1 = 4k$. Perioada proprie va fi

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1\,254 \text{ N}}{4 \cdot 19{,}6 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{0{,}0016} \approx 0{,}25 \text{ s}$$

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}25} = \frac{100}{25} = 4\text{Hz}.$$

1.203. Un pendul cu masa de 10 g oscilează într-un loc în care $g = 9{,}8$ m/s². Perioada de oscilație este de 4 s, iar unghiul corespunzător depărtării maxime pozițiilor A și A' (fig. 1.48) este de 1°:

Considerînd arcul AA' rectiliniu, să se calculeze: *a)* lungimea pendulului; *b)* valorile pe care le ia elongația CM, viteza, accelerația și energia cinetică la momentul $t = 18{,}5$ s, momentul 0 (zero) fiind acela al trecerii prin poziția de echilibru C.

Fig. 1.48

Rezolvare. *a)* Din formula

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

rezultă :

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9{,}8 \cdot 16}{4\pi^2} = 3{,}97 \text{ m}.$$

b) Cum originea timpului este momentul cînd mobilul trece prin C, elongaţia pendulului la timpul t este

$$x = A \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

iar viteza

$$v = \frac{2\pi A}{T} \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

şi acceleraţia

$$a = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 A \sin 2\pi \frac{t}{T} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x.$$

Pentru a determina pe x, v şi a este suficient să calculăm pe A.

Unghiul format de poziţiile extreme ale pendulului este dublul unghiului care măsoară elongaţia maximă A ; deci $CA' = A$ şi cum arcul $AA' = 1°$, avem

$$A = \frac{\overline{AA'}}{2} = \frac{\pi l}{180 \cdot 2} = \frac{\pi l}{360}$$

deci :

$$x = \frac{\pi l}{360} \sin\left(\frac{2\pi}{4} \cdot 18{,}5\right) = \frac{\pi l}{360} \sin \frac{37\pi}{4}$$

$$x = \frac{\pi l}{360} \sin \frac{5\pi}{4} = -\frac{9{,}8 \cdot 16\sqrt{2}}{2\pi \cdot 2} = -245 \cdot 10^{-4} \text{ m} = -2{,}45 \text{ cm}.$$

Semnul — ne arată că punctul M este la stînga lui C, cum de altfel se putea prevedea.

Deoarece

$$\sin \frac{5\pi}{4} = \cos \frac{5\pi}{4}, \text{ se obţine}$$

$$v = -\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{\pi \cdot l}{360} \cos \frac{5\pi}{4} = -\frac{2\pi}{T} \cdot x = -\frac{2\pi}{4} x = -\frac{\pi}{2} 2{,}45 = -3{,}84 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

iar acceleraţia

$$a = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot 2{,}45 \approx 6 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

În sfîrşit, energia cinetică va fi

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{10^{-2} \cdot 384^2 \cdot 10^{-8}}{2} \approx 74 \cdot 10^{-7} \text{ J}.$$

Scanned with OKEN Scanner

1.204. Într-un loc oarecare, accelerația gravitației este mai mare cu $\frac{1}{200}$ din valoarea acesteia la ecuator. Cu cîte secunde într-o zi (24 ore) va întîrzia un ceasornic, cu pendul reglat pentru acest loc, dacă va fi transportat la ecuator?

Rezolvare. Dacă notăm prin g aceeleraţia gravitaţiei în locul considerat, şi cu g' valoarea acceleraţiei la ecuator se obţine:

$$g = g' + \frac{g'}{200} = \frac{201}{200} g'.$$

Duratele oscilaţiilor unui pendul în două locuri diferite sînt în raport invers cu rădăcina pătrată a acceleraţiei gravitaţiei. Notînd prin t durata oscilaţiei pendulului transportat la ecuator, avem

$$\frac{t}{t'} = \frac{\sqrt{\frac{201}{200}} \cdot \sqrt{g}}{\sqrt{g}} = \sqrt{\frac{201}{200}}.$$

Numărul oscilaţiilor pe care cele două pendule le fac într-o zi, în cele două locuri, sînt invers proporţionale cu duratele lor de oscilaţie ($nt = n't'$). Notînd prin n numărul bătăilor pendulului care întîrzie, acelea ale pendulului normal vor fi de 86 400 într-o zi

$$\frac{n}{86\,400} = \sqrt{\frac{200}{201}}$$

de unde

$$n = 86\,400 \sqrt{\frac{200}{201}}.$$

Deci, cînd ceasornicul exact arată ora 24 (86 400 s), în situaţia cînd întîrzie nu va arăta decît

$$86\,400 \sqrt{\frac{200}{201}} \text{ s}.$$

Întîrzierea este deci

$$86\,400 - 86\,400 \sqrt{\frac{200}{201}} \text{ s}.$$

1.205. Două tuburi sonore deschise, de aceeaşi lungime, conţin: unul aer la 0 °C, altul aer la 28 °C. Presupunînd că presiunea aerului este aceeaşi în ambele tuburi, să se determine: *a)* intervalul sunetelor fundamentale; *b)* frecvenţa bătăilor pe care ele le produc cînd le facem să sune simultan.

Primul tub — tubul la 0 °C — dă ca sunet fundamental pe do_3 şi se ştie că la_3 are 435 vibraţii pe secundă. Se ia $\frac{1}{273}$ valoarea coeficientului de dilataţie a aerului.

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare. *a)* Frecvența sunetului fundamental într-un tub deschis de lungime L este

$$\nu = \frac{v}{2L}$$

(v = viteza sunetului în gazul din tub); viteza la $t°$, față de viteza la 0°C este dată de

$$v_t = v_0\sqrt{1+\alpha t}.$$

Intervalul sunetelor fundamentale ale celor două tuburi este deci

$$\frac{v_t}{v_0} = \frac{v_0\sqrt{1+\alpha t}}{v_0} = \sqrt{1+\alpha t} = \sqrt{1+\frac{28}{273}} = \sqrt{\frac{301}{273}} = 1{,}05.$$

b) Tubul conținînd aer la 0°C dă nota do_3; el emite deci

$$435\,\frac{3}{5} = 261 \text{ Hz}.$$

Cel de al doilea tub dă deci un sunet a cărui înălțime este

$$261\sqrt{\frac{301}{273}} = 274 \text{ Hz}.$$

Frecvența bătăilor va fi deci

$$n = 274 - 261 = 13.$$

1.206. Două coarde metalice sînt fixate la un același sonometru; prima este întinsă printr-o greutate de 118,58 N, cealaltă este astfel întinsă încît să fie la unison cu prima. Ne propunem să împărțim prima coardă, cu ajutorul unui căluș, în două părți astfel încît, modificînd convenabil greutatea de întindere, cele două segmente să redea notele superioare într-un acord perfect, cînd cea de a doua coardă redă nota cea mai gravă (joasă). Unde trebuie să așezăm călușul sub cea de a doua coardă pentru a avea succesiv terța și cvinta notei primitive? Frecvențele notelor aflate într-un acord perfect sînt între ele ca numerele 4, 5, 6; dacă nota fundamentală are frecvența ν, vom avea pentru notele succesive raporturile

$$\nu,\ \frac{5}{4}\nu,\ \frac{3}{2}\nu.$$

Rezolvare. 1) Fie L lungimea totală a fiecăreia dintre cele două coarde, l lungimea segmentului care dă $\frac{5}{4}\nu$ Hz și l' lungimea aceluia care dă $\frac{3}{2}\nu$ Hz.

Pentru coarda întreagă putem scrie

$$\nu = \frac{1}{2rL}\sqrt{\frac{118{,}58}{\pi\rho}}. \qquad (1)$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru segmentul care dă terța notei fundamentale

$$\frac{5}{4}\nu = \frac{1}{2rl}\sqrt{\frac{x}{\pi\rho}}. \tag{2}$$

Pentru segmentul care dă cvinta

$$\frac{3}{2}\nu = \frac{1}{2rl'}\sqrt{\frac{x}{\pi\rho}}. \tag{3}$$

Pe de altă parte,

$$l + l' = L. \tag{4}$$

Divizînd membru cu membru (1) și (2)

$$\frac{4}{5} = \frac{l}{L}\sqrt{\frac{118{,}58}{x}}. \tag{5}$$

Divizînd membru cu membru (2) și (3)

$$\frac{5}{6} = \frac{l'}{l};$$

din această proporție se obține

$$\frac{6}{11} = \frac{l}{l + l'} = \frac{l}{L}.$$

Ducînd valoarea $\frac{l}{L}$ în ecuația (5), obține:

$$\frac{4}{5} = \frac{6}{11}\sqrt{\frac{118{,}58}{x}},$$

ceea ce dă pentru greutatea de întindere

$$x = 55{,}1 \text{ N}$$

și pentru cele două segmente

$$l = \frac{6}{11}L \text{ și } l' = \frac{5}{11}L.$$

2) Pentru a avea terța $\left(\nu' = \frac{4}{5}\nu\right)$, va trebui să așezăm călușul la $\frac{4}{5}$ din această coardă și să facem să vibreze această porțiune de $\frac{4}{5}L$.

Pentru a obține cvinta $\left(\nu'' = \frac{3}{2}\nu\right)$, va trebui să așezăm călușul la $\frac{2}{3}L$.

1.207. Un punct material oscilează armonic avînd amplitudinea 3 cm și frecvența 10 Hz. Să se scrie ecuația mișcării.

R. $x = 3 \sin 20\pi t$

Scanned with OKEN Scanner

1.208. Un punct material oscilează după legea $x = A \sin \omega t$. Să se calculeze: *a)* valoarea elongației la momentul $t = \frac{T}{12}$; *b)* timpul după care elongația este maximă.

R. $\frac{A}{2}$; $\frac{T}{4}$.

1.209. Un resort elicoidal este suspendat de un suport. Resortul se lungește cu 1,44 cm cînd se suspendă de el o masă de $36 \cdot 10^{-3}$ kg. Care vor fi perioada și amplitudinea lui, cînd va oscila sub sarcina produsă de masa de 0,1 kg?

R. 0,4 s; 4 cm

1.210. Să se calculeze perioada și amplitudinea cu care oscilează o masă de 150 g suspendată de un resort elastic de oțel, care se întinde cu 1 cm cînd se suspendă de capătul lui o masă de 30 g.

R. 0,45 s; 5 cm.

1.211. În fața unui perete de care se reflectă o undă sonoră se mișcă o membrană prevăzută cu un mic pendul de soc. Se constată că membrana vibrează la distanțe succesive de 1 m, măsurătoarea începînd de la perete. Care este frecvența sunetului reflectat, dacă viteza de propagare este de 340 m/s?

R. 170 Hz.

1.212. O scîndură oscilează armonic într-un plan orizontal cu frecvența de 10 Hz. Pe ea se găsește un corp de 5 kg. Se cere: *a)* cu ce amplitudine trebuie să oscileze scîndura, pentru ca să se producă alunecarea corpului; *b)* energia corpului la momentul $t = T/8$ ($\mu = 0{,}4$; $g = \pi^2 \text{m/s}^2$).

R. *a)* $A = \frac{\mu g}{4\pi^2 \nu^2} = 10^{-3}$ m; *b)* $E = \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2 \omega t}{2} = 49{,}3 \cdot 10^{-4}$ J

1.213. Într-un lichid se produce o mișcare oscilatorie care străbate în 10 s un spațiu de 14,1 km. Să se calculeze viteza de propagare, perioada și frecvența mișcării prin acel lichid știind că lungimea de undă este 7,5 m.

R. 1410 m/s; 0,00532 s; 188 Hz

1.214. Un pendul bate secunda la suprafața Pămîntului la temperatura de 0°C. Tija lui este făcută dintr-un material cu coeficientul mediu de dilatație liniară $\alpha = 15 \cdot 10^{-6}$ grd^{-1}. Cu ce perioadă va oscila acest pendul aflat într-o rachetă ce se mișcă la înălțimea $h = \frac{R}{3}$ față de suprafața Pămîntului cu raza R, avînd în interior o temperatură de 20°C?

R. $T = \frac{4}{3} T_0 \sqrt{1 + \alpha t} \approx 2{,}67$ s.

Scanned with OKEN Scanner

1.215. La o lucrare de laborator, pendulul de 25 cm efectuează 302 oscilaţii în 5 min. Să se calculeze acceleraţia gravitaţiei în locul unde se face experienţa.

R. 9,802 m/s².

1.216. Lungimea unui pendul care bate secunda este de 0,995 m. Să se calculeze valoarea acceleraţiei în locul unde oscilează pendulul.

R. 9,81 m/s².

1.217. Un pendul face 300 oscilaţii pe minut, iar altul face în acelaşi loc 400 oscilaţii pe minut. Să se calculeze raportul lungimilor.

R. 1,77.

1.218. Două pendule oscilează în acelaşi timp şi în acelaşi loc. În timp ce primul face 10 oscilaţii, al doilea face numai 6 oscilaţii. Să se determine lungimile celor două pendule, ştiind că unul este mai lung decît celălalt cu 20 cm.

R. 11,25 cm; 31,25 cm.

1.219. Cu cît va înainta sau va rămîne în urmă, în 24 de ore, un ceasornic cu pendul cînd este transportat de la pol la ecuator?.

R. Rămîne în urmă cu 3 min 40 s.

1.220. Un pendul lung de 2,5 m are discul de 1 kg şi oscilează cu amplitudinea unghiulară de 30°. Ce energie cinetică şi ce energie potenţială are pendulul pentru elongaţia unghiulară de 20°?

R. 1,48 J.

1.221. Un pendul matematic oscilează cu perioada de π s, iar masa discului legat de fir este de 100 g. Să se calculeze: *a)* energia cinetică şi potenţială la elongaţia de 30°, dacă amplitudinea unghiulară este de 45°; *b)* valoarea forţei care lucrează asupra firului la elongaţia de 30°; *c)* valoarea amplitudinii noi dacă la trecerea prin poziţia de echilibru, lungimea firului se reduce la jumătate ($g = 10$ m/s²).

R. *a)* $E_k = 0{,}4$ J; $E_p = 0{,}3375$ J; *b)* $F = 1{,}185$ N; *c)* $a \approx 65°30'$.

1.222. Tunetul este auzit de un observator după 8 s de la vederea fulgerului. La ce depărtare de observator s-a produs fulgerul?

R. 2720 m.

1.223. Sunetul produs într-un lichid are lungimea de undă de 4,305 mm; ştiind că perioada lui de vibraţie este de $3 \cdot 10^{-3}$ s, să se calculeze viteza sunetului în acel lichid.

R. 1435 m/s.

Scanned with OKEN Scanner

1.224. Un punct material de masă $m = 0{,}5$ g, ce poate oscila elastic, este deplasat din poziția de echilibru pe distanța de 2 cm de o forță de 1,936 N. Fiind lăsat liber se cere: *a)* să se stabilească ecuația mișcării punctului material avînd ca origine a elongației poziția de echilibru și ca origine a timpului momentul cînd este lăsat liber; *b)* energia cinetică și potențială a punctului oscilant la momentul $t = T/8$; *c)* să se calculeze decalajul dintre elongație, viteză și accelerație și să se arate care din mărimile oscilante sînt în avans și cu cît.

R. *a)* $y = 0{,}02 \sin\left(440\ t + \frac{\pi}{2}\right)$;

b) $E_k = 9{,}68 \cdot 10^{-3}$ J, $E_p = 9{,}68 \cdot 10^{-3}$ J

c) $\Delta\varphi_{(y,v)} = -\frac{\pi}{2}$; $\Delta\varphi_{(y,a)} = -\pi$, $\Delta\varphi_{(v,a)} = -\frac{\pi}{2}$

1.225. Se aude un tunet după 8 s de la producerea fulgerului. După 30 s se observă un al doilea fulger, al cărui tunet se aude după 4 s. Cu ce viteză se apropie furtuna?

R. 45,3 m/s.

1.226. Viteza sunetului într-o bară de oțel este de 5 100 m/s. Care este modulul de elasticitate, în N/m^2, dacă densitatea barei este $7{,}8 \cdot 10^3$ kg/m³?

R. $20{,}3 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$

1.227. Două diapazoane produc 20 bătăi în 10 secunde. Frecvența unui diapazon este 256 Hz. Care este frecvența celuilalt diapazon?

R. 254 sau 258 Hz.

1.228. Un vapor care se deplasează cu viteza v lansează un semnal sonor spre fundul mării, al cărui ecou este auzit după t secunde. Cunoscînd că viteza sunetului în apă este u, să se stabilească formula care dă adîncimea mării.

R. $h = \frac{t}{2}\sqrt{u^2 - v^2}$.

1.229. Să se calculeze frecvențele primelor 5 sunete proprii produse de un tub sonor deschis, lung de 1,7 m (aer uscat la condițiile normale).

R. 100 Hz; 200 Hz; 300 Hz; 400 Hz; 500Hz.

1.230. Două coarde de vioară confecționate din același material au aceeași lungime și sînt întinse de forțe egale. Diametrul unei coarde fiind de două ori mai mare decît al celeilalte, să se afle raportul frecvențelor proprii.

R. 50 Hz; 150 Hz; 250 Hz; 350 Hz; 450 Hz

Scanned with OKEN Scanner

C. STATICA

Considerații teoretice

Compunerea forțelor

Compunerea forțelor care au același suport.

a) Forțele au același sens

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \ldots + \bar{F}_n. \tag{1}$$

b) Forțele au sensuri diferite

$$\bar{R} = \bar{F}_1 \pm \bar{F}_2 \pm \ldots \pm \bar{F}_n. \tag{2}$$

Compunerea a două forțe concurente se face cu ajutorul regulii paralelogramului forțelor. Mărimea rezultantei se poate obține grafic (fig. 1.49) sau cu formula

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha, \tag{3}$$

unde α este unghiul dintre cele două forțe.

Caz particular: $\alpha = 90°$,

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}. \tag{4}$$

Proiecția rezultantei pe o direcție oarecare este egală cu suma proiecțiilor forțelor componente pe aceeași direcție. Considerînd două axe de coordonate perpendiculare între ele, Ox și Oy și notînd cu X suma algebrică a proiecțiilor forțelor pe axa Ox și cu Y suma proiecțiilor forțelor pe axa Oy, adică

$$X = F_{1x} + F_{2x} + \ldots + F_{nx}, \tag{5}$$

$$Y = F_{1y} + F_{2y} + \ldots + F_{ny}, \tag{6}$$

mărimea rezultantei forțelor este dată de formula

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}, \tag{7}$$

iar unghiul α dintre axa Ox și direcția rezultantei este dat de relația

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Y}{X}. \tag{8}$$

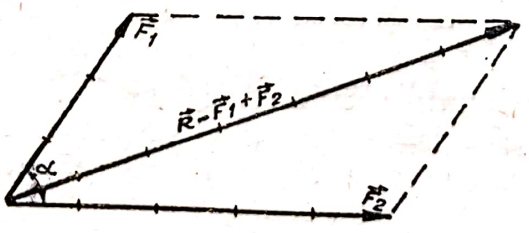


Fig. 1.49

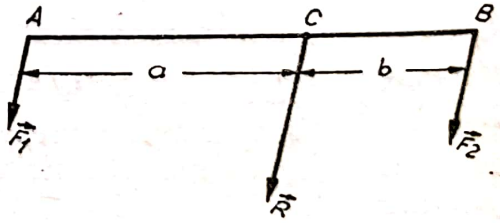


Fig. 1.50

Scanned with OKEN Scanner

Forțe paralele. a) Rezultanta $\overline{R}$ a două forțe paralele $\overline{F_1}$ și $\overline{F_2}$, orientate în același sens, este paralelă cu aceste forțe și orientată în același sens, egală în mărime cu suma lor și trece prin punctul C care împarte interior distanța AB (între punctele de aplicație ale forțelor componente) în părți invers proporționale cu mărimile forțelor (fig. 1.50), adică

$$R = F_1 + F_2, \tag{9}$$

$$F_1 \cdot a = F_2 \cdot b \tag{10}$$

b) Dacă forțele au sens contrar, rezultanta este egală cu diferența lor, este paralelă cu forțele date, orientată în sensul forței mai mari și trece prin punctul C care împarte exterior distanța AB în părți invers proporționale cu mărimile forțelor (fig. 1.51), adică

$$R = F_2 - F_1, \tag{11}$$

$$F_1(a + b) = F_2 \cdot b. \tag{12}$$

Momentul unei forțe $\overline{F}$ în raport cu un punct O se calculează cu formula

$$\mathfrak{M}_{F(O)} = F \cdot l \tag{13}$$

unde l este distanța de la punctul O la suportul forței F (măsurată pe perpendiculara din O la suportul forței F).

Echilibrul unui corp asupra căruia acționează un sistem de forțe. În cazul cînd asupra unui corp rigid lucrează un sistem de forțe, corpul rămîne în echilibru dacă: rezultanta sistemului de forțe este nulă și suma algebrică a momentelor forțelor acestui sistem de forțe față de un punct oarecare O este nulă. Adică:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0. \tag{14}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \mathfrak{M}_{Fi(O)} = 0. \tag{15}$$

Cuplul de forțe este un sistem de două forțe paralele, egale și de sens contrar. *Momentul unui cuplu* este egal cu produsul dintre mărimea uneia din forțe F și distanța d dintre suporturile celor două forțe (fig. 1.52),

$$\mathfrak{M}_c = F \cdot d.$$

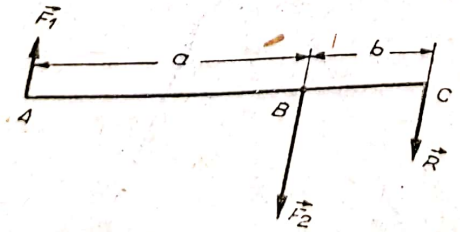


Fig. 1.51

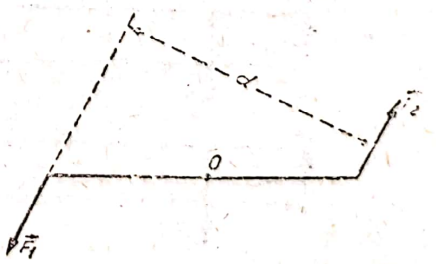


Fig. 1.52

a) Pîrghii

— *genul I* (fig. 1.53, *a*);

— *genul II* (fig. 1.53, *b*);

— *genul III* (fig. 1.53, *c*);

condiţia de echilibru

$$R \cdot a = F \cdot b; \tag{16}$$

forţa necesară pentru a învinge rezistenţa

$$F = R\frac{a}{b} \tag{17}$$

b) Scripetele fix (fig. 1.54)

Condiţia de echilibru

$$F = R. \tag{18}$$

Forţa P care acţionează asupra axului

$$P = 2F \cdot \cos\frac{\alpha}{2}, \tag{19}$$

unde α este unghiul format de F cu R.

c) Scripetele mobil (fig. 1.55)

Condiţia de echilibru

$$G = 2F\cos\frac{\alpha}{2}\cdot \tag{20}$$

Cînd firele sînt paralele

$$F = \frac{G}{2}\cdot \tag{21}$$

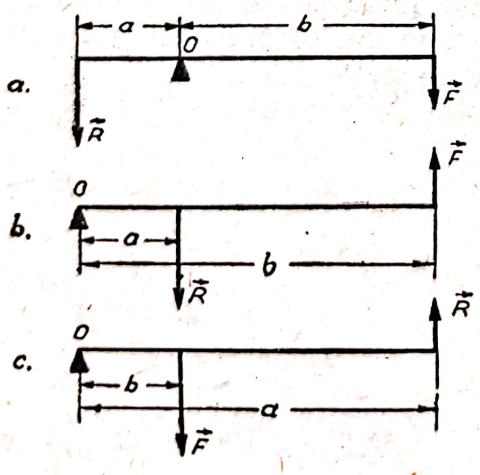


Fig. 1.53

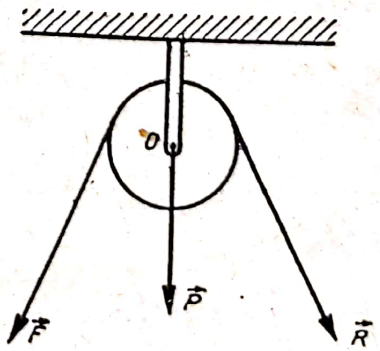


Fig. 1.54

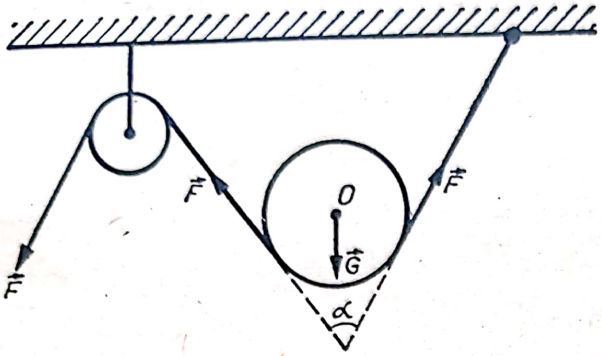


Fig. 1.55

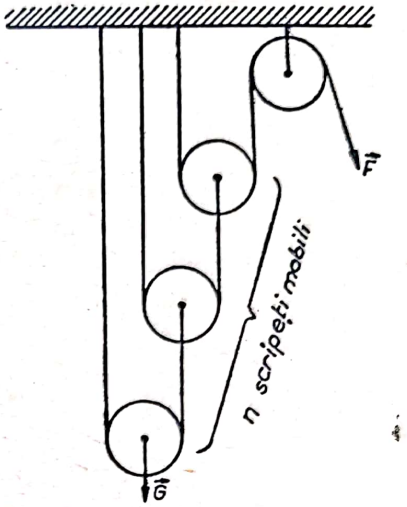


Fig. 1.56

d) Cazul a n scripeți mobili (fig. 1.56).
Firele fiind paralele

$$F = \frac{G}{2^n} \tag{22}$$

n fiind numărul scripeților mobili

$$\frac{\text{Valoarea forței active}}{\text{Valoarea sarcinii}} = \frac{1}{2^n}.$$

e) Palanul simplu (fig. 1.57):
— n scripeți ficși

$$F = \frac{G}{2n}: \tag{23}$$

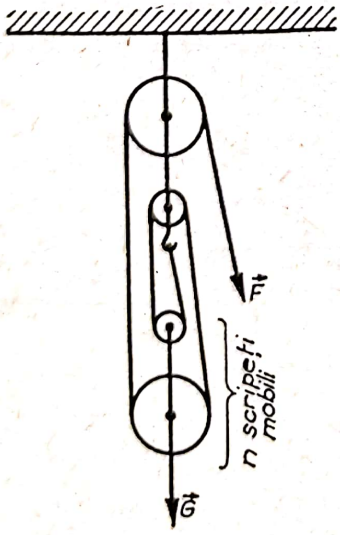


Fig. 1.57

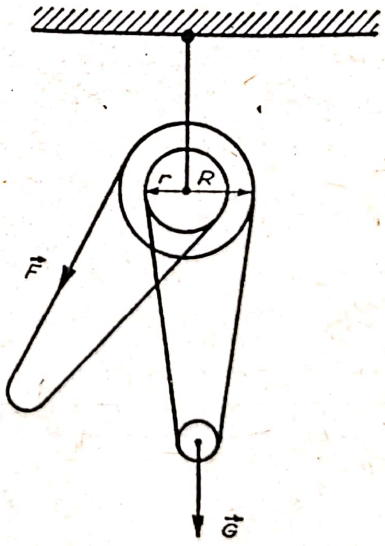


Fig. 1.58

Scanned with OKEN Scanner

— $(n + 1)$ scripeți ficși

$$F = \frac{G}{2n + 1}. \tag{24}$$

f) Palanul diferențial (fig. 1.58).

Condiția de echilibru

$$F = G\frac{R - r}{2R}. \tag{25}$$

g) Troliul simplu (fig. 1.59).

Condiția de echilibru

$$F \cdot R = Gr, \tag{26}$$

de unde forța activă

$$F = G\frac{r}{R}. \tag{27}$$

h) Troliul diferențial (fig. 1.60).

valoarea forței active necesare pentru echilibru

$$F = G\frac{R - r}{2l} \tag{28}$$

i) Planul înclinat (fără frecare)

Considerăm cazul în care forța activă F este perpendiculară pe linia de intersecție a planului înclinat cu planul orizontal și este conținută în planul înclinat. Din figura 1.61 rezultă:

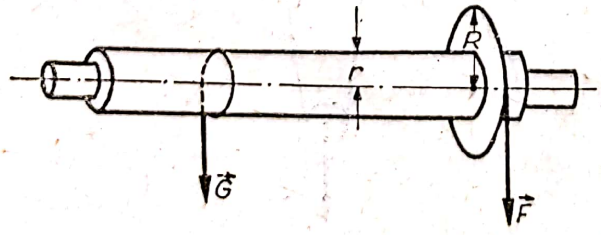


Fig. 1.59

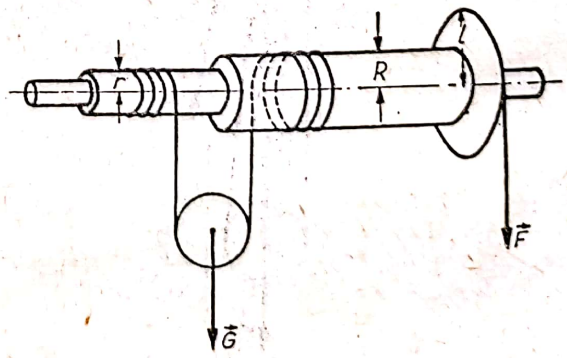


Fig. 1.60

Scanned with OKEN Scanner

— valoarea forţei active

$$F = G\,\frac{h}{l};$$

— componenta normală (G_n) pe planul înclinat

$$G_n = G\,\frac{b}{l}.$$

j) Planul înclinat (ţinînd seama şi de frecare) (fig. 1.62).
Fie μ coeficientul de frecare şi F_f forţa de frecare.
Condiţia de echilibru

$$G_t \leqslant F_f = \mu G_n. \tag{30}$$

Forţa necesară pentru a urca corpul pe planul înclinat

$$F = F_f + G_t = G(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) \tag{31}$$

unde $\overline{G}_t$ este componenta greutăţii $\overline{G}$ pe direcţia planului înclinat.

Forţa necesară pentru a coborî corpul pe planul înclinat.

$$F = F_f - G_t = G(\mu \cos \alpha - \sin \alpha) \tag{32}$$

k) Şurubul (fig. 1.63)

Condiţia de echilibru

$$\frac{F}{R} = \frac{h}{2\pi l} \quad (h = \text{pasul}), \tag{33}$$

de unde forţa activă

$$F = R\,\frac{h}{2\pi l}. \tag{34}$$

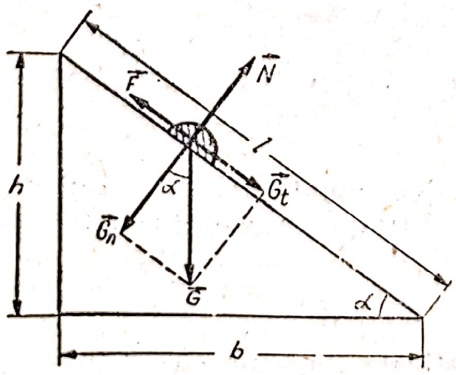


Fig. 1.61

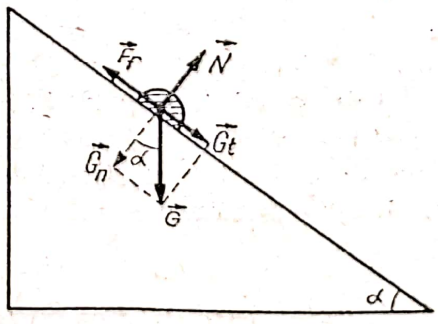


Fig. 1.62

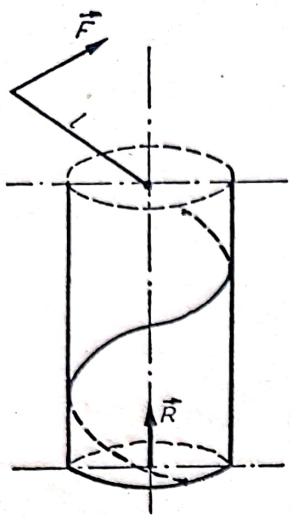


Fig. 1.63

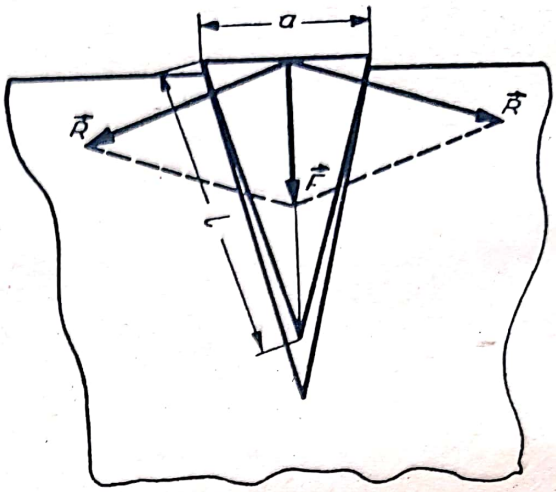


Fig. 1.64

l) Pana (fig. 1.64)

Dacă F este mărimea forţei aplicate, mărimea forţei de apăsare R asupra lemnului este

$$R = F\frac{l}{a}. \tag{35}$$

m) Balanţa. O balanţă este justă cînd pîrghia rămîne orizontală, cele două platane fiind goale sau încărcate cu corpuri cu greutăţi egale.

Condiţiile de justeţe ale unei balanţe. Pentru ca o balanţă să fie justă trebuie ca:

— braţele pîrghiei să fie egale;

— verticala dusă prin centrul de greutate al sistemului oscilant (pîrghie şi platane) să întîlnească punctul de sprijin cînd pîrghia este orizontală.

Luînd momentele forţelor în raport cu punctul C (fig. 1.65), condiţia de echilibru este

$$Pl + Ga - Pl' = 0$$

sau

$$P(l - l') + G \cdot a = 0$$

unde P este greutatea fiecărui platan.

Această egalitate trebuind să fie independentă de P, rezultă $l = l'$. Deci cele două braţe trebuie să fie egale. Primul termen al ecuaţiei de mai sus fiind, nul, rezultă

$$G \cdot a = 0.$$

Dar $G \neq 0$, rezultă, $a = 0$. Deci verticala dusă prin centrul de greutate al sistemului oscilant întîlneşte punctul de sprijin.

Scanned with OKEN Scanner

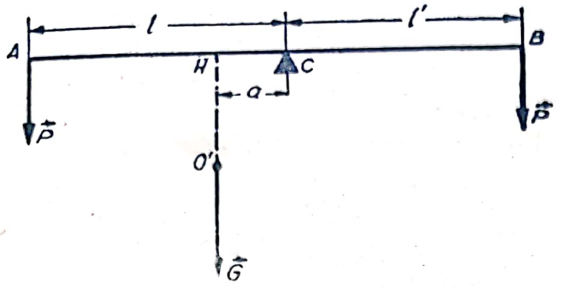


Fig. 1.65

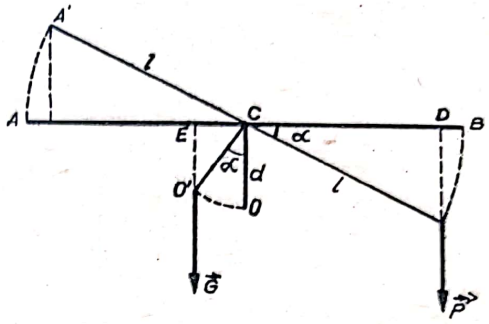


Fig. 1.66

Sensibilitatea balanței. O balanță este sensibilă cînd pîrghia se înclină cu un unghi apreciabil sub acțiunea unei greutăți foarte mici, pusă într-unul din platane.

Fie O centrul de greutate, l — lungimea comună a brațelor pîrghiei, d — distanța OC, G — greutatea pîrghiei. Fie p o mică greutate pusă într-unul din platane. Pîrghia se înclină cu un unghi α (fig. 1.66).

Condiția de echilibru se scrie

$$Gd \sin \alpha = pl \cos \alpha$$

de unde

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{pl}{G \cdot d}; \qquad (36)$$

de aici, condițiile de sensibilitate ale balanței:

— pîrghia să fie cît mai lungă și mai ușoară;

— centrul de greutate să fie cît mai aproape de punctul de sprijin.

APLICAȚII

Compunerea forțelor care au același suport

1.231. Un muncitor avînd greutatea de 700 N, așezat pe o platformă ridică un corp cu greutatea de 300 N suspendat de un cablu care trece peste un scripete (fig. 1.67). Să se determine forța transmisă asupra platformei și valoarea încărcăturii maxime pe care o poate susține muncitorul.

R. 400 N; 700 N.

1.232. La capătul din stînga al unei frînghii trecute peste un scripete este suspendat un corp cu greutatea egală cu 50 N, iar la capătul din dreapta — un corp cu greutatea egală cu 120 N. Corpul din dreapta se reazămă pe talerul unui cîntar cu arc. Care va fi indicația cîntarului?

R. 70 N.

Scanned with OKEN Scanner

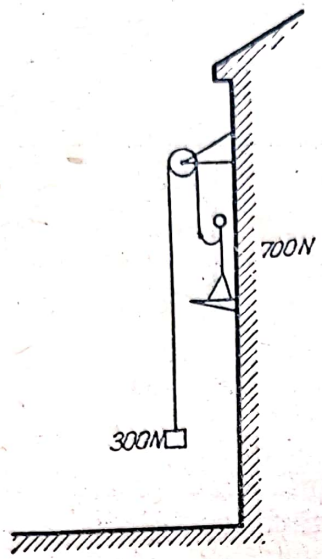


Fig. 1.67

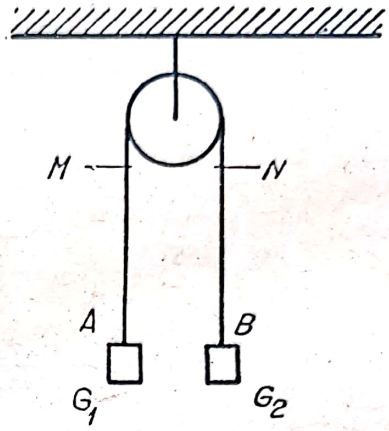


Fig. 1.68

1.233. Corpul A cu greutatea $G_1 = 60$ N este suspendat de un cablu trecut peste un scripete (fig. 1.68). Să se determine mărimea contragreutății G_2 a corpului B și forța de întindere în cablu în punctele A și B, ținînd seama de greutatea cablului, situat mai jos de nivelul MN, care determină poziția cea mai înaltă posibilă a corpurilor. Greutatea cablului este de 8 N. Să se examineze următoarele cazuri: *a)* Corpurile A și B se găsesc la același nivel; *b)* corpul A ocupă poziția cea mai înaltă; *c)* contragreutatea B ocupă poziția cea mai înaltă.

R. *a)* $G_2 = 60$ N; $T_A = 60$ N; $T_B = 60$ N
b) $G_2 = 52$ N; $T_A = 60$ N; $T_B = 52$ N
c) $G_2 = 68$ N; $T_A = 60$ N; $T_B = 68$ N

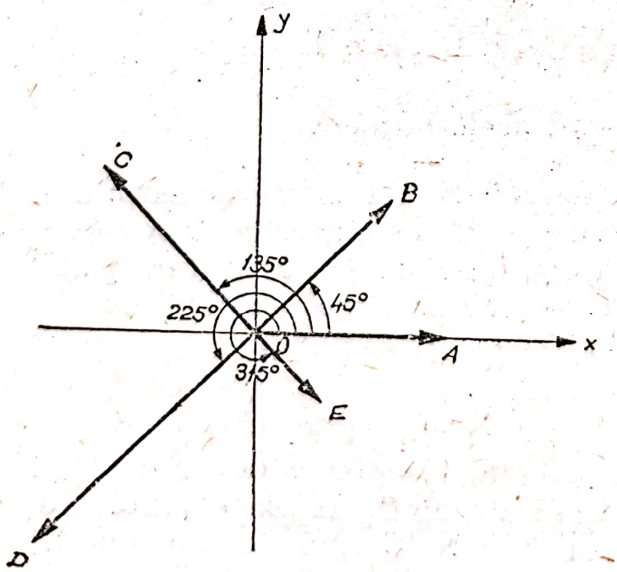


Fig. 1.69.

Compunerea forțelor concurente

1.234. Într-un punct O sînt aplicate forțele $OA = 3\sqrt{2}$ N, $OB = 4$N, $OC = 5$ N, $OD = 7$ N, $OE = 2$N, ale căror direcții sînt date de unghiurile $AOB = 45°$, $AOC = 135°$, $AOD = 225°$, $AOE = 315°$. Să se arate că aceste forțe își fac echilibru.

Rezolvare. Vom descompune fiecare forță în cîte două componente, după două drepte perpendiculare care trec prin O. Fie Ox direcția OA, iar Oy perpendiculara în O pe OA (fig. 1.69).

Urmărind figura, se pot scrie uşor componentele forţelor şi se întocmeşte tabloul

	OA	OB	OC	OD	OE
Ox	$3\sqrt{2}$ N	$4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ N	$-5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ N	$-7 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ N	$2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ N
Oy	0	$4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ N	$5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ N	$-7 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ N	$-2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ N

Însemnînd cu X şi Y componentele rezultantei pe axele Ox şi Oy, se obţine

$$X = 3\sqrt{2} + 4\frac{\sqrt{2}}{2} - 5\frac{\sqrt{2}}{2} - 7\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,$$

$$Y = 4\frac{\sqrt{2}}{2} + 5\frac{\sqrt{2}}{2} - 7\frac{\sqrt{2}}{2} - 2\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$

Componentele rezultantei fiind egale cu zero, rezultanta este zero şi deci forţele îşi fac echilibru.

1.235. Asupra unui punct material acţionează forţele $F_1 = F_2 = 20$ N, unghiul dintre ele fiind 60°. Să se determine mărimea şi direcţia rezultantei acestor două forţe, calculul făcîndu-se: geometric, trigonometric, grafic.

R. $R = 20\sqrt{3}$ N ≈ 34 N; $\widehat{F_1, R} = 30°$

1.236. Asupra punctului material A acţionează forţele $F_1 = 2$ N, $F_2 = 3$ N, $F_3 = 4$ N, unghiurile dintre ele fiind $\widehat{F_1, F_2} = \widehat{F_2, F_3} = 90°$. Să se calculeze rezultanta $\overline{R}$ a acestor forţe. Calculul se va face trigonometric şi grafic.

R. $R = \sqrt{13}$ N $\approx 3{,}61$ N; $\widehat{F_1 R} \approx 123°40'$

1.237. Un punct material liber M este atras de două vîrfuri B şi C ale unui triunghi şi respins de al treilea vîrf A cu intensităţi egale cu distanţele. Să se afle poziţia de echilibru a punctului.

R. M este în echilibru, cînd se află la intersecţia paralelelor duse prin B şi C la AC şi AB.

1.238. Asupra unui punct O, al unui corp, acţionează patru forţe egale cu 2, 3, 4, 5 N, aşezate în acelaşi plan. Ele fac cu o axă fixă Ox unghiuri de 30°, 45°, 135° şi 150°. Să se afle mărimea şi direcţia rezultantei.

R. 9,072 N; $\alpha = 111°22'$ faţă de axa fixă.

Scanned with OKEN Scanner

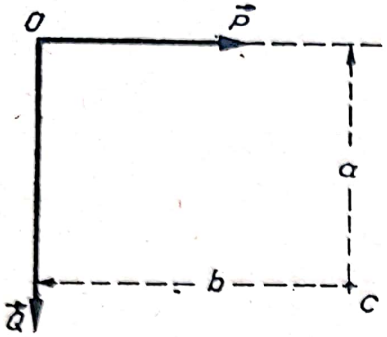


Fig. 1.70

1.239. Se dă un hexagon regulat $ABCDEF$ înscris în cercul O de rază r. Să se arate că rezultanta forţelor reprezentate prin AB, AC, AD, AE, AF, este egală cu forţa de mărime egală cu de 6 ori raza cercului O şi este îndreptată după diametrul AD.

R. $R = 6r$.

1.240. Fie $AB = 2r$ diametrul unui cerc O şi CD, EF două coarde egale în acest cerc, perpendiculare în M şi N pe diametrul AB. Să se arate că rezultanta forţelor reprezentate prin AC, AE, AF, AD este egală cu $4r$ şi că nu depinde de mărimea coardelor CD, EF.

R. $F = 4r$

1.241. Se cunosc forţa Q şi distanţele a şi b (fig. 1.70). Să se determine forţa P, aşa fel ca rezultanta forţelor P şi Q să treacă prin punctul C.

R. $P = Q\dfrac{b}{a}$.

Descompunerea unei forţe după două direcţii date

1.242. O lampă M cu greutatea $G = 30$ N este suspendată de tavan, cu un fir, în punctul A. Poziţia firului este deviată de la verticală de un alt fir, care este legat de lampă şi fixat de un perete în punctul B. Să se determine tensiunea în cele două fire (fig. 1.71).

Rezolvare. *Soluţia I.* Se descompune greutatea $\overline{G}$ în două componente: $\overline{T}_1$ având direcţia firului AM şi $\overline{T}_2$ având direcţia firului BM. Ducînd dreapta MN perpendiculară pe tavan, se observă că s-au format două triunghiuri asemenea: $\Delta\, AMN$ şi $\Delta\, MGT_1$. Se scrie proporţionalitatea laturilor

$$\frac{T_1}{\sqrt{(a-b)^2+c^2}} = \frac{T_2}{a-b} = \frac{G}{c},$$

de unde

$$T_1 = \frac{G\sqrt{(a-b)^2+c^2}}{c} = \frac{30\sqrt{30^2+40^2}}{40} = 37{,}5 \text{ N}.$$

$$T_2 = G\frac{a-b}{c} = \frac{30\times 30}{40} = 22{,}5 \text{ N}.$$

Soluţia II. Presupunînd că se taie firele MA şi MB, pentru ca punctul M să fie în echilibru, trebuie să introducem tensiunile din fire $\overline{T}_1$ şi

Scanned with OKEN Scanner

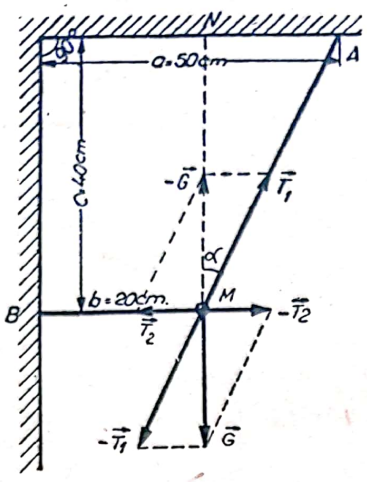


Fig. 1.71

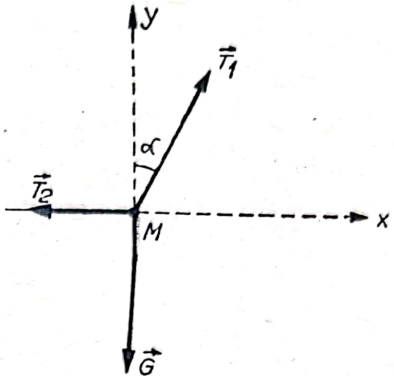


Fig. 1.72.

$\overline{T_2}$ ca în figura 1.72. Proiectînd forţele pe orizontală şi pe verticală, se obţin ecuaţiile de echilibru

$$\begin{cases} T_1 \sin \alpha - T_2 = 0, \\ T_1 \cos \alpha - G = 0, \\ \operatorname{tg} \alpha = \dfrac{a-b}{c}, \end{cases}$$

de unde

$$T_1 = \frac{G}{\cos \alpha} = \frac{G\sqrt{(a-b)^2 + c^2}}{c}$$

$$T_2 = T_1 \sin \alpha = G \operatorname{tg} \alpha = G \frac{a-b}{c}.$$

Soluţia III. Rezolvare grafică. Se construieşte la scara $\frac{1}{10}$ triunghiul dreptunghic AMN ale cărui catete se cunosc: $NA = 30$ cm şi $NM = 40$ cm. Se prelungesc cateta MN şi ipotenuza AM dincolo de punctul M. În punctul M se duce perpendiculara Mx pe dreapta MN. Vom reprezenta mărimea forţei de 1 N prin lungimea de 1 mm. Pe prelungirea lui MN, dincolo de punctul M, se construieşte vectorul $\overline{G}$, avînd originea în M şi lungimea de 30 mm. Prin extremitatea lui $\overline{G}$ se duc paralele la dreptele AM şi Mx şi fie Q şi P punctele de intersecţie cu dreptele Mx şi AM. La scara forţelor din figura 1.73 rezultă:

— mărimea tensiunii $\overline{T_1}$ este de 37,5 N.

— mărimea tensiunii $\overline{T_2}$ este de 22,5 N.

1.243. Un corp cu greutatea $G = 10$ N este legat de un fir ABC. Cu ce forţă orizontală $\overline{H}$ trebuie să tragem în punctul B al firului, pentru

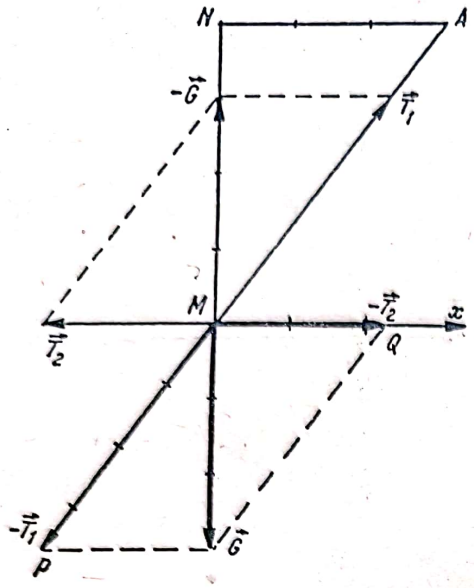


Fig. 1.73.

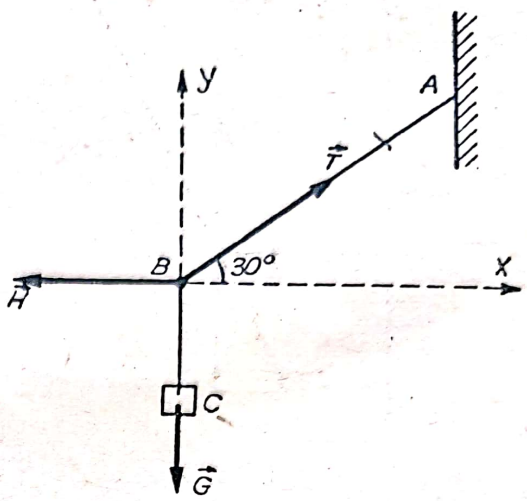


Fig. 1.74.

ca firul AB să aibă înclinarea de 30° față de orizontală și ce tensiune se produce în firul AB (fig. 1.74)?

Rezolvare. Considerăm axele de coordonate din figură. Tăind firul AB pentru ca punctul B să fie în echilibru, trebuie să introducem tensiunea T în fir.

Pentru ca sistemul de forțe, $\overline{G}$, $\overline{T}$, $\overline{H}$ să fie în echilibru trebuie ca suma algebrică a tuturor proiecțiilor forțelor care acționează asupra lui B pe orizontală și pe verticală să fie zero:

$$\left.\begin{aligned} T\cos 30° - H &= 0 \\ T\sin 30° - G &= 0 \end{aligned}\right\}$$

de unde

$$T = \frac{G}{\sin 30°} = \frac{10}{0{,}5} = 20 \text{ N},$$

$$H = T\cos 30° = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 17{,}3 \text{ N}.$$

1.244. Un stîlp AB este sprijinit de o proptea AM și este acționat de o forță $F = 3\,200$ N, avînd direcția ca în figura 1.75. Să se determine forțele care acționează asupra stîlpului și proptelei, cum și reacțiunile pe care le dezvoltă.

R. $T = 12\,000$ N; $C = 12\,440$ N

1.245. Asupra unui stîlp de colț, pe care este montată o rețea electrică, acționează la vîrf două forțe orizontale care fac între ele un unghi drept. Forțele au 1 000 N și 2 000 N. Înălțimea stîlpului este de 10 m deasupra

Scanned with OKEN Scanner

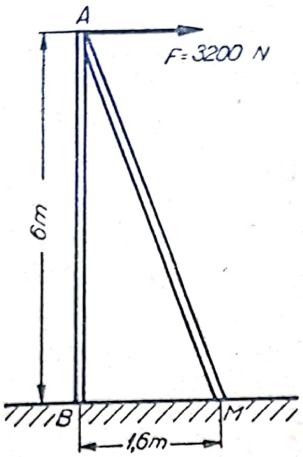


Fig. 1.75.

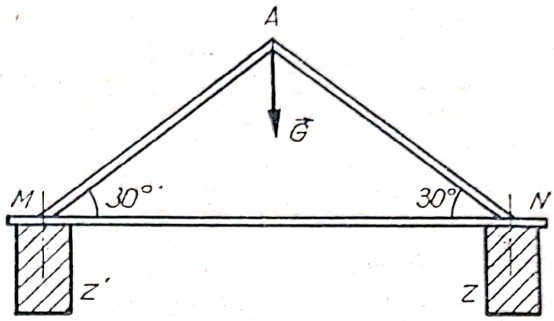


Fig. 1.76.

olului. Stîlpul se ancorează de vîrf. Distanța de la baza stîlpului la locul de fixare a ancorei la pămînt este 4 m. În ce parte trebuie fixată ancora și care sînt eforturile care acționează asupra stîlpului și asupra ancorei?

R. $T = 6\,048$ N; $C = 5\,600$ N. Ancora se va fixa în planul determinat de stîlp și rezultanta celor două forțe și anume în partea opusă acestei rezultante.

1.246. Un acoperiș de casă este susținut de o construcție de lemn formată din mai multe forme triunghiulare AMN (fig. 1.76).

Știind că în punctul unde se întîlnesc axele grinzilor AM și AN acționează o forță $G = 4\,500$ N, să se determine acțiunile care se exercită asupra grinzilor AM, AN a grinzii MN, asupra zidurilor Z și Z', cum și reacțiunile dezvoltate de grinzi și de ziduri. (Rezolvarea se va face grafic și trigonometric).

R. 4 500 N; 4 500 N; $\approx 3\,892$ N; 2 250 N.

1.247. La o mină de cărbuni un vagonet de greutate G este ridicat cu o macara, în care scop este legat cu un cablu de capetele A și B. Să se determine tensiunea în cablu, cînd macaraua ține vagonetul ridicat într-o poziție de echilibru (figura 1.77).

Aplicație. $G = 12\,000$ N, $a = 1{,}2$ m, $b = 2{,}8$ m.

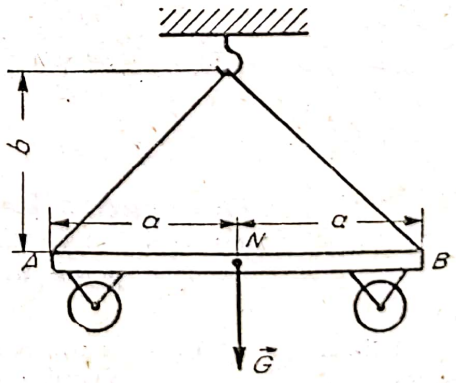


Fig. 1.77

R. $T = G\dfrac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2b} \approx 6\,520$ N

1.248. De tavanul unui atelier mecanic este atîrnat un corp electric C de greutate G, cu ajutorul unei sîrme ale cărei ca-

Scanned with OKEN Scanner

pete sînt legate de tavan în A şi B. Ştiind că distanţa de la corp la tavan este b, iar $AC = BC$, să se determine tensiunea în fir. Aplicaţie numerică:

$$G = 10 \text{ N}, \; a = \frac{AB}{2} = 0{,}5 \text{ m}, \; b = 0{,}6 \text{ m}.$$

R. $T = 6{,}5$ N

1.249. O grindă AB aşezată perpendicular pe un zid vertical este rezemată de zid cu un capăt B, iar capătul A este susţinut cu un cablu de punctul C situat pe zid deasupra lui B. În punctul A este agăţată o greutate G. Să se determine tensiunea în cablul AC şi compresiunea în grinda AB.

Aplicaţie. $G = 100$ N, $a = 0{,}8$ m, $b = 1{,}2$ m.

R. $T = G\dfrac{\sqrt{a^2 + b^2}}{b} = 120{,}6$ N; $C = G\dfrac{a}{b} = 66{,}6$ N.

1.250. Un corp de iluminat, avînd greutatea totală $G = 130$ N, trebuie suspendat cu un cablu de doi stîlpi de aceeaşi înălţime, aşezaţi de o parte şi de alta a unei străzi de $2l = 14$ m lăţime. Tensiunea admisibilă a cablului este $T = 400$ N. Înălţimea de montare a corpului de iluminat trebuind să fie la $h = 11$ m de la sol, se cere înălţimea H la care se va lega cablul de suspensie de cei doi stîlpi. Corpul de iluminat se va monta pe axul străzii.

R. $H = h + \dfrac{Gl}{\sqrt{4T^2 - G^2}} \approx 12{,}11$ m

1.251. De un perete vertical este suspendată o sferă omogenă cu greutatea $G = 15$ N, cu ajutorul unui fir care face unghiul $\alpha = 30°$ cu peretele. Să se determine forţa cu care peretele acţionează asupra sferei şi tensiunea în fir.

R. $N = G \cdot \operatorname{tg} 30° = 8{,}65$ N; $T = \dfrac{G}{\cos 30°} = 17{,}3$ N

Compunerea forţelor paralele şi de acelaşi sens şi descompunerea unei forţe în două componente paralele şi de acelaşi sens cu forţa dată

1.252. Să se descompună forţa $R = 16$ N în două componente paralele şi de acelaşi sens cu forţa dată, una fiind de 5 N şi aplicată în punctul A, depărtat cu 88 cm de punctul de aplicaţie C al forţei de 16 N.

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare. Forţele F_1 şi F_2 sînt de acelaşi sens (fig. 1.78). Se poate scrie sistemul de ecuaţii

$$\left.\begin{aligned} 5 + F_2 &= 16 \\ 5 \times 88 &= F_2 \cdot x \end{aligned}\right\}$$

de unde

$$F_2 = 11 \quad \text{N}$$
$$x = 40 \text{ cm}.$$

1.253. La recepţia unui pod rulant de 260 tf s-a ridicat o sarcină $G_2 = 300$ tf. Se cunosc:

— greutatea podului rulant $G = 350$ tf;
— greutatea căruciorului mare $G_1 = 80$ tf;
— greutatea căruciorului mic $G_3 = 24$ tf;
— distanţa dintre şinele de rulare $a = 20$ m.

Să se determine forţele care au acţionat asupra şinelor de rulare, ştiind că axul căruciorului mare se găsea în acel moment la distanţa $b = 7$ m de şina A.

Se presupune că greutatea proprie a podului rulant inclusiv căruciorul mic, acţionează asupra podului într-un punct situat la egală distanţă de şinele de rulare A şi B.

Rezolvare. Din figura 1.79 rezultă că greutatea $G + G_3$ acţionînd la jumătatea podului, asupra fiecărei şine de rulare va acţiona cîte o forţă (F_{A_1}, F_{B_1}) egală cu:

$$F_{A_1} = F_{B_1} = \frac{G + G_3}{2}.$$

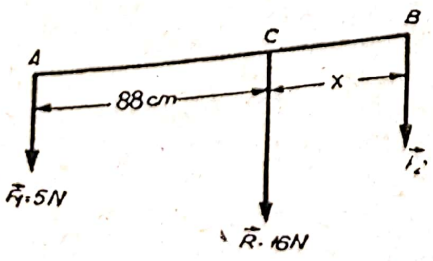


Fig. 1.78.

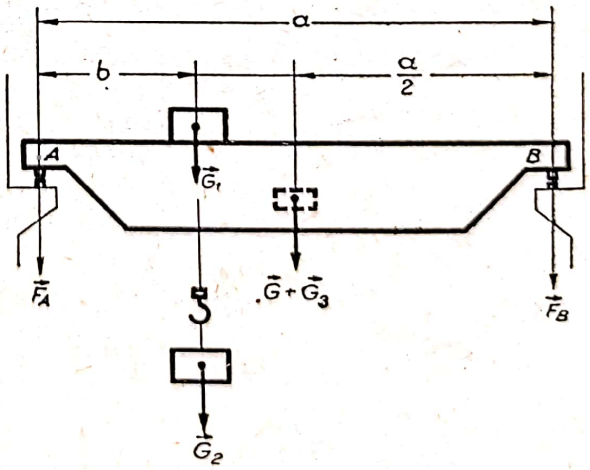


Fig. 1.79.

Pentru a determina forţele F_{A_2}, F_{B_2} care acţionează asupra şinelor de rulare datorită greutăţilor G_1 şi G_2 care au acelaşi suport, se scrie sistemul de ecuaţii:

$$\left.\begin{aligned} F_{A_2} + F_{B_2} &= G_1 + G_2, \\ F_{A_2} \cdot b &= F_{B_2}(a - b). \end{aligned}\right\}$$

Rezolvînd acest sistem în raport cu F_{A_2} şi F_{B_2}, se obţine

$$F_{A_2} = (G_1 + G_2)\frac{a-b}{a},$$

$$F_{B_2} = (G_1 + G_2)\frac{b}{a}.$$

Deci, forţele totale F_A, F_B care au acţionat asupra fiecărei şine de rulare au fost

$$F_A = F_{A_1} + F_{A_2} = \frac{G + G_3}{2} + (G_1 + G_2)\frac{a-b}{a} =$$

$$= \frac{350 + 24}{2} + (80 + 300)\frac{20 - 7}{20} = 434 \text{ tf};$$

$$F_B = F_{B_1} + F_{B_2} = \frac{G + G_3}{2} + (G_1 + G_2)\frac{b}{a} =$$

$$= \frac{350 + 24}{2}(80 + 300)\frac{7}{20} = 320 \text{ tf}.$$

Verificare:

$$G + G_1 + G_2 + G_3 = 350 + 80 + 300 + 24 = 754 \text{ tf};$$

$$F_A + F_B = 434 + 320 = 754 \text{ tf}.$$

1.254. Un corp avînd greutatea 800 N se aşază pe un scaun cu trei picioare verticale, proiectate în punctele A, B şi C (fig. 1.80). Ştiind că picioarele scaunului sînt la distanţa $a = 24\sqrt{3}$ cm unul de altul şi presupunînd că greutatea se aplică în punctul D, situat pe dreapta care uneşte punctul A cu mijlocul A' al segmentului BC şi la distanţa $b = 26$ cm de punctul A, să se determine compresiunile suportate de fiecare picior al scaunului.

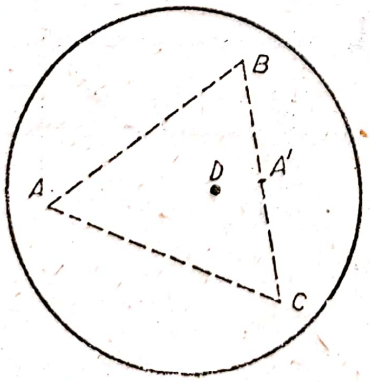


Fig. 1.80.

R. $F_A = \dfrac{Ga\sqrt{3}}{2b + a\sqrt{3}} \approx 464$ N;

$$F_B = F_C = \frac{bG}{2b + a\sqrt{3}} \approx 168 \text{ N}$$

1.255. O grindă AB se reazemă cu capetele pe două ziduri în punctele A și B, depărtate cu 4 m, și suportă o greutate de 8 000 N, așezată la 1 m de zidul din dreapta. Presupunînd greutatea grinzii neglijabilă, să se determine apăsările în punctele A și B.

R. $F_A = 2\,000$ N; $F_B = 6\,000$ N.

1.256. Pe o grindă AB de 6 m lungime, sprijinită la capete pe două reazeme, se găsesc la un moment dat doi oameni și un copil avînd greutățile $G_1 = 800$, $G_2 = 680$, $G_3 = 420$ N și distanțele față de punctul A de respectiv 2, 4 și 5 m. Știind că grinda este din lemn de stejar, cu secțiunea transversală un pătrat cu latura 25 cm să se afle forțele care acționează asupra celor două reazeme.

R.
$$\begin{cases} F_A = \dfrac{G}{2} + \dfrac{1}{6}(G_1 \cdot 4 + G_2 \cdot 2 + G_3 \cdot 1) = 2\,142{,}5 \text{ N} \\ F_B = \dfrac{G}{2} + \dfrac{1}{6}(G_1 \cdot 2 + G_2 \cdot 4 + G_3 \cdot 5) = 2\,382{,}5 \text{ N}. \end{cases}$$

Compunerea forțelor paralele și de sens contrar și descompunerea unei forțe în două componente paralele și de sens contrar

1.257. Să se găsească rezultanta (în mărime și poziție) a două forțe paralele și de sens contrar, una de 100 N, iar alta de 60 N, distanța dintre punctele lor de aplicație fiind 30 cm (fig. 1.81).

Rezolvare:

$$R = 100 - 60 = 40 \text{ N}$$
$$100\,x = 60(30 + x)$$

de unde

$$40\,x = 60 \times 30.$$
$$x = 45 \text{ cm}.$$

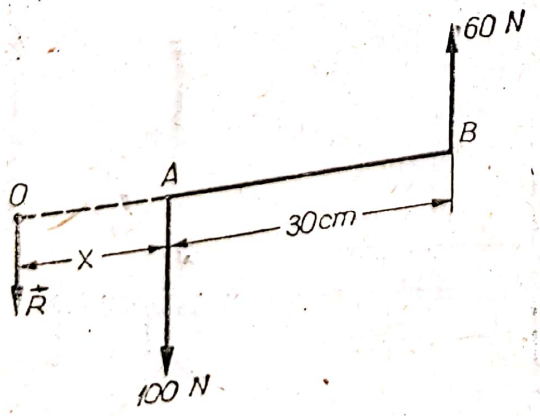


Fig. 1.81.

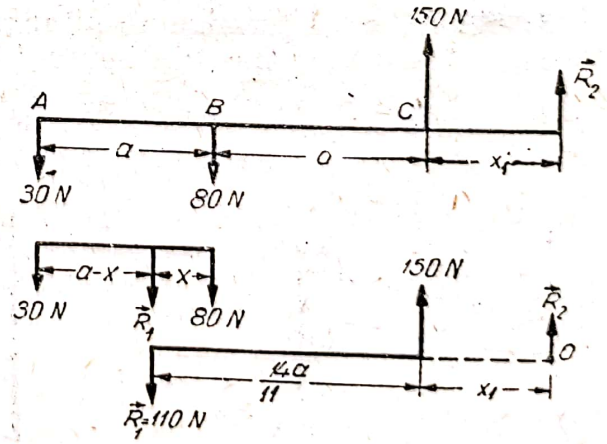


Fig. 1.82.

1.258. Se dau trei puncte în linie dreaptă A, B, C, astfel că $AB = BC = a$. În punctele A şi B se aplică forţele paralele şi de acelaşi sens $F_1 = 30$ N şi $F_2 = 80$ N, iar în punctul C o forţă $F_3 = 150$ N, paralelă cu celelalte două şi de sens contrar cu ele.

Să se calculeze mărimea rezultantei şi punctul său de aplicaţie.

Rezolvare. Se compune forţa de 30 N cu forţa de 80 N şi rezultanta acestora se compune cu forţa de 150 N (fig. 1.82).

Deci

$$R_1 = 30 + 80 = 110 \text{ N},$$
$$30(a - x) = 80\,x,$$

de unde

$$x = \frac{3a}{11}.$$

Se compun forţele de sens contrar $R = 110$ N cu $F_3 = 150$ N.

$R_2 = 150 - 110 = 40$ N, $150x_1 = 110\left(\frac{14a}{11} + x_1\right)$

de unde

$$x_1 = \frac{7}{2}a.$$

Deci punctul de aplicaţie a rezultantei se găseşte pe dreapta AC, la distanţa $\frac{7a}{2}$ dincolo de C.

1.259. Să se descompună o forţă $R = 10$ N în două forţe F_1 şi F_2 paralele cu R, ştiind raportul $\frac{F_1}{F_2} = \frac{2}{3}$ şi că distanţa dintre punctele de aplicaţie este de 80 cm.

R. *a)* Forţele au acelaşi sens: $F_1 = 4$ N; $F_2 = 6$ N; $a = 48$ cm; $b = 32$ cm.
b) Forţele au sens contrar: $F_1 = 20$ N; $F_2 = 30$ N; $a = 240$ cm; $b = 160$ cm.

1.260. Să se determine rezultanta şi punctul ei de aplicaţie în cazul forţelor de sens contrar din figura 1.83.

R. $R = 38$ N; la 1,2 m dincolo de forţa cea mare.

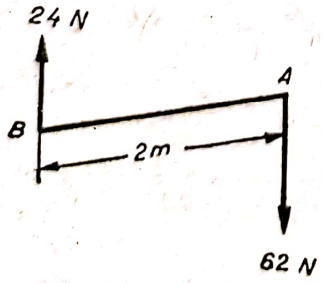


Fig. 1.83

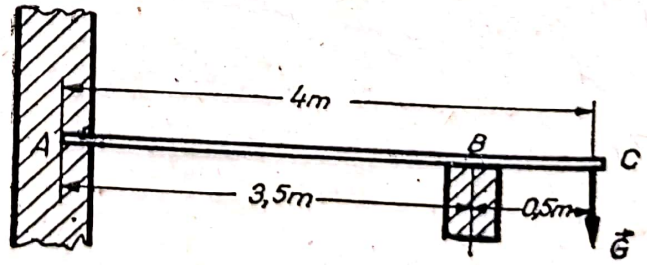


Fig. 1.84

1.261. O grindă ABC se reazămă pe două ziduri (fig. 1.84) iar la capătul consolei BC lucrează o sarcină $G = 4\,200$ N. Să se determine forţa de apăsare Q de jos în sus pe zidul A şi de sus în jos P pe zidul B. Se va neglija greutatea grinzii.

R. $Q = 600$ N; $P = 4\,800$ N.

Momentul unei forţe. Cuplu de forţe. Condiţiile de echilibru ale unui corp asupra căruia acţionează un sistem de forţe

1.262. Momentul unei forţe F (în N), în raport cu un punct O, care este la distanţa d(m) de suportul forţei este $\mathfrak{M} = F \cdot d$ (N·m). Cum trebuie modificată această formulă pentru ca rezultatul să fie exprimat în tf·cm?

Rezolvare.

$$\mathfrak{M} = F \cdot d(\text{N}\cdot\text{m}) = \frac{F}{9{,}8 \times 1\,000} \cdot (\text{d} \cdot 100)\,\text{tf cm} = \frac{F \cdot d}{98}\,(\text{tf} \cdot \text{cm}).$$

1.263. Un troliu cu tamburul de rază R_1 coborînd un corp cu greutatea G, este frînat cu dispozitivul alcătuit din pîrghia cotită ABC, prevăzută în B cu un sabot care apasă pe tamburul de rază R_2, solidar legat de tamburul de rază R_1 (fig. 1.85, *a*).

Coeficientul de frecare dintre sabot şi tambur este μ. Să se determine mărimea forţei verticale F din C necesară pentru echilibru. Se vor neglija frecările pe osia din O.

Rezolvare. Izolăm bara ABC (fig. 1.85, *b*), introducînd forţele care iau naştere în B: N şi μN. Vom scrie apoi că pentru echilibrul barei ABC, este necesar ca suma momentelor tuturor forţelor care lucrează asupra barei, în raport cu A, să fie nulă.

$$Fa - Nb = 0,$$

de unde

$$N = F \cdot \frac{a}{b}. \qquad (1)$$

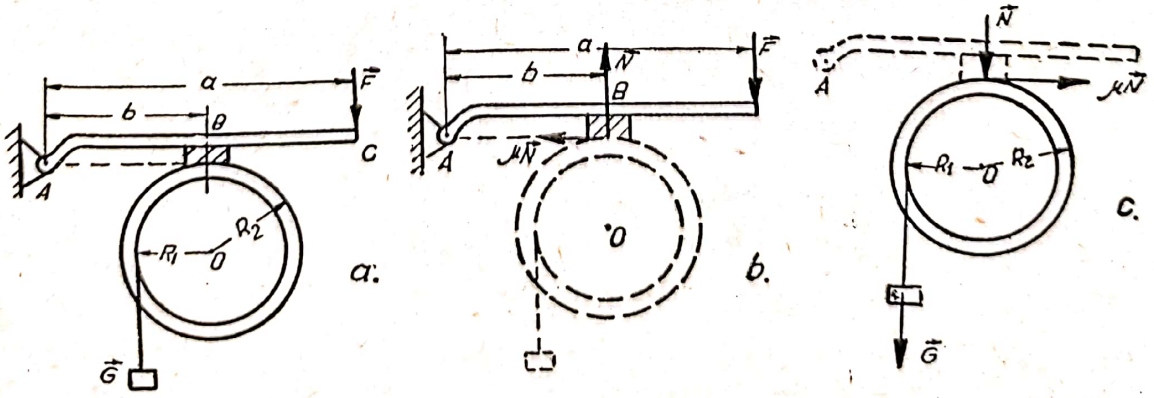


Fig. 1.85

Izolăm acum sistemul de roți R_1 și R_2 de bara ABC (fig. 1.85, *c*). Asupra roții R_2 lucrează în B forțele N și μN. Scriind pentru ansamblul de roți R_1 și R_2 condiția de echilibru și anume: suma momentelor tuturor forțelor care acționează asupra lor în raport cu punctul O este nulă, avem

$$\mu N \cdot R_2 - GR_1 = 0,$$

de unde

$$N = \frac{GR_1}{\mu R_2}. \qquad (2)$$

Din (1) și (2) rezultă

$$F \cdot \frac{a}{b} = G \frac{R_1}{\mu R_2},$$

de unde

$$F = G \frac{R_1 \cdot b}{\mu R_2 \cdot a}$$

1.264. Pentru ridicarea unui corp avînd greutatea $G = 2\,700$ N se întrebuințează o macara verticală (fig. 1.86) deservită de mai mulți oameni și care efectuează 20 rot/min. Fiecare om poate dezvolta o forță $F = 120$ N și o exercită pe un braț orizontal la o distanță de 0,6 m de axul macaralei. Știind că pierderile prin frecare sînt de 25%, se cer:

a) numărul lucrătorilor necesari pentru a efectua ridicarea în aceste condiții, știind că tamburul are raza $r_1 = 0,06$ m;

b) viteza de ridicare a greutății; *c)* energia cheltuită timp de o oră și jumătate.

Rezolvare, *a)* Notînd cu x numărul oamenilor și scriind ecuația momentelor forțelor în raport cu axul macaralei, se obține:

$$0,75(x \cdot 120 \cdot 0,6) = 2\,700 \times 0,06$$

de unde

$$x = 3 \text{ oameni.}$$

b) Într-un minut, frînghia se desfășoară pe arbore de trei ori, deci greutatea se ridică cu viteza

$$v = r_1\omega = r_1 2\pi\nu = \frac{\pi r_1 n}{30} = \frac{3,14 \times 0,06 \times 20}{30} = 0,126 \text{ m/s}.$$

c) Lucrul mecanic consumat într-o oră și jumătate este

$$L = \frac{Gh}{\eta} = \frac{G\pi d_1 n \cdot t}{\eta} = \frac{2\,700 \times 3,14 \times 0,12 \times 20 \times 90}{0,75} \approx 24,4 \times 10^5 \text{ J}.$$

1.265. Asupra unei grinzi simplu rezemate AB, de 8 m deschidere, acționează trei forțe paralele de cîte 10^4 N. Să se găsească forțele de apăsare ale grinzii pe reazemele A și B, neglijînd greutatea proprie.

Scanned with OKEN Scanner

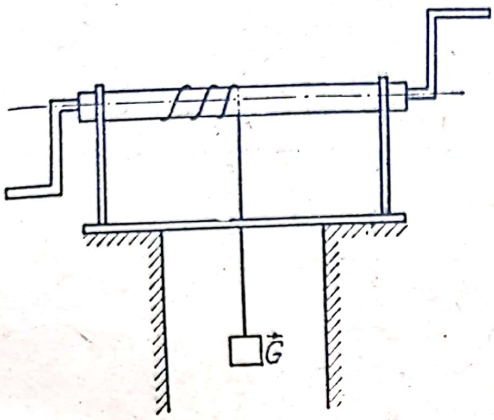


Fig. 1.86

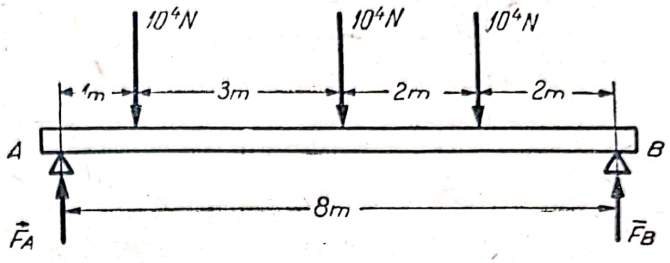


Fig. 1.87

Rezolvare. Din figura 1.87 rezultă

$$F_A \cdot 8 = 10^4(7 + 4 + 2)$$
$$F_B \cdot 8 = 10^4(1 + 4 + 6)$$

de unde

$$F_A = \frac{13}{8} \cdot 10^4 \text{ N} = 16{,}250 \text{ kN}$$

$$F_B = \frac{11}{8} \cdot 10^4 \text{ N} = 13{,}750 \text{ kN}$$

Verificare: $F_A + F_B = 16\,250 + 13\,750 = 3 \cdot 10^4$ N.

1.266. Pe o masă orizontală sînt făcute trei deschideri A, B, C. Într-un punct M de pe această masă sînt înnodate trei fire care trec prin deschiderile A, B, C, și la capetele lor, de sub masă, sînt atîrnate cîte un corp greu. Știind că firele MA și MB fac un unghi de 120° și firele MB și MC fac un unghi de 90°, că la capătul firului MA atîrnă 4N și, în sfîrșit, că punctul M este în echilibru, să se calculeze greutățile corpurilor legate la capetele firelor MB și MC.

Rezolvare. Vom considera ca axă Ox direcția forței $\bar{F}_1$, iar ca axă Oy perpendiculara în M pe Ox (fig. 1.88).

Punctul M fiind în echilibru, înseamnă că rezultanta forțelor $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$, $\bar{F}_3$ este zero și se scrie sistemul de ecuații

$$\left.\begin{aligned} F_2 \cos 60° + F_3 \cos 30° &= 4 \\ F_2 \cos 30° &= F_3 \cos 60° \end{aligned}\right\}$$

sau

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2} F_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} F_3 &= 4 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} F_2 &= \frac{1}{2} F_3 \end{aligned}\right\}$$

Scanned with OKEN Scanner

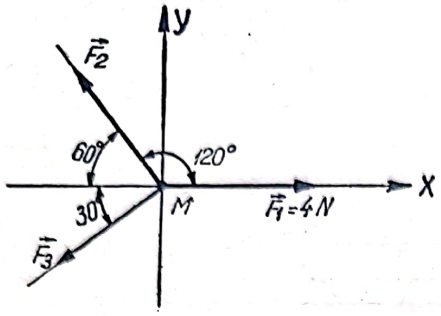


Fig 1.88

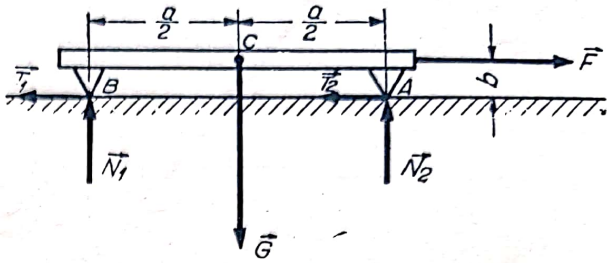


Fig 1.89

sau

$$\left.\begin{aligned} F_2 + \sqrt{3}F_3 &= 8 \\ \sqrt{3}F_2 &= F_3 \end{aligned}\right\}$$

de unde

$$\left.\begin{aligned} F_2 &= 2\text{N} \\ F_3 &= \sqrt{3} \cdot 2 = 3{,}46 \text{ N} \end{aligned}\right\}$$

1.267. O scîndură omogenă se sprijină prin două reazeme pe un plan orizontal aspru (fig. 1.89). Greutatea scîndurii este G, iar coeficienții de frecare dintre reazeme și planul de sprijin sînt μ_1 și μ_2. Să se determine valoarea maximă a forței orizontale F pentru care echilibrul scîndurii mai este posibil.

Rezolvare. Condițiile de echilibru se scriu

$$\left.\begin{aligned} &N_1 + N_2 - G = 0 \\ &F - T_1 - T_2 = 0 \\ &F \cdot b + N_1 \cdot a - G \cdot \frac{a}{2} = 0. \\ &T_1 = \mu_1 N_1, \\ &T_2 = \mu_2 N_2. \end{aligned}\right\}$$

Rezolvînd sistemul de ecuații, se obține

$$N_1 = \frac{G}{2} - F \cdot \frac{b}{a}, \quad N_2 = \frac{G}{2} + F \cdot \frac{b}{a},$$

$$F = \frac{(\mu_1 + \mu_2)a}{2[a + (\mu_1 + \mu_2)b]} \cdot G.$$

1.268. Într-o hală industrială cu podul rulant se ridică un corp avînd greutatea $G_2 = 41 \cdot 10^4$ N. Deschiderea dintre șinele de rulare ale podului este $a = 21$ m. Greutatea podului rulant este $G = 72 \cdot 10^4$ N (exclusiv căruciorul), iar a căruciorului $G_1 = 22 \cdot 10^4$ N. Știind că la un moment

dat verticala prin cîrligul care susţine corpul este la 6 m de una din şinele de rulare, să se determine care sînt forţele de apăsare ale podului rulant pe şinele de rulare.

R. $F_A = \frac{1}{a}\left[(G_1 + G_2)(a - b) + G\frac{a}{2}\right] = 810$ kN

$F_B = \frac{1}{a}\left[(G_1 + G_2)b + G\frac{a}{2}\right] = 540$ kN.

1.269. Un burghiu este acţionat de două forţe paralele $F = 20$ N, care formează cu axa mînerului burghiului un unghi $\alpha = 60°$. Ştiind că lungimea mînerului este $l = 26$ cm, să se determine valoarea cuplului.

R. 4,5 Nm.

1.270. Pentru a ridica ancora unui vas, patru mateloţi acţionează la capetele braţelor unui cabestan (figura 1.90). Braţele A şi C au lungimi egale cu $l_1 = 1{,}30$ m, iar braţele B şi D au lungimi egale cu $l_2 = 1{,}50$ m. Ştiind că $F_1 = 160$ N, iar $F_2 = 200$ N, să se determine valoarea cuplului care roteşte cabestanul.

R. 1016 Nm.

1.271. Un troliu (fig. 1.91) are tamburul mare cu diametrul $D = 36$ cm şi tamburul mic cu diametrul $d = 12$ cm. De tamburul mare sînt prinse două fire menţinute paralel cu doi scripeţi, avînd fiecare la capete cîte un corp cu greutatea $P = 160$ N. Ce greutate Q trebuie legată de firele care pornesc de la tamburul mic pentru ca troliul să fie în echilibru.

R. $Q = P\frac{D}{d} = 480$ N.

1.272. O grindă AB se găseşte în echilibru sub acţiunea forţelor verticale $P = 600$ N, $Q_A = 380$ N şi F_B. Forţa P are sensul în jos, iar Q_A şi F_B au sensul în sus. Forţa P este situată între A şi B, la distanţa x de

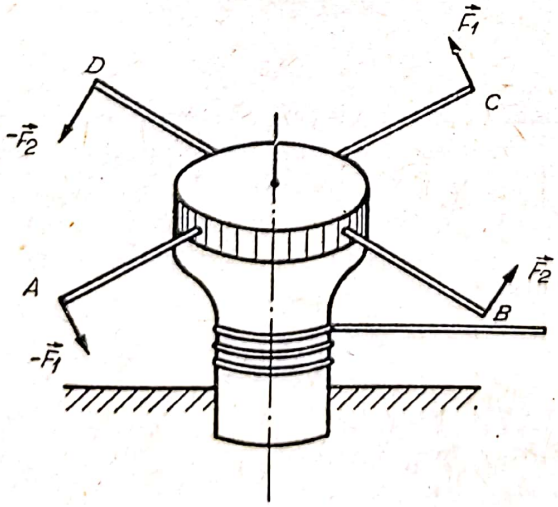


Fig. 1.90

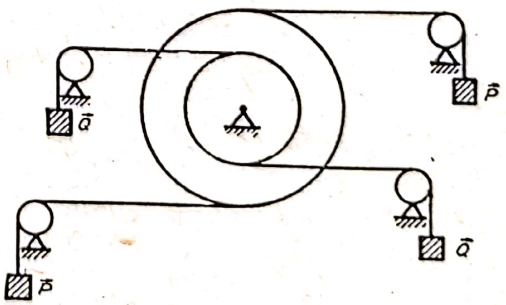


Fig. 1.91

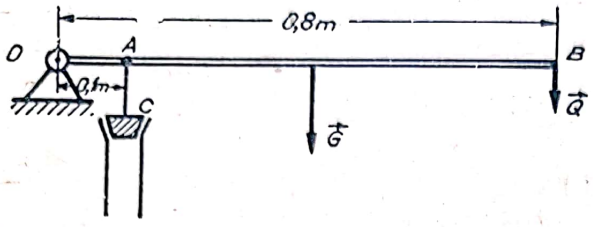


Fig. 1.92

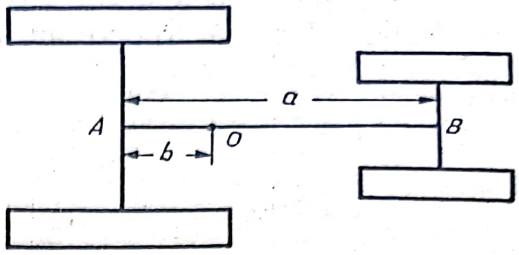


Fig. 1.93

punctul A. Să se determine forța F_B și distanța x, știind că grinda are lungimea de 4 m.

R. $F_B = P - Q_A = 220$ N; $x \approx 1{,}466$ m.

1.273. O supapă de siguranță (fig. 1.92) se compune dintr-o pîrghie OB de 0,8 m, avînd greutatea $G = 45$ N, o clapetă C de 20 N fixată la distanța $OA = 0{,}1$ m și o contragreutate Q.

Clapeta are diametrul de 60 mm. Care este greutatea contragreutății, știind că, pentru a ridica supapa, trebuie o presiune de 10^6N/m^2?

R. 328,25 N.

1.274. Un tractor are o greutate $G = 24\,000$ N, considerată concentrată în punctul O (fig. 1.93). Știind că $a = 2$ m și $b = 0{,}6$ m să se determine apăsările P și Q pe fiecare roată din spate și din față.

R. $P_1 = P_2 = G\dfrac{a-b}{2a} = 8\,400$ N.

$$Q_1 = Q_2 = \frac{b}{2a} = 3\,600 \text{ N}.$$

1.275. Se consideră pîrghia cotită din figura 1.94. Să se determine brațul x al forței F_1 astfel ca pîrghia să fie în echilibru.

R. $x = 0{,}8$ m

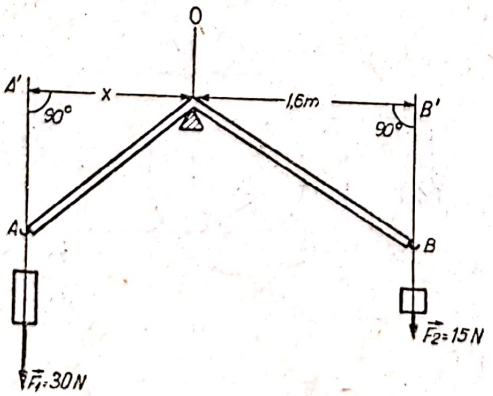


Fig. 1.94

1.276. Să se determine care este forța F pe care o exercită o mașină de perforat în punctul M (fig. 1.95) dacă se apasă în N cu forța verticală P, cunoscînd compresiunea S a resortului din A și neglijînd frecările.

R. $F_B = \dfrac{1}{a}[P(a+b+c) - S(a+b)]$

1.277. Pîrghia cotită AOB este în echilibru în poziția din figura 1.96. Care este valoarea forței $\overline{F}$?

R. 75 N

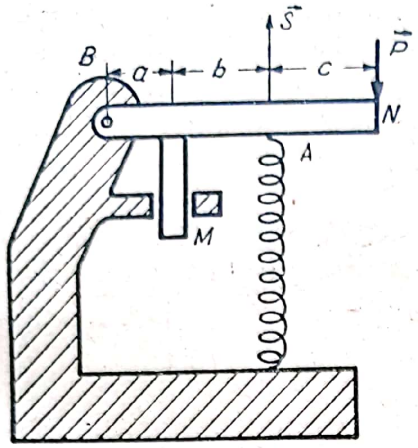


Fig. 1.95

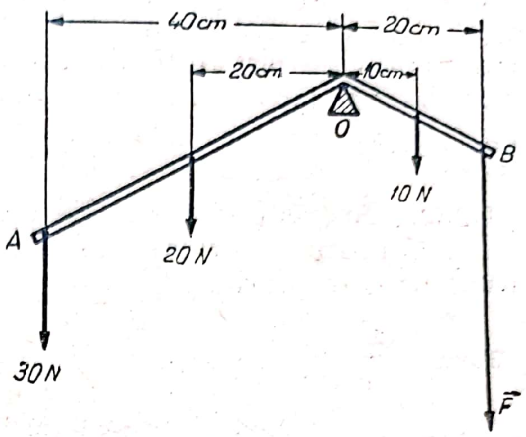


Fig. 1.96

1.278. O scîndură din lemn de 4 m lungime, 20 cm lățime și 5 cm grosime este așezată pe un suport orizontal, astfel că stă în gol pe o lungime de 1 m.

Peste această scîndură, se trage în afară o altă scîndură de 4m lungime, 20 cm lățime și 10 cm grosime. Cu cît se poate scoate în afară capătul celei de a doua scînduri, dincolo de capătul primei scînduri, pentru ca să nu se producă răsturnarea lor?

R. 1,5 m.

1.279. O bară OA poate oscila în jurul unui punct fix O. Asupra ei acționează greutatea proprie $G = 28$ N, aplicată în mijlocul B al barei, iar capătul A este atîrnat de un fir trecut peste un scripete S și întins de greutatea P. Să se determine greutatea P, știind că bara OA este în echilibru cînd are poziția orizontală, iar firul AS este vertical (fig.1.97).

R. $P = \frac{G}{2} = 14\text{N}$

1.280. Să se calculeze forța F, astfel încît pîrghia AB acționată de forțele din figura 1.98 să rămînă în echilibru.

R. 2 760 N

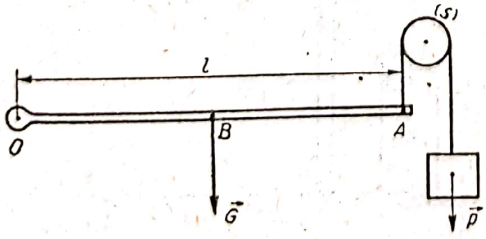


Fig. 1.97

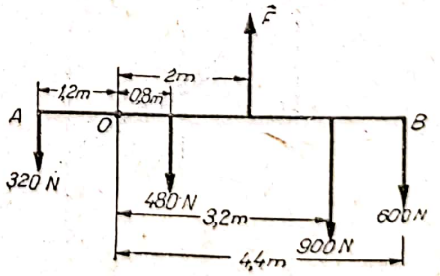


Fig. 1.98

1.281. O bară OA care poate oscila în jurul punctului fix O este susținută în poziția din figura 1.99 de un fir vertical AM. Să se determine forța F cu care este întins acest fir, știind că în punctele B, C, D, care împart bara în patru părți egale, lucrează forțele egale între ele $P = 800$ N.

R. 1 200 N

1.282. Un piston A cu diametru d este presat de o forță F, asupra unui lichid situat într-un vas închis, prin intermediul pîrghiei BCD (fig. 1.100). Se cere presiunea p exercitată asupra lichidului.

R. $p = \dfrac{12F}{\pi d^2}$

1.283. Un disc circular foarte subțire, omogen, și de greutate P, poate să oscileze în jurul unui ax orizontal, perpendicular pe planul discului, trecînd printr-un punct O de pe periferia discului. Tot în O este atîrnat un fir flexibil, trecut pe periferia discului, lăsat apoi să atîrne vertical, iar la extremitate avînd o greutate Q. Să se găsească poziția de echilibru a discului.

Aplicație. $P = 20$ N; $Q = 25$ N

R. $\cos\theta = \dfrac{Q}{P+Q} = \dfrac{5}{9}$; $\theta \approx 56°45'$.

1.284. Două bile netede Q_1 și Q_2, cu razele $r_1 = 10$ cm și $r_2 = 7$ cm și cu greutățile $G_1 = 300$ N și $G_2 = 100$ N, sînt suspendate cu frînghiile AB și AC în punctul A. Se cunosc $AB = 20$ cm, $AC = 17$ cm (fig. 1.101). Să se determine poziția de echilibru a sistemului (unghiul β format de frînghia AC cu planul orizontal AE), forțele de întindere în frînghii T_1, T_2 și forța F_n între cele două bile.

R. Rezolvînd triunghiul AO_1O_2 se obțin unghiurile:

$$A = 35°;\ \theta_1 \approx 53°;\ \theta_2 \approx 92°.$$

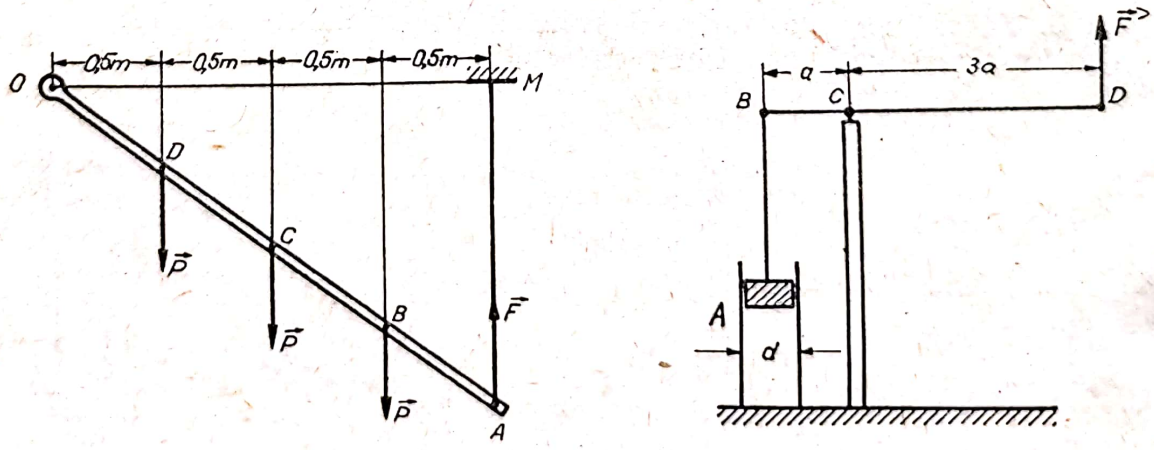


Fig. 1.100

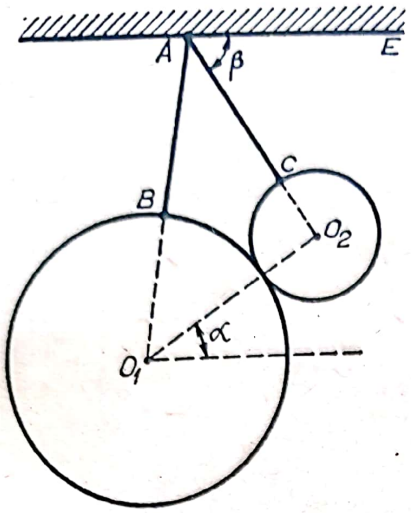


Fig. 1.101

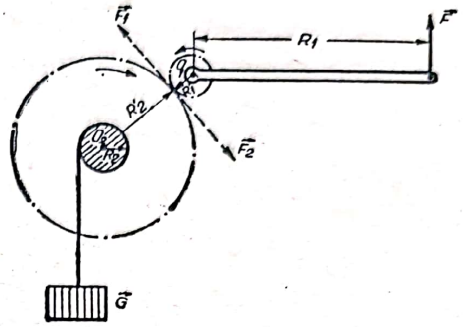


Fig. 1.102

Din condițiile de echilibru ale sistemului se găsește

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{G_1 \sin\theta_2 \cos\theta_1 - G_2 \sin\theta_1 \cos\theta_2}{(G_1 + G_2)\sin\theta_1 \sin\theta_2}$$

de unde înlocuind valorile numerice se obține $\alpha \approx 30°$; apoi $\beta \approx 62°$; $F_n \approx 45{,}7$ N, $T_1 \approx$ ≈ 325 N, $T_2 \approx 86{,}5$ N.

1.285. Cu ajutorul unei macarale (figura 1.102), se ridică un corp cu greutatea $G = 5\,000$ N. Raza tobei macaralei (pe care se înfășoară cablul) este $R_2 = 8$ cm. Pe axul tobei și solidar cu aceasta, este fixată o roată dințată avînd raza cercului primitiv $R_2' = 30$ cm. Aceasta este angrenată cu o roată dințată avînd raza cercului primitiv $R_1' = 6$ cm. Considerînd că brațul manivelei este $R_1 = 40$ cm, se cere forța care trebuie aplicată perpendicular pe mînerul manivelei. Se vor neglija frecările.

R. 200 N.

Centrul de greutate

1.286. Care este poziția centrului de greutate al unei plăci omogene de forma și dimensiunile din figura 1.103, dacă greutățile porțiunilor plăcii sînt proporționale cu ariile lor?

Rezolvare. Se determină punctul de aplicație a două forțe paralele și de același sens (fig. 1.103). Deci

$$96\,x = 24(8 - x)$$

de unde

$$x = \frac{8 \times 24}{120} = 1{,}6 \text{ cm}.$$

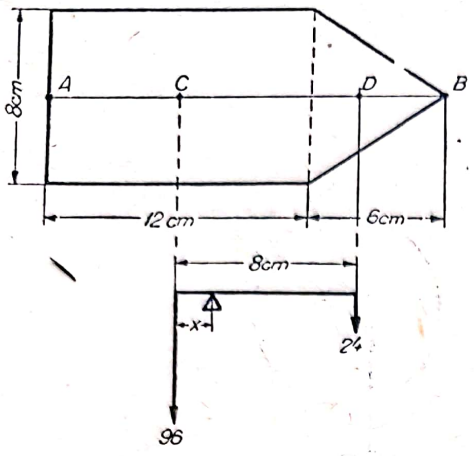


Fig. 1.103

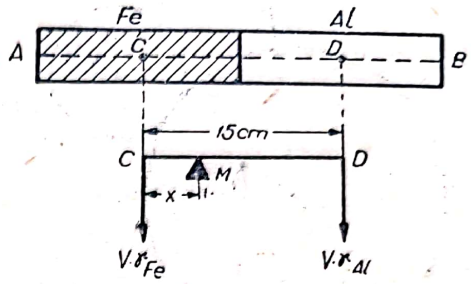


Fig. 1.104

Deci centrul de greutate al plăcii se găsește pe axa de simetrie AB la distanță 7,6 cm de A.

1.287. O bară de 20 cm lungime este formată din două bucăți egale de fier și aluminiu. Să se determine poziția centrului de greutate al barei, știind că are pe toată lungimea aceeași secțiune (fig. 1.104).

Rezolvare. Greutățile celor două bucăți de bară se calculează cu formulele

$$G_{Fe} = V \cdot \gamma_{Fe}\,;\; G_{Al} = V \cdot \gamma_{Al}.$$

Scriind ecuația momentelor față de punctul M, avem

$$V\gamma_{Fe}x = V\gamma_{Al}(15 - x)$$

de unde

$$x = \frac{15\gamma_{Al}}{\gamma_{Fe} + \gamma_{Al}} = \frac{15 \times 2{,}7}{7{,}8 + 2{,}7} = 3{,}85 \text{ cm}.$$

Centrul de greutate se va găsi pe axa de simetrie AB la 11,35 cm de A.

1.288. Care este poziția centrului de greutate al unei plăci omogene de forma și dimensiunile din figura 1.105, dacă greutățile porțiunilor plăcii sînt proporționale cu ariile lor.

R. Pe axa de simetrie, la $1 + \frac{30}{13} \approx 3{,}3$ cm de la latura din stînga.

1.289. Aceeași problemă pentru o placă de forma și dimensiunile din fig. 1.106.

R. Pe axa de simetrie, la 3,46 cm de latura din stînga.

Scanned with OKEN Scanner

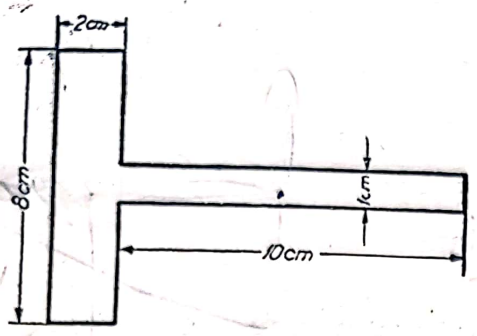


Fig. 1.105

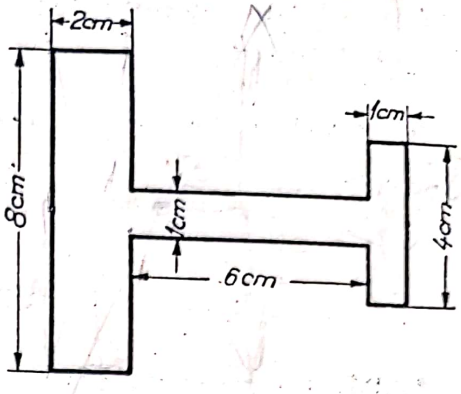


Fig. 1.106

1.290. Să se determine poziția centrului de greutate al unei bare formate din trei bucăți de cupru respectiv aluminiu și fier, avînd aceeași secțiune pe toată lungimea și lungimile din fig. 1.107.

R. Pe axa de simetrie la 14,06 cm de capătul din stînga al axului.

1.291. Să se determine poziția centrului de greutate al unei plăci omogene (fig. 1.108), greutățile diferitelor părți fiind proporționale cu ariile. Dimensiunile sînt date în centimetri.

R. 4,73 cm pe axa de simetrie de la A spre B.

1.292. Dintr-un hexagon regulat $ABCDEF$ cu centru O și avînd laturile $a = 10$ cm, lipsește triunghiul OEF. Să se determine poziția centrului de greutate al figurii rămase $OFABCDEO$.

(Concurs de admitere în Școala Politehnică București 1944)

R. Centrul de greutate se află pe axa de simetrie a figurii la distanța $x = \frac{a\sqrt{3}}{15} \approx$ $\approx$ 1,15 cm de centrul O.

1.293. Dintr-o tablă avînd forma unui triunghi isoscel ABC cu baza BC egală cu raza a a cercului circumscris se taie un triunghi echilateral,

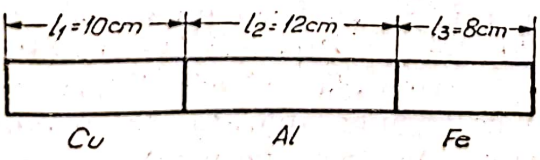


Fig. 1.107

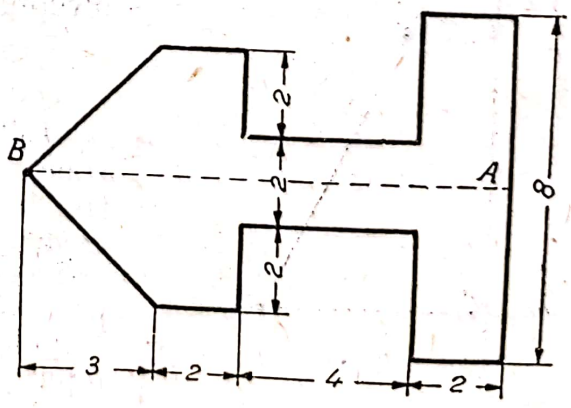


Fig. 1.108

avînd o latură comună şi egală cu BC. Să se afle centrul de greutate al figurii rămase.

R. Centrul de greutate se află pe axa de simetrie a figurii la distanţa $\frac{a}{3}(1+\sqrt{3})$ de dreapta BC.

Stabilitatea corpurilor

1.294. La frînarea bruscă a unui tramvai, un om care are centrul de greutate la 96 cm înălţime (măsurat de la talpa piciorului) a făcut un pas înainte, de 48 cm, ca să nu cadă.

Tramvaiul a parcurs încă 14,14 m şi s-a oprit. Ce viteză avea tramvaiul în momentul cînd a început frînarea? (Examen de admitere în Şcoala Politehnică din Bucureşti 1927).

R e z o l v a r e. Fie m masa omului şi a acceleraţia tramvaiului. Omul este supus la acţiunea a două forţe: $m\vec{g}$ şi $m\vec{a}$ (fig. 1.109). Instinctiv, el face un pas înainte, astfel ca rezultanta acestor două forţe să treacă prin noua bază de susţinere. Din triunghiurile asemenea rezultă

$$\frac{ma}{mg} = \frac{48}{96},$$

de unde

$$a = \frac{g}{2} = 4{,}9 \text{ m/s}^2.$$

Din momentul frînării, forţa motoare care mişcă tramvaiul încetează să mai lucreze. Presupunînd că rezistenţele întîmpinate din acest moment sînt constante, mişcarea este uniform întîrziată şi deci

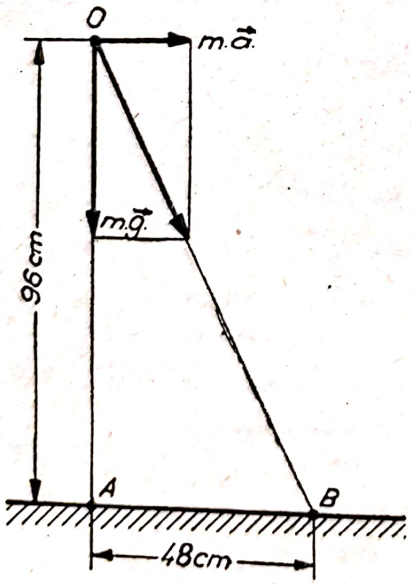


Fig. 1.109

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 14{,}14}{4{,}9}} = 2{,}4 \text{ s}.$$

Viteza tramvaiului în momentul cînd a început frînarea este

$$v = at = 4{,}9 \times 2{,}4 = 11{,}76 \text{ m/s}.$$

1.295. Se dau trei cuburi egale ca mărime, avînd greutăţile 10, 20 şi 30 N. Aceste trei cuburi se sudează astfel încît corpul format este o prismă, cu baza un pătrat, în ordinea 10, 20, 30 N. Prisma este aşezată pe o platformă orizontală. Să se determine forţa minimă ce trebuie aplicată în planul feţei superioare a prismei, perpendicular pe muchia prismei şi la mijlocul muchiei,

Scanned with OKEN Scanner

avînd o latură comună şi egală cu BC. Să se afle centrul de greutate al figurii rămase.

R. Centrul de greutate se află pe axa de simetrie a figurii la distanţa $\frac{a}{3}(1+\sqrt{3})$ de dreapta BC.

Stabilitatea corpurilor

1.294. La frînarea bruscă a unui tramvai, un om care are centrul de greutate la 96 cm înălţime (măsurat de la talpa piciorului) a făcut un pas înainte, de 48 cm, ca să nu cadă.

Tramvaiul a parcurs încă 14,14 m şi s-a oprit. Ce viteză avea tramvaiul în momentul cînd a început frînarea? (Examen de admitere în Şcoala Politehnică din Bucureşti 1927).

Rezolvare. Fie m masa omului şi a acceleraţia tramvaiului. Omul este supus la acţiunea a două forţe: mg şi $m\bar{a}$ (fig. 1.109). Instinctiv, el face un pas înainte, astfel ca rezultanta acestor două forţe să treacă prin noua bază de susţinere. Din triunghiurile asemenea rezultă

$$\frac{ma}{mg} = \frac{48}{96},$$

de unde

$$a = \frac{g}{2} = 4{,}9 \text{ m/s}^2.$$

Din momentul frînării, forţa motoare care mişcă tramvaiul încetează să mai lucreze. Presupunînd că rezistenţele întîmpinate din acest moment sînt constante, mişcarea este uniform întîrziată şi deci

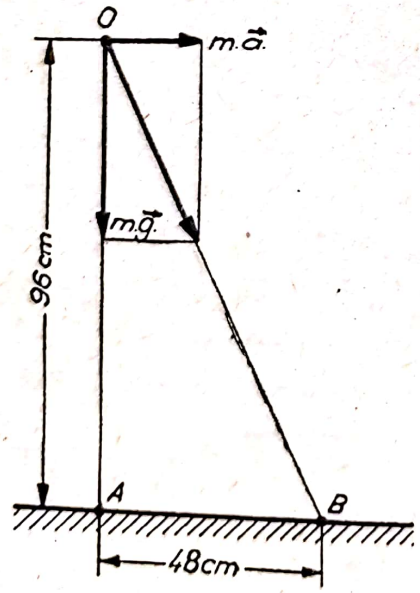


Fig. 1.109

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 14{,}14}{4{,}9}} = 2{,}4 \text{ s}.$$

Viteza tramvaiului în momentul cînd a început frînarea este

$$v = at = 4{,}9 \times 2{,}4 = 11{,}76 \text{ m/s}.$$

1.295. Se dau trei cuburi egale ca mărime, avînd greutăţile 10, 20 şi 30 N. Aceste trei cuburi se sudează astfel încît corpul format este o prismă, cu baza un pătrat, în ordinea 10, 20, 30 N. Prisma este aşezată pe o platformă orizontală. Să se determine forţa minimă ce trebuie aplicată în planul feţei superioare a prismei, perpendicular pe muchia prismei şi la mijlocul muchiei,

Scanned with OKEN Scanner

avînd o latură comună şi egală cu BC. Să se afle centrul de greutate al figurii rămase.

R. Centrul de greutate se află pe axa de simetrie a figurii la distanţa $\frac{a}{3}(1+\sqrt{3})$ de dreapta BC.

Stabilitatea corpurilor

1.294. La frînarea bruscă a unui tramvai, un om care are centrul de greutate la 96 cm înălţime (măsurat de la talpa piciorului) a făcut un pas înainte, de 48 cm, ca să nu cadă.

Tramvaiul a parcurs încă 14,14 m şi s-a oprit. Ce viteză avea tramvaiul în momentul cînd a început frînarea? (Examen de admitere în Şcoala Politehnică din Bucureşti 1927).

Rezolvare. Fie m masa omului şi a acceleraţia tramvaiului. Omul este supus la acţiunea a două forţe: mg şi ma (fig. 1.109). Instinctiv, el face un pas înainte, astfel ca rezultanta acestor două forţe să treacă prin noua bază de susţinere. Din triunghiurile asemenea rezultă

$$\frac{ma}{mg}=\frac{48}{96},$$

de unde

$$a=\frac{g}{2}=4{,}9\ \text{m/s}^2.$$

Din momentul frînării, forţa motoare care mişcă tramvaiul încetează să mai lucreze. Presupunînd că rezistenţele întîmpinate din acest moment sînt constante, mişcarea este uniform întîrziată şi deci

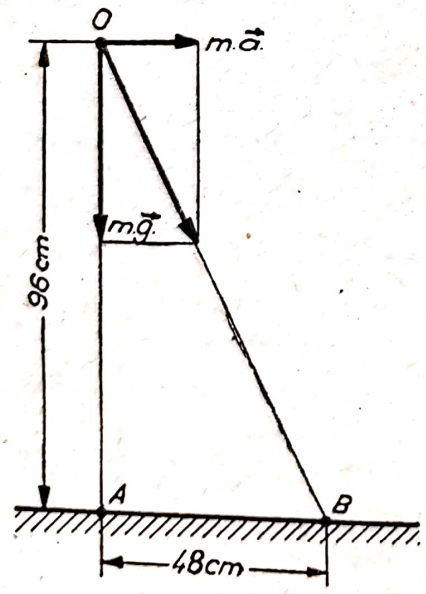


Fig. 1.109

$$t=\sqrt{\frac{2s}{a}}=\sqrt{\frac{2\times 14{,}14}{4{,}9}}=2{,}4\ \text{s}.$$

Viteza tramvaiului în momentul cînd a început frînarea este

$$v=at=4{,}9\times 2{,}4=11{,}76\ \text{m/s}.$$

1.295. Se dau trei cuburi egale ca mărime, avînd greutăţile 10, 20 şi 30 N. Aceste trei cuburi se sudează astfel încît corpul format este o prismă, cu baza un pătrat, în ordinea 10, 20, 30 N. Prisma este aşezată pe o platformă orizontală. Să se determine forţa minimă ce trebuie aplicată în planul feţei superioare a prismei, perpendicular pe muchia prismei şi la mijlocul muchiei,

Scanned with OKEN Scanner

pentru ca prisma să se răstoarne, dacă: *a)* cubul mai greu este aşezat jos; *b)* cubul mai greu este aşezat sus.

Rezolvare. *a)* Fie F forţa necunoscută, $G_1 = 10$ N, $G_2 = 20$ N, $G_3 = 30$ N.

Corpul se va răsturna rotindu-se în jurul muchiei care trece prin A.

Notînd cu l latura cubului, ecuaţia momentelor forţelor în raport cu muchia care trece prin A (fig. 1.110) este

$$(G_1 + G_2 + G_3)\,\frac{l}{2} = F \cdot 3l, \tag{1}$$

de unde

$$F = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{6} = \frac{10 + 20 + 30}{6} = 10 \text{ N}. \tag{2}$$

b) Din ecuaţia (1) se observă că forţa F nu depinde de poziţia cubului mai greu (dacă este sus sau jos).

1.296. Asupra unui vehicul cu greutatea $G = 3\,600$ N acţionează forţa orizontală $F = 2\,400$ N (fig. 1.111). Care este distanţa maximă x pentru ca vehiculul să nu se răstoarne? Distanţa dintre roţile din spate este $a = 1{,}4$ m.

R. $x = \dfrac{G}{2F}\,a = 1{,}05$ m.

1.297. Cît trebuie să fie baza x pentru ca turnul din figura 1.112. să fie în echilbru?

R. $x = 12a\,\dfrac{P}{G} + b$

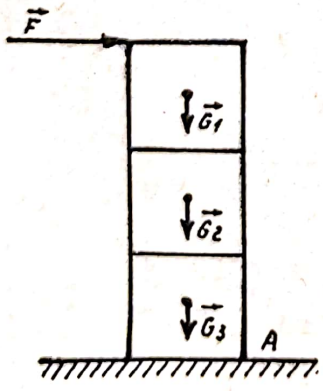


Fig. 1.110

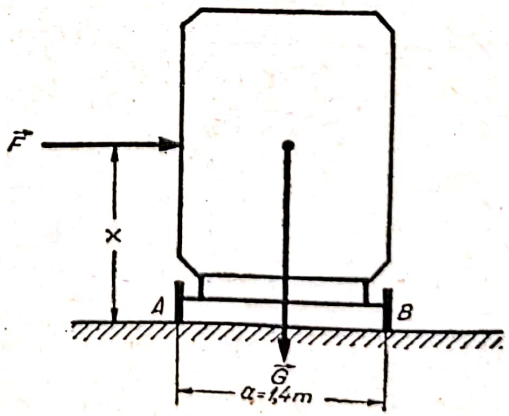


Fig. 1.111

Scanned with OKEN Scanner

1.298. O pîrghie de genul I are distanța de la punctul de sprijin S_1 pînă la forța activă F de 30 cm; la celălalt capăt, aflat la distanța de 3 cm față de punctul de sprijin S_1, ea trage în punctul A, cu ajutorul unui cablu, de o pîrghie de genul III.

Punctul A este la 5 cm depărtare de punctul de sprijin S_2 al pîrghiei de genul III, iar punctul de aplicație a rezistenței R de învins este la 15 cm de S_2.

Să se calculeze forța activă F, știind că valoarea rezistenței $R = 50$ N:

a) în cazul cînd se neglijează frecările;

b) în cazul cînd randamentul ansamblului este 75%.

Rezolvare. Ansamblul de pîrghii este arătat în figura 1.113.

Pentru determinarea forței F, va trebui să determinăm în prealabil forța F_1. Se scrie condiția de echilibru pentru pîrghia de genul III:

$$F_1 5 = 50 \times 15$$

de unde

$$F_1 = 150 \text{ N}.$$

Condiția de echilibru pentru pîrghia de genul I este

$$F \cdot 30 = 150 \cdot 3, \text{ de unde } F = 15 \text{ N}.$$

b) În cazul cînd randamentul ansamblului este 75%

$$F_r = \frac{F}{\eta} = \frac{1{,}5}{0{,}75} = 20 \text{ N}.$$

1.299. Cu ce forță trebuie să se acționeze la extremitatea unei pîrghii de genul I, ale cărei brațe sînt de 2 m de partea forței și 0,25 m pe partea rezistenței pentru a ridica o cutie de 5 000 N?

R. 625 N

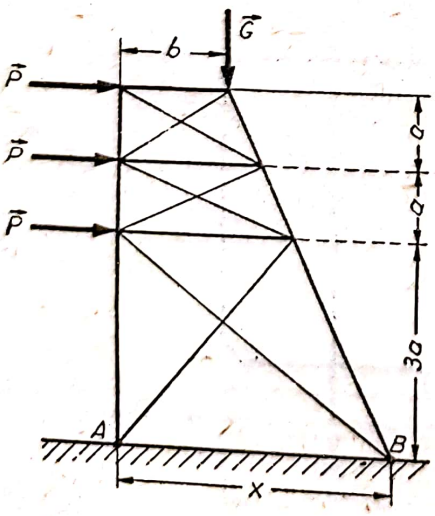


Fig. 1.112

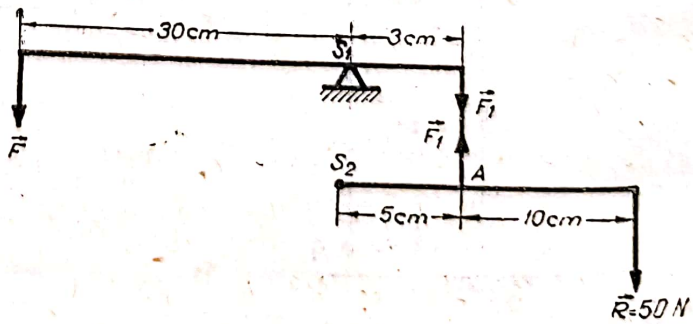


Fig. 1.113

Scanned with OKEN Scanner

1.300. O sarcină de 800 N este transportată cu o roabă. Forța activă este de 300 N și acționează la 1,2 m de la axul roții. Unde trebuie plasată sarcina?

R. 0,45 m

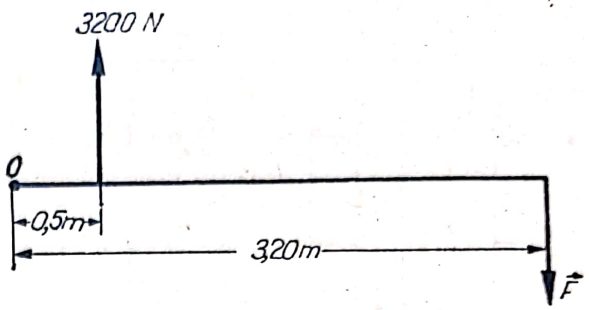


Fig. 1.114

1.301. Pistonul unei pompe de la o presă hidraulică de 4 cm diametru, refulează apa sub o presiune $p = 2 \cdot 10$ N/m². Axul articulației pîrghiei de manevrat este la 0,1 m de locul unde se leagă pîrghia de tija pistonului. Care trebuie să fie lungimea *(a)* minimă a pîrghiei pentru ca doi oameni, acționînd cu o forță totală și constantă $F = 200$ N, să poată manevra pompa.

R. $a = 1{,}256$ m

1.302. Ce efort trebuie să se exercite asupra pedalei unei mașini de cusut pentru a învinge o rezistență de 30 N, dacă se acționează cu piciorul la 0,1 m de la punctul de aplicație al rezistenței? Pedala are 0,3 m lungime.

R. 45 N

1.303. Să se calculeze forța F, astfel ca pîrghia din figura 1.114 să fie în echilibru.

R. 500 N

1.304. La ce distanță de capătul unei pîrghii, de genul I, de 4 m lungime trebuie fixat punctul de sprijin pentru ca un om de 75 kg să echilibreze o masă de trei ori mai mare. Pîrghia este din lemn de stejar ($\rho = 700$ kg/m³) de secțiune pătrată cu latura de 10 cm. Se va considera $g = 10$ m/s².

R. 1,085 m de la forța de rezistență.

Scripeți

1.305. La o sondă petrolieră cu ajutorul unei macarale cu patru role se ridică o greutate $G = 1\,440$ kN. Care este sarcina pe geamblac Q_g, capul mort al cablului fiind legat la piciorul turlei, la macara sau la geamblac, considerînd forțele verticale?

Se vor neglija frecările, rigiditatea cablului și greutatea troliului.

Rezolvare. *Cazul I.* Capul mort al cablului este legat la toba de lîngă piciorul turlei (fig. 1.115). Notînd cu T sarcina în cablu, ecuația de echilibru este:

$$Q_g = G + 2T.$$

Scanned with OKEN Scanner

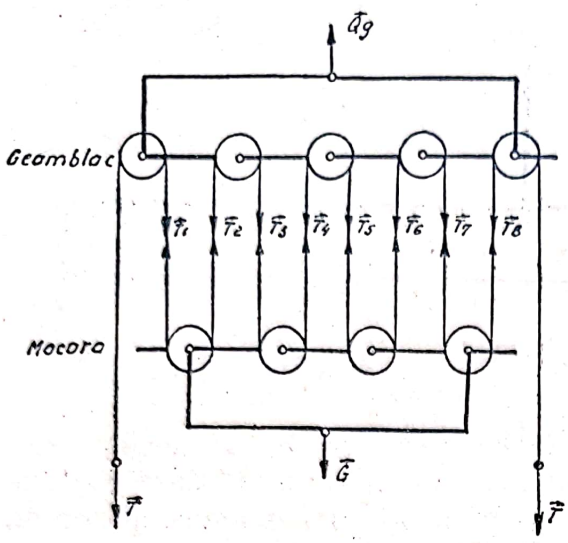


Fig. 1.115

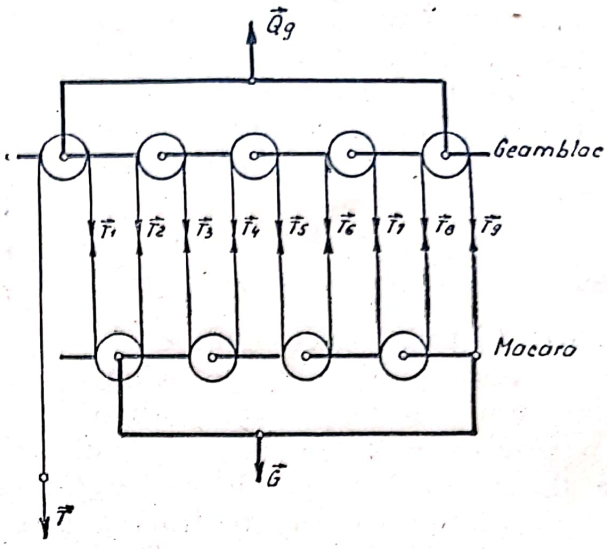


Fig. 1.116

Sistemul fiind în repaus, se poate scrie

$$T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = T_6 = T_7 = T_8 = T.$$

Pe de altă parte

$$Q_g = 2T + T_1 + T_2 \ldots + T_8 = 10T.$$

$$G = 8\ T,$$

de unde

$$T = \frac{G}{8} = \frac{1\,440}{8} = 180 \text{ kN}.$$

Din ecuația (1) rezultă sarcina pe geamblac

$$Q_g = 1\,440 + 2 \times 180 = 1\,800 \text{ kN}.$$

Cazul II. Capul mort al cablului se leagă la macara (fig. 1.116). Păstrînd aceleași notații, se poate scrie

$$Q_g = G + T \tag{2}$$

$$Q_g = T + T_1 + T_2 + \ldots + T_9 = 10T$$

$$G = T_1 + T_2 + \ldots + T_9 = 9\ T,$$

de unde

$$T = \frac{G}{9} = \frac{1\,440}{9} = 160 \text{ kN}.$$

Din ecuația (2) rezultă sarcina la geamblac

$$Q_g = 1\,440 + 160 = 1\,600 \text{ kN}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Cazul III. Capul mort al cablului se leagă la geamblac (fig. 1.117).

Se poate scrie

$$Q_g = G + T \qquad (3)$$

$$Q_g = T + T_1 + T_2 + \ldots + T_8 = 9\,T,$$

$$G = T_1 + T_2 + \ldots + T_8 = 8\,T,$$

de unde

$$T = \frac{G}{8} = \frac{1\,440}{8} = 180 \text{ kN}.$$

Din ecuaţia (3) rezultă sarcina la geamblac:

$$Q_g = 1\,440 + 180 = 1\,620 \text{ kN}$$

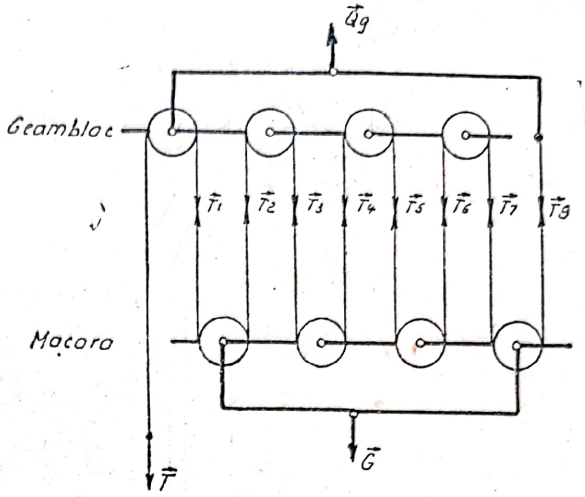


Fig. 1.117.

Observaţie. Din cele de mai sus se observă că pentru acelaşi număr de role la macara, şi aceeaşi sarcină la cîrlig, tensiunea din cablu este cea mai mică în cazul cînd capul mort al cablului se leagă la macara. Tot în acest caz sarcina la geamblac este cea mai mică.

Cazul I se aplică la sarcini mari — la foraj, iar cazurile II şi III la sarcini mici, în special la intervenţii mici la sondele în producţie.

1.306. Un corp cu greutatea $Q = 3\,000$ N este suspendat la o înălţime oarecare printr-un sistem de scripeţi ficşi şi mobili pe după care trece un fir de suspensie. În condiţiile din figura 1.118 se cer:

a) greutatea P care trebuie plasată la extremitatea firului pentru a echilibra obiectul Q;

b) forţele care acţionează asupra axului fiecăruia dintre scripeţii ficşi.

Rezolvare. *a)* Tensiunile din cele două bucăţi de fir care trec pe sub scripetele mobil A sînt egale cu T şi rezultanta lor este egală şi direct opusă cu greutatea $Q = 3\,000$ N.

Deci

$$T = \frac{Q}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{3000}{2\cos 30^\circ} = 1\,732 \text{ N}.$$

b) Forţa care acţionează asupra axului scripetelui fix B este

$$R = 2\,T\cos\frac{\beta}{2} = 2\frac{Q\cos\frac{\beta}{2}}{2\cos\frac{\alpha}{2}} = Q = 3\,000 \text{ N}.$$

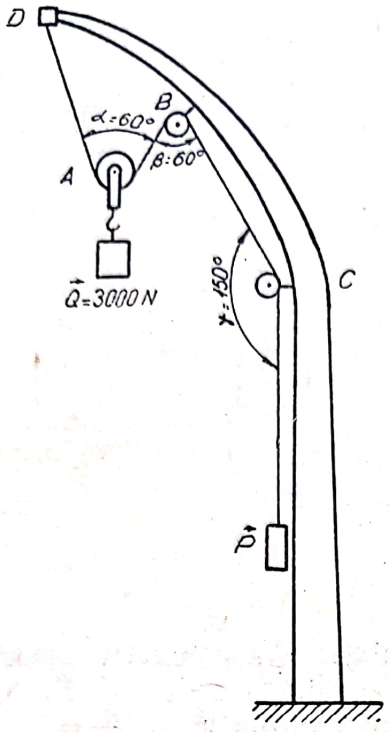


Fig. 1.118

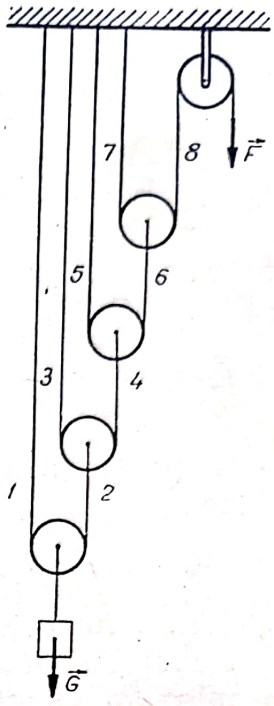


Fig. 1.119

Forţa care acţionează asupra axului scripetelui fix C este

$$R' = 2T \cos \frac{\gamma}{2} = 2 \times 1732 \cos 75° = 897 \text{ N}.$$

1.307. Să se determine relaţia dintre greutatea G şi forţa activă F în sistemul de scripeţi de aceeaşi rază r din figura 1.119, în cazul cînd forţele sînt în echilibru.

a) Se va neglija greutatea scripeţilor şi a cablurilor; se vor neglija frecările şi neflexibilitatea perfectă a cablurilor.

b) Se ţine seama de greutatea p a fiecărui scripete, dar se neglijează greutatea cablurilor, frecarea pe ax şi neflexibilitatea perfectă a cablurilor.

Se va generaliza pentru $n + 1$ scripeţi.

R e z o l v a r e . *a)* Vom nota tensiunile în cablu cu T. Se izolează fiecare scripete în parte şi se scriu ecuaţiile de echilibru

$$\begin{cases} T_1 = T_2 \\ G = T_1 + T_2 \\ T_3 = T_4 \\ T_2 = T_3 + T_4 \end{cases} \qquad \begin{cases} T_5 = T_6 \\ T_4 = T_5 + T_6 \\ T_7 = T_8 \\ T_6 = T_7 + T_8 \\ T_8 = F. \end{cases}$$

Din acest sistem de ecuaţii rezultă, din aproape în aproape,

$$T_8 = \frac{T_6}{2}, \quad T_6 = \frac{T_4}{2}, \quad T_4 = \frac{T_2}{2}, \quad T_2 = \frac{G}{2}$$

Scanned with OKEN Scanner

și deci

$$F = T_8 = \frac{T_6}{2} = \frac{T_4}{2^2} = \frac{T_2}{2^3} = \frac{G}{2^4}.$$

În general, pentru n scripeți mobili

$$F = \frac{G}{2^n}.$$

b) În acest caz avem

$$\begin{cases} T_1 = T_2 \\ T_3 = T_4 \\ T_5 = T_6 \\ T_7 = T_8 \end{cases} \qquad \begin{cases} G + p = T_1 + T_2 \\ T_2 + p = T_3 + T_4 \\ T_4 + p = T_5 + T_6 \\ T_6 + p = T_7 + T_8 \\ T_8 = F. \end{cases}$$

Rezolvînd acest sistem de ecuații, se obține

$$F = \frac{G + (2^4 - 1)p}{2^4},$$

sau, pentru n scripeți mobili,

$$F = \frac{G + (2^n - 1)p}{2^n}.$$

1.308. Să se rezolve problema nr. 271 pentru sistemul de scripeți din figura 1.120.

R. *a)* $F = \dfrac{G}{2^n - 1}$

b) $F = \dfrac{G - (2^n - 1 - n)p}{2^n - 1}$

1.309. Cu sistemul de scripeți din figura 1.121 se ridică o greutate G. Să se calculeze forța F pentru echilibru, dacă se neglijează frecările.

R. $F = F_6 = \dfrac{F_2}{4} = \dfrac{G}{8}$

1.310. Ce forță F trebuie aplicată pentru ridicarea sarcinii $G = 475$ N, cu ajutorul unui scripete fix, considerînd că randamentul scripetelui este $\eta = 0{,}95$.

R. 500 N

1.311. Ce forță F trebuie aplicată pentru ridicarea sarcinii $G = 500$ N cu ajutorul unui sistem de doi scripeți mobili, dacă randamentul sistemului este $\eta = 0{,}86$?

R. $\approx 145{,}4$ N

Scanned with OKEN Scanner

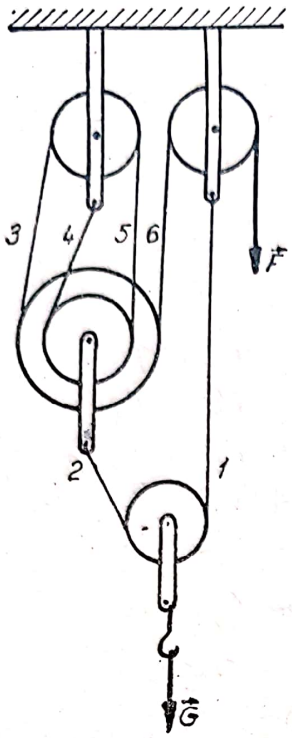


Fig. 1.120

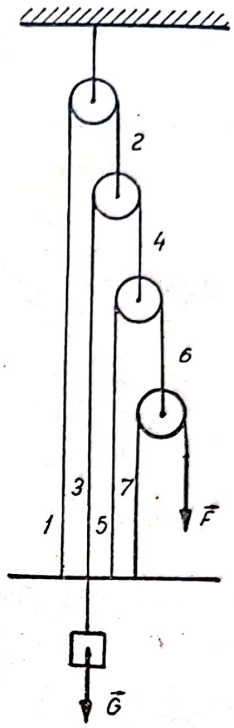


Fig. 1.121

1.312. Doi oameni acţionează fiecare cu o forţă de 400 N, asupra funiei unui palan compus din 6 scripeţi. Se cer:

a) greutatea pe care ei pot s-o ridice;

b) la ce înălţime se va ridica greutatea dacă ei au întins 4,8 m de frînghie.

R. 4 800 N; $h = 0{,}8$ m

1.313. Să se determine forţa $\vec{F}$ necesară pentru ridicarea sarcinii $G = 680$ N cu ajutorul unui palan format din patru scripeţi, dacă randamentul palanului este $\eta = 0{,}85$.

R. 200 N

1.314. Un om cîntărind $m = 50\sqrt{2}$ kg susţine un corp cu masa $m_1 = 20$ kg cu ajutorul unui fir trecut peste un scripete. Se cer:

a) care este reacţiunea terenului cînd firul este în poziţie verticală;

b) cum variază reacţiunea cînd omul se depărtează de scripete şi care este reacţiunea cînd firul este înclinat cu 45°;

c) cît de mare trebuie să fie pasul omului *(a)* pentru ca să poată susţine greutatea în cazul firului înclinat cu 45°? Firul şi picioarele omului sînt în acelaşi plan vertical, iar firul întîlneşte verticala centrului de

Scanned with OKEN Scanner

greutate al omului la $h = 1{,}2$ m deasupra terenului $\left(\text{Se va considera } g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.

R. *a)* $R = (m - m_1)g = 505$ N

b) $R = (m - m_1 \cos \alpha)g \approx 564$ N

c) $a = h\,\dfrac{m_1 \sin \alpha}{m - m_1 \cos \alpha}$; $a_{45^\circ} = 0{,}3$ m.

Planul înclinat

1.315. Pe un plan înclinat cu lungimea $l = 20$ m și înălțimea $h = 6$ m, se ridică uniform o ladă cu masa $m = 200$ kg. Forța de ridicare, paralelă cu planul, este $F = 800$ N. Să se calculeze:

a) reacțiunea planului înclinat;

b) coeficientul de frecare de alunecare pe plan;

c) randamentul acestei operații.

Rezolvare. Asupra lăzii acționează următoarele forțe: forța de ridicare $\overline{F}$, greutatea proprie $\overline{G}$ și reacțiunea $\overline{N}$ a planului înclinat. Din fig. 1.122 rezultă ecuațiile de echilibru

$$\begin{cases} F - G_t - F_f = 0 \\ N - G_n = 0 \end{cases} \tag{1}$$

a) Din ecuația a doua rezultă

$$N = G_n = G \cos \alpha = mg \cos \alpha. \tag{2}$$

Din triunghiul ABC se obține

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} = \frac{6}{20} = 0{,}3\,; \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - 0{,}3^2} = 0{,}95.$$

Înlocuind valorile numerice în (2)

$$N = 200 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}95 = 1\,862 \text{ N}.$$

b) Prima ecuație din (1) ne dă

$$F_f = F - G_t = F - G \sin \alpha = F - mg \sin \alpha$$

$$F_f = 800 - 200 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}3 = 212 \text{ N}.$$

Coeficientul de frecare

$$\mu = \frac{F_f}{G_n} = \frac{F_f}{mg \cos \alpha} = \frac{212}{200 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}95} \approx$$

$$\approx 0{,}113.$$

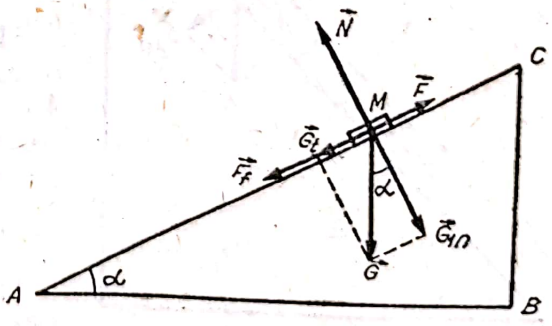


Fig. 1.122

Scanned with OKEN Scanner

c) Randamentul planului înclinat

$$\eta = \frac{G_t}{F} = \frac{mg \sin \alpha}{F} = \frac{200 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}3}{800} \approx 0{,}735.$$

1.316. Două corpuri de greutăţi G_1 şi G_2 se sprijină pe un plan înclinat, cu coeficienţii de frecare la alunecare egali respectiv μ_1 şi μ_2 sprijinindu-se în acelaşi timp şi reciproc, ca în figura 1.123. Coeficienţii de frecare μ_1 şi μ_2 sînt astfel încît corpul cu greutatea G_1 poate sta singur în echilibru pe plan, însă corpul cu greutatea G_2 nu. Se cere să se determine, în funcţie de G_1, μ_1 şi μ_2 valoarea maximă a lui G_2 pentru care mai este posibil echilibru.

Rezolvare. Considerînd sistemul de două corpuri în echilibru şi proiectînd totalitatea forţelor exterioare care acţionează asupra sistemului pe linia de cea mai mare pantă a planului înclinat, se obţine ecuaţia:

$$G_{1_t} + G_{2_t} - (F_{f_1} + F_{f_2}) = 0. \tag{1}$$

Din figură rezultă sistemul de ecuaţii:

$$\left.\begin{aligned} G_{1_t} &= G_1 \sin \alpha, \\ G_{2_t} &= G_2 \sin \alpha, \\ F_{f_1} &= \mu_1 N_1 = \mu_1 G_1 \cos \alpha, \\ F_{f_2} &= \mu_2 N_2 = \mu_2 G_2 \cos \alpha. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Ţinînd seama de (2), ecuaţia (1) devine

$$(G_1 + G_2) \sin \alpha - (\mu_1 G_1 + \mu_2 G_2) \cos \alpha = 0$$

Rezolvînd-o în raport cu G_2 se obţine

$$G_2 = G_1 \frac{\mu_1 \cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha}$$

sau, împărţind şi numărătorul şi numitorul cu $\cos \alpha$,

$$G_2 = G_1 \frac{\mu_1 - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha - \mu_2}$$

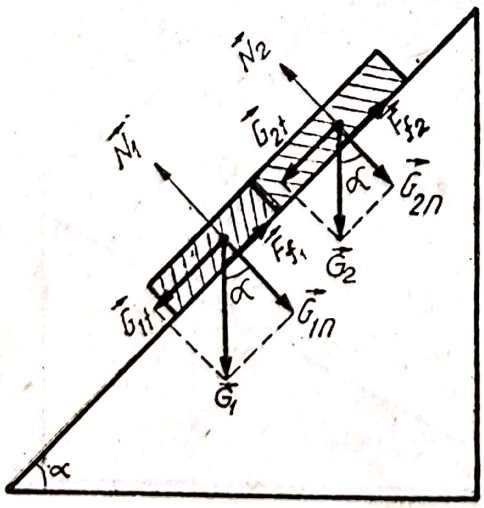


Fig. 1.123

1.317. La ce înălţime trebuie ridicată o margine a unei scînduri cu lungimea de 4 m pentru ca să putem urca pe ea (fără frecare) un corp cu greutatea de 1 000 N cu o forţă de 120 N?

R. 0,48 m.

1.318. Un corp avînd greutatea 400 N este aşezat pe un plan înclinat a cărui bază este de două ori mai mare decît înăl-

Scanned with OKEN Scanner

ţimea. Să se determine forţa F necesară pentru a-l menţine în echilibru în următoarele cazuri:

a) forţa F este paralelă cu planul înclinat;

b) forţa F este orizontală;

c) forţa F este verticală;

d) forţa F face un unghi de 20° cu planul înclinat (în sens trigonometric).

Care este forţa F_n de apăsare normală a corpului pe plan în fiecare caz?

R. *a)* $F = G \sin \alpha = 178{,}4$ N; $N = G \cdot \cos \alpha = 358$ N;

b) $F = G \operatorname{tg} \alpha = 200$ N; $N = G \cos \alpha + F \sin \alpha = 447{,}2$ N

c) $F = G = 400$ N; $N = 0$

d) $F = \dfrac{G \sin \alpha}{\cos 20°} = 190$ N; $N = G \cos \alpha - F \sin 20° = 293$ N.

1.319. Un corp cu greutatea $G = 6\,000$ N este urcat într-un camion cu ajutorul unui plan înclinat care are lungimea $l = 7$ m înălţimea $h = 1$m, iar coeficientul de frecare este 0,2. Se cer:

a) forţa necesară în cazul unei ridicări uniforme fără frecare;

b) forţa necesară în cazul unei ridicări uniforme cu frecare;

c) randamentul în situaţia de la *b*.

Se consideră că forţele au direcţia liniei de cea mai mare pantă a planului înclinat.

R. $F = \dfrac{h}{l} G = 2\,000$ N; $F = G\left(\dfrac{h}{l} + \mu \cos \alpha\right) = 3\,134$ N; $\eta = 0{,}64$.

1.320. Un tren având greutatea $4 \cdot 10^6$ N urcă pe un deal cu înclinarea de 1 m la fiecare 1 000 m. Să se găsească forţa de tracţiune în cazul unei mişcări uniforme, coeficientul de frecare fiind 0,002.

R. 12 000

1.321. Un tren cu greutatea $4 \cdot 10^6$ N urcă cu viteza de 18 km/h o rampă cu înclinarea de 1 m la fiecare 100 m. Coeficientul de frecare fiind 0,003, se cere puterea locomotivei.

R. 260 kW

1.322. O sanie cu greutatea totală 2 400 N urcă uniform o rampă înaltă de 10 m pe o distanţă de 60 m. Coeficientul de frecare fiind egal cu 0,02, se cer: *a)* forţa care acţionează asupra saniei; *b)* lucrul mecanic util; *c)* randamentul.

R. $F = G(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 447{,}2$ N;

$L = Gh = 24$ kJ; $\eta = \dfrac{G \cdot h}{F \cdot a} \approx 0{,}89$.

1.323. Care este forţa necesară cu care sania din problema precedentă coboară cu mişcare uniformă aceeaşi pantă?

R. 352,8 N

Scanned with OKEN Scanner

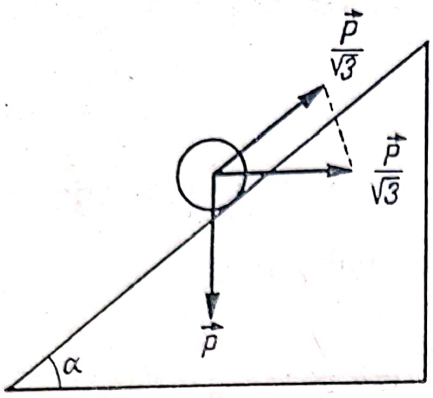


Fig. 1.124

1.324. O locomotivă cu puterea 400 kW trage un tren cu o greutate totală de $5 \cdot 10^6$ N pe o rampă cu înclinarea de 0,005, cu viteza de 18 km/h. Să se determine coeficientul de frecare. (Înclinarea este sin α, α fiind unghiul planului înclinat). Se consideră $G_n = G$.

R. $\mu = \dfrac{F - G \sin \alpha}{G \cos \alpha} = 0{,}011$

1.325. O locomotivă cu puterea 600 kW trage un tren, avînd greutatea totală $G = 5 \cdot 10^6$ N, pe o rampă de lungime $l = 100$ m, cu viteza de 36 km/h. Coeficientul de frecare fiind 0,003, se cere înălțimea (h) a rampei.

R. $h = l\left(\dfrac{F}{G} + \mu\right) = 0{,}9$ m (F este forța de tracțiune)

1.326. O locomotivă avînd puterea 450 kW trage uniform, un tren cu greutatea totală de $5 \cdot 10^6$ N pe o rampă cu înclinarea 0,006. Coeficientul de frecare este 0,003. Ce distanță străbate trenul în 3 min? (Înclinarea este sin α, α fiind unghiul planului înclinat). Se consideră $G = G_n$.

R. $s = \dfrac{P}{G} \cdot \dfrac{t}{\sin \alpha + \mu} = 1\,800$ m.

1.327. Un butoi cu masa de 70 kg este împins de doi oameni pe un plan înclinat lung de 5 m și cu diferența de nivel de 3 m. Să se calculeze: *a)* Ce forță trebuie să dezvolte fiecare om? *b)* Dacă oamenii trag butoiul pe același plan înclinat cu ajutorul a două frînghii fixate la capătul superior al planului și petrecute pe sub butoi, ce forță se aplică în fiecare frînghie? (În ambele cazuri se neglijează frecarea).

R. 205,8 N; 102,9 N

1.328. Un corp este în echilibru pe un plan înclinat sub acțiunea greutății sale P și a două forțe egale cu $\dfrac{P}{\sqrt{3}}$, respectiv paralele cu lungimea planului și baza planului înclinat (fig. 1.124). Să se determine unghiul α al planului înclinat cu orizontala.

R. $\alpha = 60°$

Șurubul

1.329. Ce greutate se poate ridica cu ajutorul unui cric dacă pasul șurubului $h = 4$ mm, lungimea mînerului $R = 1$ m, forța care acționează asupra mînerului $F = 25$ N, iar randamentul $\eta = 0{,}4$.

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare. Greutatea pe care o poate ridica se calculează cu formula:

$$G = \frac{2\pi RF}{h}\eta.$$

Introducînd valorile numerice, se obține

$$G = \frac{2 \times 3{,}14 \times 1\,000 \times 25}{4} \cdot 0{,}4 = 15\,700 \text{ N}.$$

1.330. La un teasc pentru preparatul vinului, pasul filetului este $h = 1$ cm, lungimea mînerului $l = 20$ cm, randamentul $\eta = 0{,}7$. Ce forță trebuie aplicată la extremitatea mînerului pentru a învinge rezistența $R = 6\,000$ N?

R. $F = \frac{Rh}{2\pi l\eta} \approx 68$ N

1.331. Ce forță trebuie aplicată asupra mînerului unui șurub pentru a învinge rezistența $R = 2 \cdot 10^4$ N dacă pasul șurubului este $h = 4$ mm, iar lungimea mînerului $l = 50$ cm?

R. $F = \frac{Rh}{2\pi l} \approx 25{,}4$ N

1.332. Forța aplicată la extremitatea mînerului unui șurub cu raza $R = 45$ cm este $F = 150$ N. Pasul șurubului este $h = 3$ mm. Să se calculeze rezistența pe care o învinge șurubul.

R. $R = \frac{2\pi lF}{h} \approx 141{,}3$ kN

Pana

1.333. Lățimea bazei unei pene este $a = 5$ cm, iar lungimea fălcii este de 25 cm. Ce forță trebuie să acționeze asupra bazei pentru a învinge o rezistență de 600 N aplicată la falcă?

Rezolvare. Valoarea forței este dată de formula

$$F = R\frac{a}{l}$$

și, înlocuind cu valorile numerice din problemă, se obține

$$F = 600\,\frac{5}{25} = 120 \text{ N}.$$

1.334. O forță de 100 N aplicată la baza unei pene echilibrează rezistența de 850 N aplicată la fălci. Lățimea bazei penei este de 30 mm. Care este lungimea fălcii?

R. $l = \frac{aR}{F} = 255$ mm

Scanned with OKEN Scanner

1.335. Rezistența de 1 000 N, aplicată la falca unei pene cu lungimea de 10 cm, este echilibrată de forța de 250 N. Care este lățimea bazei penei?

R. $a = \frac{F}{R} l = 2{,}5$ cm

1.336. Care trebuie să fie raportul dintre lungimea fălcii și lățimea bazei penei pentru ca, aplicînd o forță de 1 200 N să învingem o rezistență de 10 000 N?

R. $\frac{l}{a} = \frac{25}{3}$

Balanța

1.337. La o balanță falsă, brațul mare întrece pe cel mic cu 1/100 din lungimea acestuia. Se fac 100 cîntăriri de cîte 1 kg, punîndu-se corpurile de cîntărit alternativ cînd într-un platan, cînd în celălalt. Care este diferența totală dintre masa adevărată și masa indicată de balanță, pentru corpurile cîntărite.

Rezolvare. Unul din brațele balanței fiind l, celălalt va avea lungimea

$$l' = l + \frac{l}{100} = \frac{101}{100} l.$$

Din prima cîntărire rezultă (fig. 1.125).

$$m_1 l = 1 \times \frac{101}{100} l, \; m_1 = \frac{101}{100} \text{ kg}$$

Masa corpului cîntărit este deci mai mare cu

$$\frac{101}{100} - 1 = \frac{1}{100} \text{ kg}$$

A doua cîntărire dă

$$1 \times l = m_2 \frac{101}{100} l, \text{ de unde } m_2 = \frac{100}{101} \text{ kg}$$

Masa corpului cîntărit este deci mai mică cu

$$1 - \frac{100}{101} = \frac{1}{101} \text{ kg}$$

După aceste două cîntăriri, diferența în masă este

$$\left(\frac{1}{100} - \frac{1}{101}\right) \text{kg}$$

Diferența în plus după 100 cîntăriri va fi

$$50 \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{101}\right) \text{kg} \approx 5 \text{ g}$$

Scanned with OKEN Scanner

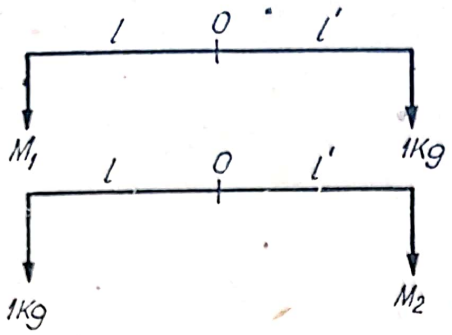


Fig. 1.125.

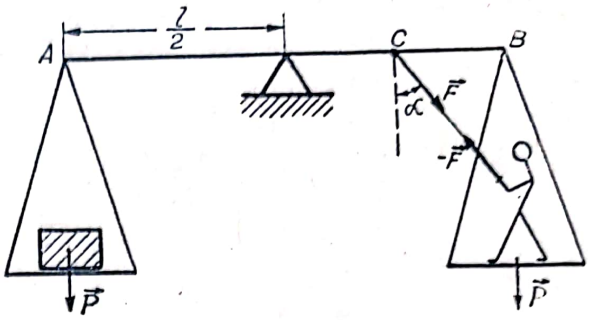


Fig. 1.126

1.338. Pe un platan al unei balanțe mari stă un om care este echilibrat de un corp cu greutatea P pus pe celălalt platan. La mijlocul C al brațului din dreapta, este legată o frînghie (fig. 1.126). Se va pierde echilibrul dacă omul care stă pe platanul din dreapta al balanței va începe să tragă de frînghie cu o forță $F < P$ sub un unghi α față de vertiçală?

Greutatea omului este P, lungimea brațului balanței este $AB = l$, balanța avînd brațe egale. Se va neglija greutatea frînghiei.

Rezolvare. Momentul forței dat de greutatea din platanul stîng este

$$\mathfrak{M}_1 = P\frac{l}{2} \tag{1}$$

Momentul forței F cu care omul trage de frînghie este

$$\mathfrak{M}_2 = F\frac{l}{4}\cos\alpha \tag{2}$$

Forța de apăsare a omului pe talerul balanței este $P - F\cos\alpha$ și momentul său este

$$\mathfrak{M}_3 = (P - F\cos\alpha)\frac{l}{2} \tag{3}$$

Suma momentelor forțelor care acționează asupra platanului din dreapta este

$$\mathfrak{M}_2 + \mathfrak{M}_3 = \frac{Fl\cos\alpha}{4} + (P - F\cos\alpha)\frac{l}{2} = \frac{Pl}{2} - \frac{Fl\cdot\cos\alpha}{2} \tag{4}$$

Rezultă că $\mathfrak{M}_1 > \mathfrak{M}_2 + \mathfrak{M}_3$ și deci echilibrul balanței se pierde, balanța înclinîndu-se spre stînga.

1.339. Pîrghia unei balanțe are lungimea totală 0,2 m și cîntărește 20 g. Să se determine unghiul cu care se va înclina sub o masă de 1 cg dacă centrul său de greutate este la 2 cm dedesubtul punctului de sprijin.

R. 8′36″

Scanned with OKEN Scanner

1.340. Pe un cuțit C se pune orizontal o pîrghie omogenă AB, de lungime $2l$ și greutate G, avînd la extremitățile A și B greutățile P și Q. Să se determine poziția lui C, astfel încît să fie în echilibru.

Aplicație. Să se calculeze distanțele x și y ale cuțitului la cele două extremități A și B, în cazul $AB = 0{,}6$ m, $P = 190$ N, $Q = 390$ N, iar greutatea pîrghiei $G = 20$ N.

R. $x = \frac{l(G + 20)}{P + Q + G} = 0{,}4$ m; $y = \frac{l(2P + G)}{P + Q + G} = 0{,}2$ m

1.341, O balanță are ca brațe lungimile l și l'. Se cîntărește un corp punîndu-l pe platanul A; trebuie să punem $p(g)$ pe celălalt platan pentru a-i face echilibru. Se pune apoi corpul pe platanul B; el se echilibrează prin $p'(g)$ plasat pe A. Se cer masa corpului și raportul lungimilor l și l'

Aplicație: $p = 100$ g; $p' = 105$ g.

R. $m = \sqrt{p \cdot p'} = 0{,}1025$ kg; $\frac{l}{l'} = \sqrt{\frac{p}{p'}} = 0.975$

1.342. O balanță care are pîrghia în echilibru rămîne orizontală cînd platanele A și B sînt goale. Dacă se schimbă platanele între ele, pentru a se stabili echilibrul, trebuie să se adauge o masă de 1 g în platanul A. Platanul B cîntărind 120 g, se cer:

a) masa platanului A;

b) raportul lungimilor celor două brațe ale pîrghiei;

c) să se determine masa care trebuie pusă în platanul B pentru a echilibra 1 kg pus în platanul A, pîrghia fiind adusă în prealabil la poziția orizontală prin adăugarea de 1 g în platanul A.

R. $m_A \approx 119{,}502$ g; $\frac{l}{l'} = 1{,}0041$; $m_1 = 1000.49$ kg.

D. REZISTENȚA MATERIALELOR

Considerații teoretice

Legea lui Hooke. Rezistența (efortul unitar) este direct proporțională cu deformația

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \tag{1}$$

unde

$\sigma = \frac{F}{A}$ este efortul unitar normal;

E — modulul de elasticitate sau modulul lui Young;

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ — lungirea relativă specifică. Ea se mai poate scrie:

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A}. \tag{2}$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezistența (efortul unitar) la solicitarea unui corp prin întindere sau compresiune este raportul dintre forță și aria suprafeței pe care lucrează normal

$$\sigma = \frac{F}{A} = \text{efort unitar} \tag{3}$$

unde F este forța axială, iar A aria secțiunii normale pe direcția forței F.

Sarcina de rupere este forța la care se rupe corpul (F_r)

Rezistența la rupere este raportul dintre forța de rupere (sarcina) și aria secțiunii transversale a barei

$$\sigma_r = \frac{F_r}{A} \tag{4}$$

Coeficientul de siguranță este raportul dintre sarcina de rupere și sarcina efectivă care lucrează, sau raportul dintre rezistența la rupere și rezistența efectivă:

$$c = \frac{\sigma_r}{\sigma} = \frac{\frac{F_r}{A}}{\frac{F_{ef}}{A}} = \frac{F_r}{F_{ef}} \tag{5}$$

Rezistența admisibilă este valoarea limită până la care ne este permis să încărcăm materialul. Ea este raportul dintre rezistența la rupere și coeficientul de siguranță.

$$\sigma_a = \frac{\sigma_r}{c}. \tag{6}$$

Formula energiei la deformarea unui corp elastic este

$$W = \frac{AE}{2l} x^2 \quad \text{sau} \quad W = \frac{kx^2}{2} \tag{7}$$

unde x este variația lungimii (deformarea) și k constanta elastică.

APLICAȚII

1.343. Un coș de fabrică este construit din cărămidă, la care densitatea medie a zidăriei este de 2 g/cm³. Dacă efortul unitar la compresiune $\sigma_a = 49 \cdot 10^4$ N/m², să se calculeze înălțimea maximă pe care trebuie s-o posede coșul. Dacă rezistența la compresiune este $\sigma_r = 50 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$, ce coeficient de siguranță s-a folosit?

Rezolvare. *a)* Din formula efortului unitar normal la compresiune se obține:

$$\sigma_a = \frac{F}{A_{ef}} = \frac{G}{A_{ef}} = \frac{\rho g h A_{ef}}{A_{ef}} = \rho g h,$$

unde G este greutatea coşului. Prin înlocuire, se obţine:

$$h = \frac{\sigma_a}{\rho g} = \frac{49 \cdot 10^4 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{2 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3 \, 9{,}8 \, \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 25 \text{ m}$$

b)

$$c = \frac{\sigma_r}{\sigma_a} = \frac{50}{5} = 10$$

1.344. De un fir de cauciuc este legată o greutate de 0,98 N. Sub acţiunea greutăţii, firul s-a lungit cu 1 cm. *a)* Care este modulul lui Young al cauciucului, dacă lungimea iniţială a firului este de 1 m şi aria secţiunii de 10 mm²? *b)* Care este lucrul mecanic de deformare?

Rezolvare. *a)* Din legea lui Hooke

$$E\varepsilon = \sigma \text{ sau } \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A},$$

se obţine

$$E = \frac{l}{\Delta l} \cdot \frac{F}{A}$$

Prin înlocuire, rezultă

$$E = \frac{1 \text{ m}}{10^{-2} \text{m}} \cdot \frac{0{,}98}{10^{-5}} = 98 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

b) Lucrul mecanic de deformare este

$$L = \frac{1}{2} F \Delta l = \frac{1}{2} 0{,}98 \text{ N} \cdot 0{,}01 \text{ m} = 4{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

1.345. Un cablu pentru ascensor este format din 36 fire cu diametrul de cîte 1 mm fiecare. El ridică cuşca unui ascensor cu masa de 980 kg. Neglijînd masa cablului, ce acceleraţie trebuie să capete cuşca pentru a se rupe cablul, dacă rezistenţa la rupere este $\sigma_r = 1\,176 \cdot 10^6$ N/m²?

Rezolvare.

$$\sigma_r = \frac{F_{\text{totală}}}{A} = \frac{G + F}{A} = \frac{mg + ma}{A},$$

de unde

$$a = \frac{\sigma_r \cdot A}{m} - g.$$

Prin înlocuire, se obţine

$$a = \frac{1\,176 \cdot 10^6 \cdot 9\pi \cdot 10^{-6}}{980} - 9{,}8 = 24{,}1 \text{ m/s}^2$$

Scanned with OKEN Scanner

1.346. Un ascensor de mină încărcat cîntărește 4,5 tf. Adîncimea puțului este de 400 m. Secțiunea efectivă a metalului cablului este de 300 mm², iar greutatea unui centimetru cub de cablu este 0,0784 N. Să se determine: *a)* efortul unitar neținînd seama de greutatea proprie a cablului; *b)* efortul unitar ținînd seama de greutatea proprie a cablului pentru secțiunea dată; *c)* coeficientul de siguranță în ambele cazuri, dacă rezistența la rupere este de $147 \cdot 10^7 \frac{N}{m^2}$. *d)* lungirea totală a cablului $\left(E = 19{,}6 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}\right)$; *e)* lucrul mecanic de deformare.

Rezolvare.

a) $\sigma_1 = \frac{F}{A} = \frac{4\,500 \cdot 9{,}8\ N}{300 \cdot 10^{-6}\ m^2} = 147 \cdot 10^6\ N/m^2$

b) $\sigma_2 = \frac{F + G}{A}$.

O bucată de cablu cu lungimea de 1 cm are volumul

$V = 3\ cm^2 \times 1\ cm = 3\ cm^3$.

Greutatea ei va fi $G_1 = 3\ cm^3 \times 0{,}0784\ N/cm^3 = 0{,}2352\ N$.

Greutatea totală va fi $G = 40\,000 \cdot 0{,}2352 = 9\,408\ N$

$$\sigma_2 = \frac{F + G}{A} = \frac{4\,500 \cdot 9{,}8\ N + 9\,408\ N}{300 \cdot 10^{-6}\ m^2} = 176\,596 \cdot 10^3\ \frac{N}{m^2}$$

c) Coeficientul de siguranță

$$c_1 = \frac{R_1\ (\text{rezistența la rupere})}{F_1(\text{forța efectivă})} = \frac{147 \cdot 10^7}{147 \cdot 10^6} = 10$$

$$c_2 = \frac{147 \cdot 10^7}{176\,596 \cdot 10^3} = 8{,}2$$

d) $\Delta l = \frac{l}{E} \cdot \frac{1}{A}\left(F + \frac{G}{2}\right)$

Înlocuind,

$$\Delta l = \frac{400\ m}{19{,}6 \cdot 10^{10}\ \frac{N}{m^2}} \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^{-4}\ m^2}(4\,500 \times 9{,}8 + 4\,704)\ N = 0{,}332\ m$$

e) $L = \frac{1}{2}\Delta l\left(F + \frac{G}{2}\right) = \frac{0{,}322}{2}\ m \cdot 48\,804\ N = 8\,101{,}5\ J$

1.347. Un ax de oțel are secțiunea în formă de pătrat cu latura de 3 cm. Asupra lui lucrează o forță de întindere 88 200 N. Să se calculeze tensiunea care ia naștere la întinderea axului (efort unitar).

R. $\sigma = 98.10^6\ N/m^2$.

Scanned with OKEN Scanner

1.348. O sîrmă de aluminiu are lungimea de 2 m și secțiunea de 2 mm². Sub acțiunea unei forțe $F = 137{,}2$ N. ea se lungește cu 2 mm. Care este modulul de elasticitate al aluminiului? Dar lungirea relativă?

R. $E = 686 \cdot 10^8$ N/m²; $\frac{\Delta l}{l_0} = 10^{-3}$

1.349. Sarcina de rupere a unei bare de fier rotund cu diametrul de 20 mm este $F_r = 138\,474$ N. Care este rezistența la rupere a acestei bare?

R. $\sigma_r = 441 \cdot 10^6$ N/m²

1.350. Șina de fier a unei roți de căruță trebuie încălzită cu 100°C pentru a fi montată pe roată. Diametrul roții de lemn este de 70 cm și aria secțiunii șinei de fier este de 6 cm². Să se calculeze forța cu care șina strînge roata.

R. $F = 125\,313$ N

1.351. O bară de oțel de secțiune constantă și lungime $l_0 = 600$ mm se lungește sub acțiunea unei forțe cu 0,6 mm. Să se calculeze mărimea forței, știind că volumul barei este de 360 cm³ ($E = 20{,}58 \cdot 10^{10}$ N/m²).

R. $F = 123\,480$ N

1.352. O țeavă de oțel cu diametrul exterior $D = 74$ mm, diametrul interior $d = 68$ mm și lungimea $l_0 = 8$ m este întinsă cu o forță $F = 6\,500$ kgf. Să se afle efortul unitar și lungirea țevii, neglijînd greutatea proprie ($E = 20{,}58 \cdot 10^{10}$ N/m²).

R. $\sigma = 95\,158 \cdot 10^3$ N/m²; $\Delta l = 0{,}31$ cm

1.353. Să se dimensioneze ancora AB (fig. 1.127) făcută din oțel forjat cu $\sigma_a = 9\,800$ N/cm².

R. $a = 2$ cm

1.354. O prismă de lemn cu secțiunea 20×20 cm² este supusă la compresiune și se rupe la o sarcină $F_r = 19{,}6 \cdot 10^5$ N. Care este rezistența admisibilă a lemnului pentru un coeficient de siguranță egal cu 5?

R. $\sigma_a = 980 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

1.355. Un bloc de piatră de 10 tone este ridicat cu ajutorul unui cablu de oțel pe o pantă de 0,1. Coeficientul de frecare la mișcarea blocului este 0,2. Să se calculeze:

a) lungirea cablului, dacă lungimea $l_0 = 8$ m și secțiunea de 4 cm²;
b) energia de deformare a cablului ($E = 2 \cdot 10^{11}$ N/m²).

R. *a)* $\Delta l = 294 \cdot 10^{-5}$ m; *b)* $W = 43{,}218$ J.

Scanned with OKEN Scanner

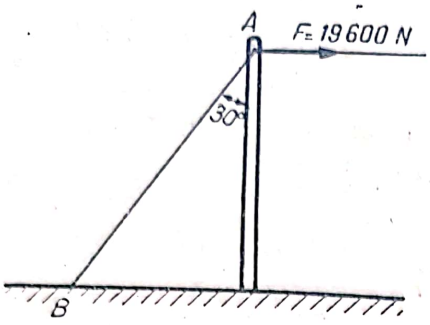


Fig. 1.127.

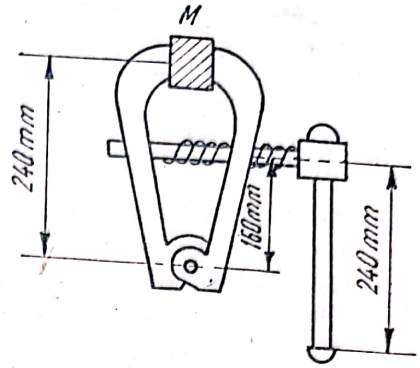


Fig. 1.128.

1.356. O țeavă de fier cu diametrul exterior $D_e = 50$ mm și diametrul interior $D_i = 35$ mm, are lungimea de 10 m. Ea este supusă la o forță de întindere de 24 500 N. Să se calculeze deformația absolută ($E = 20{,}58 \cdot 10^{10}$ N/m²)

R. $\Delta l = 0{,}12$ cm

1.357. Un cablu pentru macara este format din 42 de fire, fiecare cu diametrul de 2 mm și lungimea de 682 m. El este supus la o forță $F = 18\,620$ N. Greutatea proprie a cablului fiind de 10,094 $\frac{N}{m}$, să se calculeze rezistența și alungirea absolută a cablului $\left(E = 20{,}58 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}\right)$.

R. $\sigma = 19\,216 \cdot 10^4 \frac{N}{m^2}$; $\Delta l = 55{,}4$ cm

1.358. Un automobil cu masa de 1 000 kg are distanța dintre roți de 1,2 m.

Cu ajutorul unui cric se ridică o parte a mașinii cu 10 cm, șurubul cricului avînd pasul de 0,5 cm. Piesa pivot are secțiunea de 4,9 cm² și lungimea de 25 cm. Să se calculeze: *a)* efortul unitar; *b)* deformarea absolută a pivotului; *c)* numărul de învîrtituri a manivelei cricului; *d)* energia consumată, dacă randamentul cricului este 0,8. $\left(E = 2 \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}\right)$.

R. *a)* $\sigma = 10^7 \frac{N}{m^2}$; *b)* $\Delta l = 12{,}5 \cdot 10^{-3}$ mm;
c) $n = 20$; $W = 612{,}5$ J

1.359. Se consideră o menghină ca în figura 1.128. Pasul șurubului este de 0,5 cm. Șurubul are randamentul 0,8 și pîrghia 0,9. La capătul mînerului lucrează perpendicular pe el o forță de 200 N. Secțiunea piesei din menghină este de 8π cm² și $E = 2 \cdot 10^{11} \frac{N}{m^2}$. Să se calculeze deformarea relativă a piesei prinsă în menghină.

R. $\frac{\Delta l}{l_0} = 576 \cdot 10^{-7}$

Scanned with OKEN Scanner

1.360. Care este lungimea minimă la care se poate rupe o sîrmă de cupru sub greutatea sa, dacă rezistența la rupere este de $4{,}45 \cdot 10^8 \frac{N}{m^2}$? Se admite că ruperea se face la legătură ($\rho_{Cu} = 8\,900$ kg/m^3). Cu cît este egală lungirea sub acțiunea greutății proprii pentru o lungime egală cu jumătate din lungimea de rupere? $\left(E = 9 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2} \text{ și } g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$

R. $l = 5\,000$ m; $\Delta l = \frac{l_0^2 \rho g}{2E} \approx 3{,}09$ m.

E. MECANICA FLUIDELOR

Considerații teoretice

Presiunea. Este mărimea numeric egală cu forța care se exercită normal și este uniform repartizată pe unitatea de suprafață

$$p = \frac{F}{A} \tag{1}$$

Cînd forța face un unghi α cu normala la suprafață, formula devine

$$p = \frac{F}{A} \cos \alpha \tag{2}$$

Mărimea presiunii hidrostatice într-un punct la adîncimea h într-un lichid de densitate ρ este dată de formula

$$p = \rho gh \tag{3}$$

Diferența de presiune dintre două puncte A și B dintr-un lichid este

$$p = p_B - p_A = \rho gh; \tag{4}$$

h este distanța dintre planele paralele și orizontale ce trec prin A și B (diferența de nivel)

Sau în cazul apei

$$p_B = \left(p_A + \frac{\gamma \cdot h}{10{,}33}\right) \text{atm} \tag{5}$$

Transmiterea presiunii în lichide conduce la formula 6 pe care se bazează presa hidraulică

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \tag{6}$$

Ecuația generală a hidrostaticii este

$$p_t = p_a + \rho gh, \tag{7}$$

unde p_t este presiunea totală; p_a — presiunea atmosferică (exterioară)

Scanned with OKEN Scanner

Principiul vaselor comunicante aplicat la lichidele nemiscibile în echilibru se bazează pe relaţia

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1} \tag{8}$$

Densitatea relativă şi greutatea specifică relativă sînt mărimi fără dimensiuni, ele reprezentînd raportul densităţii sau greutăţii specifice a unui corp faţă de densitatea sau greutatea specifică a unui corp de referinţă (pentru lichide — apa şi pentru gaze — aerul).

$$d = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \tag{9}$$

Volumul specific este volumul unităţii de masă

$$v = \frac{V}{m} \tag{10}$$

Debitul volumetric (volumic) este volumul de fluid care trece prin secţiunea transversală într-o secundă

$$Q_v = A \cdot v \ [\mathrm{m^3/s}] \tag{11}$$

Debitul de masă (masic) este masa de fluid care trece prin secţiunea transversală într-o secundă

$$Q = Q_v \rho = A \cdot v \cdot \rho \text{ sau } Q = \frac{\gamma}{g} \cdot Q_v \tag{12}$$

Apăsarea unei vîne de lichid asupra unui perete plan este dată de relaţia

$$I = \frac{\gamma}{g} A v^2 = \frac{\gamma}{g} Q_v \cdot v = Qv \tag{13}$$

Ecuaţia continuităţii

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{const} \tag{14}$$

În curgerea staţionară a unui fluid perfect, viteza curentului de fluid este invers proporţional cu aria secţiunii transversale corespunzătoare (debit constant pentru orice secţiune).

Ecuaţia lui Bernoulli pentru un fluid perfect care curge în regim staţionar printr-o conductă cu secţiune variabilă

$$p + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const.} \tag{15}$$

unde

p — este presiunea statică ;
$\rho g h$ — presiunea hidrostatică ;
$\frac{\rho v^2}{2}$ — presiunea dinamică.

Scanned with OKEN Scanner

În cazul cînd tubul este orizontal, formula devine:

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const.} \tag{16}$$

Viteza de curgere a unei vîne de lichid este dată de *formula* lui *Torricelli*

$$v = \sqrt{2gh}, \tag{17}$$

iar debitul va fi $Q = v \cdot A = A\sqrt{2gh}$. (18)

Rezistența în curgerea turbulentă a fluidelor

$$R = k\rho A v^2 \text{ sau } R = \frac{c}{2}\rho A v^2 \tag{19}$$

în care

$R = \frac{c}{2}$ este constanta de proporționalitate caracteristică formei corpului, stării suprafeței și orientării lui față de direcția și sensul mișcării;

A — aria suprafeței sub care se vede conturul corpului cînd îl privim de-a lungul traiectoriei;

ρ — densitatea fluidului;

v — viteza de mișcare a fluidului sau corpului, unul față de celălalt.

Puterea dată de o cădere de apă

$$P = Q_v \cdot \rho \cdot g \cdot h[\text{W}] = \frac{Q_v \cdot \rho \cdot h}{75}[\text{CP}] \tag{20}$$

unde Q_v este dat în m^3/s, h — în m, $\rho = 1\,000$ kg/m^3 și $g = 9{,}8\,\frac{m}{s^2}$.

Puterea produsă de o mașină hidraulică cu randamentul η

$$P = Q_v \rho\, gh\eta[\text{W}] = \frac{Qv \cdot \rho \cdot h \cdot \eta}{75}[\text{CP}] \tag{21}$$

APLICAȚII

Presiunea

1.361. O forță de 980 N lucrează normal asupra unei suprafețe de 20 dm^2. Să se calculeze presiunea pe această suprafață și să se exprime valoarea ei în toate unitățile de măsură.

Rezolvare. Formula presiunii este

$$p = \frac{F}{A}\cos\alpha;\ \alpha = 0° \Rightarrow \cos 0° = 1$$

Scanned with OKEN Scanner

În SI

$$p = \frac{F}{A} = \frac{980\ \text{N}}{20 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2} = \frac{9{,}8 \cdot 10^4}{20} = 4{,}9 \cdot 10^3\ \text{N/m}^2.$$

În afara SI

$$p = \frac{F}{A} = \frac{100\ \text{kgf}}{20 \cdot 10^{-2} \cdot \text{m}^2} = \frac{10^4}{20} = 0{,}5 \cdot 10^3\ \text{kgf/m}^2.$$

În tehnică

$$p = \frac{F}{A} = \frac{100\ \text{kgf}}{2\,000\ \text{cm}^2} = 0{,}05\ \text{kgf/cm}^2 = 0{,}05\ \text{at}.$$

1.362. Un tractor are masa proprie de 3 300 kg. Suprafața de contact cu pămîntul la roata din spate este de 2 dm^2, iar la cea din față de 1 dm^2. Dacă în rezervor se găsesc 50 l combustibil cu densitatea de 0,8 g/cm^3, iar tractoristul cîntărește 80 kg, să se calculeze presiunea pe suprafața de contact în $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ și în at.

Rezolvare. Aria suprafeței de sprijin este

$$A = (2 \times 2 + 2 \times 1)\ \text{dm}^2 = 6\ \text{dm}^2.$$

Forța totală care lucrează pe suprafața de sprijin este;

$$F = G_{tractor} + G_{tractorist} + G_{combustibil}$$

sau

$$F = (m_{tractor} + m_{tractorist} + m_{combustibil})g.$$

Înlocuind în SI, se obține

$$F = (3\,300 + 80 + 0{,}05 \cdot 800)\ 9{,}8 = 33\,516\ \text{N}.$$

Considerînd toată această forță uniform repartizată pe suprafața de sprijin, presiunea va fi dată de formula

$$p = \frac{F}{A}.$$

a) În sistemul SI presiunea are valoarea:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{33\,516\ \text{N}}{6 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2} = 558\,600\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2},$$

b) Exprimată în atmosfere este:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{3\,420\ \text{kgf}}{600\ \text{cm}^2} = 5{,}7\ \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = 5{,}7\ \text{at}.$$

1.363. Un tun cu calibrul de 75 mm și lungimea de 2,5 m dă proiectilului pe care îl lansează o energie de $19{,}6 \cdot 10^5$ J.

Se cer: *a)* forța care lucrează asupra proiectilului în timpul parcurgerii țevii; *b)* presiunea în N/m^2 și at pe care gazele o exercită asupra proiectilului. Se consideră că arderea explozivului menține o forță constantă care lucrează asupra proiectilului pînă la ieșirea din țeavă.

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare. *a)* Energia cinetică a proiectilului este egală cu lucrul mecanic efectuat de forţa gazelor de-a lungul ţevii, adică:

$$W_c = F \cdot l \Rightarrow F = \frac{W_c}{l} = \frac{19{,}6 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}}{2{,}5 \text{ m}} = 784 \cdot 10^3 \text{ N}$$

b) Presiunea se calculează astfel:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 784 \cdot 10^3 \text{ N}}{3{,}14 \cdot (7{,}5)^2 10^{-4} \text{ m}^2} = 17\,748 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Sau în atmosfere:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{4 \cdot 80\,000 \text{ kgf}}{3{,}14 \cdot (7{,}5)^2 \text{ cm}^2} = 1\,811 \text{ at}$$

1.364. Un sportiv are greutatea de 686 N. Suprafaţa de contact dintre bocanci şi gheaţă este de 200 cm². Cînd patinează, foloseşte patine lungi de 30 cm şi late de 2 mm. Cînd schiază, face contactul cu zăpada pe o suprafaţă de 800 × 2 cm². Care este valoarea presiunii exercitate de greutatea corpului în cele trei cazuri?

R. $p_1 = 343 \cdot 10^2$ N/m²; $p_2 = 113{,}66$ N/m² : $p_3 = 42{,}8$ N/m²

1.365. O forţă de 98 N se exercită pe o suprafaţă de $\sqrt{3}$ cm², sub un unghi de 30°. Să se calculeze presiunea care se exercită pe suprafaţa respectivă (fig. 1.129).

R. $p = 49 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

1.366. Capacul AB al unei pivniţe ce se roteşte în jurul balamalei A, se deschide cu ajutorul unei frînghii BC trecută peste un scripete fix (fig. 1.130). Ce presiune va exercita furca scripetelui în primul moment pe suprafaţa de sprijin din S, cu valoarea de 20 cm², dacă scripetele şi furca cîntăresc 1 kg, iar greutatea capacului este de 784 N?

R. $p = 396\,900$ N/m²

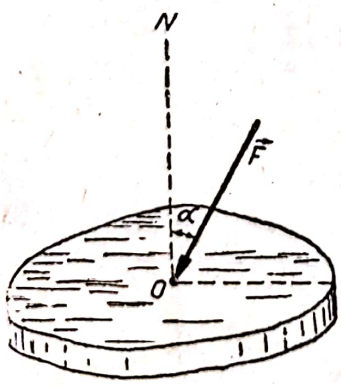


Fig. 1. 129.

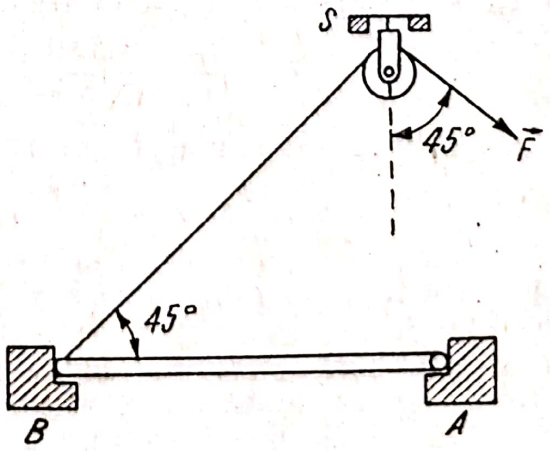


Fig. 1. 130.

Scanned with OKEN Scanner

Transmiterea presiunii în lichide. Presa hidraulică

1.367. Cele două pistoane ale unei prese hidraulice au ariile secțiunilor: $A_1 = 5$ cm² și $A_2 = 2$ dm²; pîrghia de genul II care servește la manevrarea pompei are brațele cu lungimile de 10 cm și 1 m. Se aplică la extremitatea de lucru a pîrghiei o forță de 9,8 N; se cer: *a)* ce greutate va putea ridica presa; *b)* deplasarea pistonului mare, cînd pistonul mic coboară cu 10 cm; *c)* relația dintre lucrul mecanic motor și cel rezistent (fig. 1.131).

Rezolvare. *a)* Pe pistonul mic se exercită o forță care rezultă din condiția de echilibru a pîrghiei de genul II

$$F \cdot OA = F_1 \cdot Oa,$$

$$9{,}8 \cdot 100 = F_1 \cdot 10;\ F_1 = 98 \text{ N}$$

Forța care lucrează asupra pistonului mare se calculează din relația

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2};\ F_2 = \frac{A_2}{A_1} \cdot F_1 = \frac{200}{5} \cdot 98 = 3\,920 \text{ N}$$

b) Pentru a calcula deplasarea pistonului mare, considerăm că volumul de lichid deplasat de pistonul mic este egal cu cel descris la deplasarea pistonului mare

$$V_1 = V_2 \text{ sau } A_1 l_1 = A_2 l_2$$

$$5 \cdot 10 = 200\, l_2;\quad l_2 = \frac{1}{4} = 0{,}25 \text{ cm}$$

c) Lucrul rezistent, calculat în J este

$$L_2 = F_2 l_2 = 3\,920 \text{ N} \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 9{,}8 \text{ J}.$$

Lucrul mecanic efectuat de pistonul mic al presei este

$$L_1 = F_1 \cdot l_1 = 98 \text{ N} \cdot 0{,}1 \text{ m} = 9{,}8 \text{ J}$$

Lucrul mecanic efectuat la extremitatea pîrghiei este $L = F \cdot A'B$. Distanța $A'B$ se calculează din asemănarea triunghiurilor Oab și $OA'B$

$$\frac{Ob}{OB} = \frac{ab}{A'B} \text{ sau înlocuind: } \frac{10}{100} = \frac{10}{A'B},$$

de unde $A'B = 100$ cm

$$L = F \cdot l = 9{,}8 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 9{,}8 \text{ J}$$

Rezultă că

$$L = L_1 = L_2$$

verificîndu-se legea conservării energiei.

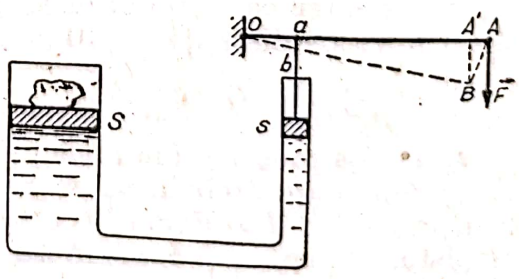


Fig. 1.131.

Scanned with OKEN Scanner

1.368. O presă hidraulică amenajată pentru ridicarea greutăţilor mari la înălţimi mici este pusă în mişcare de un motor cu ardere internă. Să se determine puterea motorului, dacă, la ridicarea unei greutăţi de $294 \cdot 10^3$N, pe pistonul mic s-au făcut 100 apăsări în timpul de 1,25 min, pistonul coborînd pentru fiecare apăsare cu 30 cm.

Raportul dintre suprafeţele pistoanelor este de $\frac{1}{100}$, iar randamentul presei este de 80%.

Rezolvare. Randamentul presei este dat de relaţia

$$\eta = \frac{L_{util}}{L_{cons}} = \frac{G \cdot h}{P_{mot} \cdot t}; \qquad (1)$$

h este înălţimea de urcare a pistonului mare, $h = n \cdot l_2$;
n este numărul apăsărilor şi l_2 — distanţa cu care se deplasează pistonul mare la o apăsare pe cel mic. Calculul distanţei l_2 se face din relaţia

$$\frac{F}{G} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{l_2}{l_1}; \; l_2 = l_1 \frac{A_1}{A_2} = 30 \cdot \frac{1}{100} = 0{,}3 \text{ cm},$$

de unde

$$h = 0{,}3 \cdot 100 = 30 \text{ cm} = 0{,}3 \text{ m}$$

Puterea motorului dată de relaţia (1) este

$$P_{mot} = \frac{G \cdot h}{\eta \cdot t} = \frac{294 \cdot 10^3 \cdot \text{N} \cdot 0{,}3 \text{ m}}{0{,}8 \cdot 1{,}25 \cdot 60 \text{ s}} = 1\,470 \text{ W}$$

$$P_{mot} = \frac{1\,470}{75 \cdot 9{,}8} = 2 \text{ CP}$$

1.369. O presă hidraulică are suprafaţa pistonului mare de 200 cm² şi a celui mic de 5 cm². Dacă asupra pistonului mic lucrează o forţă de 245 N, să se calculeze forţa care lucrează asupra pistonului mare.

R. $F_2 = 9\,800$ N.

1.370. Sub acţiunea unei forţe de 98 N pistonul mic al unei prese hidraulice se deplasează pe distanţa de 20 cm. Considerînd lichidul practic incompresibil, să se calculeze de cîte ori trebuie să se apese pe pistonul mic, pentru ca pistonul mare, asupra căruia lucrează forţa de 19 600 N, să se ridice pe distanţa de 10 cm.

R. $n = 100$ apăsări

1.371. La presarea unui balot de furaje, se foloseşte o presă la care placa pistonului mare trebuie să se ridice pe distanţa de 1 m. Diametrele pistoanelor sînt: $d = 5$ cm şi $D = 50$ cm. De cîte ori trebuie să apăsăm pe pistonul mic, care coboară de fiecare dată cu 15 cm?

R. $n = 667$ apăsări

Scanned with OKEN Scanner

1.372. La o presă hidraulică, suprafețele pistoanelor sînt de 4 și 600 cm². Să se calculeze apăsarea pe pistonul mare și înălțimea la care el urcă, dacă la coborîrea pistonului mic pe distanța de 25 cm, se face un lucru mecanic de 98 J.

R. $F_2 = 58\,800$ N; $l_2 \approx 0{,}167$ cm

1.373. La o presă hidraulică presiunea în timpul funcționării este de 5 bari*. Care este valoarea lucrului mecanic pentru o singură apăsare, dacă trec 50 cm³ ulei din cilindrul mic în cel mare?

R. $L = 25$ J

1.374. Cu ajutorul unei prese hidraulice se ridică o greutate de 50 tf, astfel că lucrul mecanic rezistent are valoarea de 490 000 J. Raportul suprafețelor pistoanelor presei este de 1/100, iar randamentul presei de 80%. Dacă puterea motorului care acționează presa este de 3 675 W și pistonul mic coboară la o singură apăsare cu 20 cm, să se calculeze: *a)* timpul în care se face ridicarea greutății; *b)* numărul de apăsări pe minut efectuate asupra pistonului mic.

R. $t = 2$ min 47 s; $n = 180$ apăsări/min.

1.375. Ce forță trebuie exercitată la capătul pîrghiei care mișcă pistonul mic al unei prese hidraulice pentru a se exercita pe suprafața pistonului mare o forță de apăsare de $19{,}6 \cdot 10^4$N? Raportul diametrelor pistoanelor este $\frac{1}{10}$, iar tija pistonului mic este articulată la o pîrghie de genul II. Distanța de la punctul de articulație al tijei pînă la axul de rotație este de opt ori mai mică decît lungimea pîrghiei.

R. $F = 245$ N

Presiunea hidrostatică. Vase comunicante

1.376. Un vas de sticlă de formă cilindrică are aria fundului de 25 cm². În el se găsesc 200 cm³Hg. Să se calculeze presiunea și forța de apăsare pe fundul vasului, produse de mercur.

Rezolvare. Presiunea exercitată de coloana de mercur este dată de relația

$$p = \rho g h.$$

Înălțimea se calculează din expresia care dă volumul mercurului.

$$h = \frac{V}{A} = \frac{200 \text{ cm}^3}{25 \text{ cm}^2} = 8 \text{ cm}.$$

---

* 1 bar $= 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

Deci

$$p = 13{,}6 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \cdot 10^{-2}\ \text{m} = 10662{,}4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Forța de apăsare pe fundul vasului este

$$F = p \cdot A = 10\,662{,}4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times 25 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 = 26{,}656\ \text{N}$$

Ea trebuie să fie egală cu greutatea mercurului

$$G = \gamma \cdot V = 13{,}6 \cdot 9{,}8 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \cdot 200 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3 = 26{,}656\ \text{N}$$

1.377. În partea inferioară a două vase comunicante se toarnă mercur Într-unul din vase se toarnă deasupra mercurului alcool, iar în celălalt — un acid cu densitatea de 1,2 g/cm³. Înălțimea coloanei de acid este de 30 cm.

Să se determine diferența nivelelor mercurului în cele două vase, știind că nivelurile superioare ale alcoolului și acidului sînt aceleași (fig. 1.132). ($\rho_{alcool} = 0{,}8$ g/cm³ și $\rho_{Hg} = 13{,}6$ g/cm³)

Rezolvare. Înălțimea coloanei de acid este $h_1 = 30$ cm; înălțimea coloanei de alcool este h_2; diferența de nivel al mercurului este x.

Din condiția de echilibru pentru suprafața de nivel xy

$$p_{acid} = p_{alcool} + p_{Hg}$$

sau

$$\rho_1 h_1 g = \rho_2 h_2 g + \rho_3 g x \text{ și } h_1 = h_2 + x$$

de unde

$$x = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_3 - \rho_2} h_1$$

Înlocuind valorile numerice

$$x = \frac{1{,}2 - 0{,}8}{13{,}6 - 1{,}2} \cdot 30 = \frac{0{,}4}{12{,}4} \cdot 30 = \frac{12}{12{,}4} = 0{,}94\ \text{cm}$$

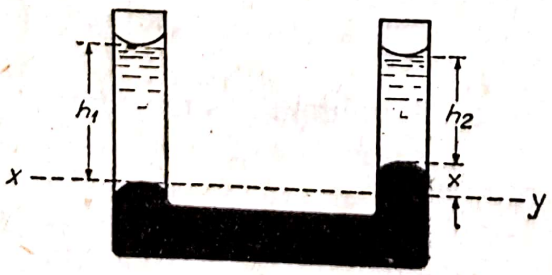


Fig. 1.132.

1.378. Să se calculeze forța de apăsare pe fundul unui cilindru cu aria de 100 cm², produsă de o coloană de alcool înaltă de 0,6 m ($\rho_{alcool} = 0{,}8$ g/cm³).

R. $F = 47{,}04$ N

1.379. Un cilindru de sticlă cu fund mobil, al cărui diametru este de

Scanned with OKEN Scanner

10 cm, este introdus vertical în apă. Care trebuie să fie înălțimea coloanei de alcool ce se va turna în cilindru pentru a se desprinde fundul, dacă masa fundului este de 31,4 g și adîncimea la care se găsește în apă este de 30 cm ($\rho_{alcool} = 0{,}8$ g/cm³)?

R. $h = 37$ cm

1.380. Un manometru fixat la o conductă de apă arată presiunea apei de 2,2 at. Se poate ridica apa la etajul III al unei case dacă robinetul este instalat la înălțimea de 18 m deasupra conductei? Ce presiune are aici? Ce forță trebuie aplicată pentru ca apa să fie oprită de a curge din robinet la etajul I, dacă aria orificiului robinetului este de 4 cm²? Robinetul se află în acest caz la 9 m deasupra conductei.

R. $p = 3{,}92 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$; $F = 50{,}96$ N

1.381. În partea inferioară a două vase comunicante se găsește mercur pînă la același nivel. În primul vas se toarnă deasupra mercurului o coloană de apă înaltă de 30 cm, iar în al doilea vas se toarnă alcool. Dacă mercurul rămîne în ambele ramuri la același nivel, să se determine înălțimea coloanei de alcool ($\rho_{alcool} = 800$ kg/m³).

R. $h_{alcool} = 37{,}5$ cm

1.382. Partea de jos a unui vas în formă de U conține mercur. Deasupra mercurului, într-o ramură, se află glicerină cu densitatea 1,26 g/cm³ și în cealaltă — alcool, astfel că nivelul glicerinei este cu 2 cm mai jos față de cel al alcoolului. Să se calculeze diferența de nivel x a mercurului din ramurile vasului, dacă înălțimea coloanei de alcool este de 32 cm ($\rho_{alcool} = 0{,}8$ g/cm³).

R. $x = 9{,}88$ mm

1.383. Două vase comunicante verticale, cu aria secțiunii vasului mare de 1 dm², cuprind mercur cu densitatea de 13,6 g/cm³. Se toarnă deasupra mercurului în vasul mai larg, 2 l dintr-un lichid de densitate 1,7 g/cm³ și apoi se pune să plutească la suprafața acestui lichid un corp cu masa de 800 g (fig. 1.133 *a* și *b*). Care va fi diferența dintre nivelurile mercurului înainte de introducerea corpului și după aceea?

R. $h_1 = 2{,}5$ cm; $h_2 = 3{,}08$ cm

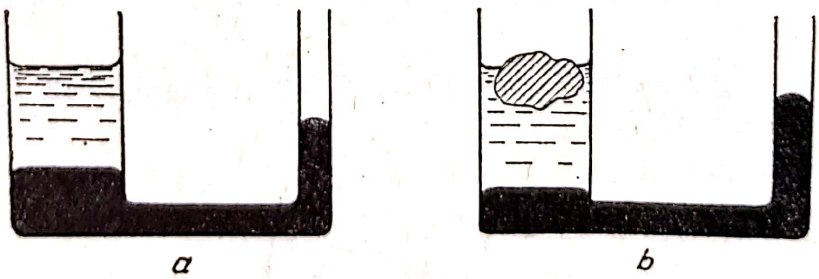


Fig. 1.133

Scanned with OKEN Scanner

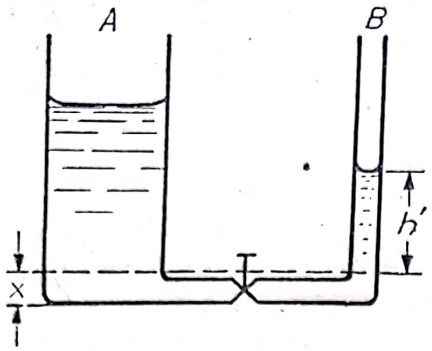


Fig. 1.134

1.384. Două tuburi cilindrice cu secțiunile $A = 25\ cm^2$ și $B = 10\ cm^2$ au fundurile așezate pe același plan orizontal și comunică între ele printr-o conductă prevăzută cu robinet și de volum neglijabil, așezată la fund. Vasul mare conține petrol pînă la înălțimea $h_1 = 25\ cm$ ($\rho_{petrol} = 0{,}8\ g/cm^3$). Celălalt vas conține apă, care se ridică pînă la înălțimea $h_2 = 50\ cm$ de la fund. Se cere înălțimea apei în cele două vase cînd se deschide robinetul (fig. 1.134).

R. $x = 8{,}57\ cm$; $h' + x = 28{,}57\ cm$.

Legea lui Arhimede. Densități

1.385. Un aliaj de aur și argint cîntărește în aer 300 g. În apă el cîntărește 275 g. Să se calculeze procentul de aur și argint din aliajul analizat și densitatea aliajului ($\rho_{Au} = 19{,}3\ g/cm^3$; $\rho_{Ag} = 10{,}5\ g/cm^3$).

Rezolvare. Notînd cu m_{Au} și m_{Ag} masele aurului și argintului din aliaj, putem scrie

$$m_{Au} + m_{Ag} = 300 \tag{1}$$

Admițînd că amestecarea metalelor componente ale aliajului are loc fără contracție de volum

$$V_{Au} + V_{Ag} = V_{Aliaj}$$

sau

$$\frac{m_{Au}}{\rho_{Au}} + \frac{m_{Ag}}{\rho_{Ag}} = \frac{m_{aliaj}}{\rho_{aliaj}} \tag{2}$$

Densitatea aliajului se calculează astfel

$\rho_{aliaj} = \dfrac{m_{aliaj}}{V_{aliaj}}$; sau din legea lui Arhimede $\rho_{apă} \cdot V_{aliaj} = m_{în\ aer} - m_{în\ apă}$.

$$V_{aliaj} = \frac{m_{în\ aer} - m_{în\ apă}}{\rho_{apă}},$$

$$\rho_{aliaj} = \frac{m_{aliaj}}{m_{în\ aer} - m_{în\ apă}} \cdot \rho_{apă} = \frac{300\ g}{25\ g} \cdot 1\ g/cm^3 = 12\ \frac{g}{cm^3}$$

Se obține sistemul

$$\left.\begin{aligned} \frac{m_{Au}}{19{,}3} + \frac{m_{Ag}}{10{,}5} &= \frac{300}{12} \cdot \\ m_{Au} + m_{Ag} &= 300 \end{aligned}\right\}$$

Scanned with OKEN Scanner

care prin rezolvare dă

$$m_{Au} = 84 \text{ g}; \; m_{Ag} = 216 \text{ g}.$$

$$m_{Au}\,\% = \frac{84 \cdot 100}{300} = 28; \; m_{Ag}\,\% = 216 \cdot \frac{100}{300} = 72$$

1.386. Un tub de sticlă închis la ambele capete, cu lungimea h și aria secțiunii A, plutește în echilibru stabil în poziție verticală într-un vas cilindric ce cuprinde apă de densitate $\rho_1 = 1$ g/cm³.

Deasupra apei se toarnă un strat de petrol cu densitatea $\rho_2 = 0{,}8$ g/cm³ și înălțimea $h/3$. Dacă masa tubului este m, să se calculeze: *a)* porțiunea din lungimea tubului de sticlă scufundată în apă; *b)* porțiunea de tub rămasă afară cînd s-a turnat petrol; *c)* cît mai rămîne scufundat în apă dacă se toarnă petrol pînă la acoperirea întregului tub. Aplicație: $h = 40$ cm; $A = 2$ cm²; $m = 70$ g.

Rezolvare. *a)* Condiția de echilibru hidrostatic este

$$G_{tub} = F_a \text{ sau } mg = \rho_1 g A x,$$

de unde

$$x = \frac{mg}{\rho_1 g A} = \frac{m}{\rho_1 A} \text{ cm}$$

b) În cazul al doilea, notăm cu y porțiunea din lungimea tubului scufundată în apă; în petrol $\frac{h}{3}$ și afară va rămîne

$$h' = h - \left(\frac{h}{3} + y\right).$$

Forța arhimedică va fi egală cu suma greutăților volumelor de apă și petrol dislocuite.

$$G = G_{apă} + G_{petrol} \text{ sau } mg = \rho_1 g y A + \frac{h}{3}\rho_2 g A.$$

De unde se scoate valoarea lui y

$$y = \frac{3m - \rho_2 h A}{3\rho_1 A}$$

Valoarea porțiunii rămase afară este:

$$h' = h - \left(\frac{h}{3} + \frac{3m - \rho_2 h A}{3\rho_1 A}\right) = \frac{A h (2\rho_1 + \rho_2) - 3m}{3\rho_1 A}$$

c) În acest caz, forța arhimedică este dată de suma greutăților volumelor de apă și petrol dislocuite, tubul fiind complet scufundat. Deci se scrie:

$$G = x\rho_1 g A + y\rho_2 g A = mg,$$

unde

x este partea scufundată în apă;
y — partea scufundată în petrol.

Scanned with OKEN Scanner

Astfel rezultă sistemul

$$\begin{cases} m = A(\rho_1 x + \rho_2 y), \\ h = x + y. \end{cases}$$

Rezolvînd se obţine

$$x = \frac{\rho_2 Ah - m}{A(\rho_2 - \rho_1)}\ ;\quad y = \frac{m - \rho_1 Ah}{A(\rho_2 - \rho_1)}$$

Aplicaţie

1) $x' = \frac{m}{\rho_1 A} = \frac{70}{1 \cdot 2} = 35$ cm

2) $h' = \frac{hA(2\rho_1 + \rho_2) - 3m}{3\rho_1 A} = \frac{80 \cdot 2{,}8 - 210}{3 \cdot 2} = \frac{14}{6} = 2{,}33$ cm

3) $x = \frac{\rho_2 Ah - m}{A(\rho_2 - \rho_1)} = 15$ cm ; $y = \frac{m - \rho_1 Ah}{A(\rho_2 - \rho_1)} = \frac{70 - 1 \cdot 2 \cdot 40}{2(0{,}8 - 1)} = 25$ cm.

1.387. Un con circular drept de densitate ρ este pus cu axa verticală în sus să plutească într-un lichid de densitate ρ_1, unde $\rho_1 > \rho$. Dacă este pus o dată cu vîrful în jos şi altădată cu vîrful în sus, să se calculeze fracţiunea din înălţime care se va scufunda în fiecare caz (fig. 1.135, *a* şi *b*).

R e z o l v a r e. *a)* Fie V volumul conului şi v volumul părţii scufundate. Înălţimile corespunzătoare acestor volume sînt H şi h.

Condiţia de echilibru la plutire este

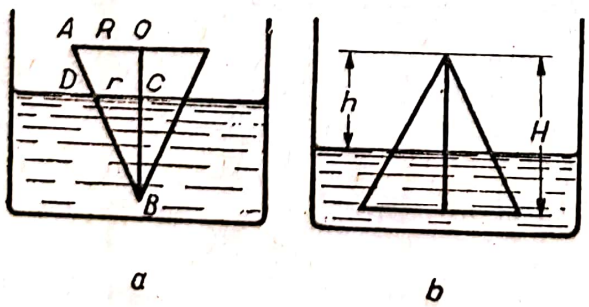
$$G_{con} = G_{lichid\ dislocuit}$$

sau

$$V\rho g = v\rho_1 g,$$

de unde

$$\frac{V}{v} = \frac{\rho_1}{\rho} \qquad (1)$$



a *b*

Fig. 1.135

Volumele celor două conuri au valorile

$$V = \frac{\pi R^2 \cdot H}{3} \text{ şi } v = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Din figura 1.135, *a* se observă că triunghiurile OAB şi CDB sînt asemenea şi deci

$$\frac{OA}{CD} = \frac{OB}{BC} \text{ sau } \frac{R}{r} = \frac{H}{h} \qquad (2)$$

Scanned with OKEN Scanner

Introducînd valorile volumelor în relaţia (1), se obţine

$$\frac{R^2 H}{r^2 h} = \frac{\rho_1}{\rho} \qquad (3)$$

Ţinînd seama de relaţia (2), relaţia (3) devine

$$\frac{H^3}{h^3} = \frac{\rho_1}{\rho}$$

de unde

$$h = H \sqrt[3]{\frac{\rho}{\rho_1}} \text{ sau } h = H \left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{3}}$$

b) Fie V volumul conului şi v volumul părţii nescufundate (fig. 129, *b*). Condiţia de echilibru este

$$G_{con} = G_{lichid\ dislocuit}$$

sau

$$V\rho g = (V - v)\rho_1 g \text{ sau } \frac{V}{V - v} = \frac{\rho_1}{\rho}$$

Înlocuind valorile volumelor, rezultă

$$\frac{R^2 \cdot H}{R^2 H - r^2 h} = \frac{\rho_1}{\rho}$$

Împărţim cu R^2 ambii termeni ai primei fracţii

$$\frac{H}{H - \frac{r^2}{R^2} \cdot h} = \frac{\rho_1}{\rho}$$

Dar se ştie că

$$\frac{r^2}{R^2} = \frac{h^2}{H^2} \Rightarrow \frac{H}{H - \frac{h^2}{H^2} \cdot h} = \rho_1/\rho,$$

sau

$$\frac{H^3}{H^3 - h^3} = \frac{\rho_1}{\rho},$$

de unde

$$h^3 = H^3 \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1}, \Rightarrow h = H \sqrt[3]{\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1}} = H \left(\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{3}},$$

Fracţiunea scufundată va fi

$$H - h = H - H \left(\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{3}} = H \left[1 - \left(\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1}\right)^{\frac{1}{3}}\right]$$

Scanned with OKEN Scanner

1.388. O bucată de plută cîntărind 1,2 g este legată de o bucată de fier care cîntăreşte 11,7 g. Cînd ambele corpuri legate între ele se scufundă în apă, ele cîntăresc aici 6,4 g. Care este greutatea specifică a plutei, densitatea fierului fiind 7,8 g/cm³?

R. $\gamma = 2\,352 \frac{N}{m^3}$.

1.389. În compoziţia unui aliaj intră cuprul şi argintul în proporţie de greutate 1 : 8. Cît va cîntări în aer şi în apă un asemenea aliaj cu volumul de 10 cm³? $\left(\rho_{Cu} = 8{,}9 \frac{g}{cm^3}\ ;\ \rho_{Ag} = 10{,}5 \frac{g}{cm^3}\right)$

R. 102,9 g; 92,9 g

1.390. O bucată de fier pluteşte pe mercur. Ce porţiune din ea este scufundată? Ce forţă trebuie aplicată şi în ce sens ca să se scufunde complet?

$$(\rho_{Fe} = 7{,}8\ g/cm^3;\ \rho_{Hg} = 13{,}6\ g/cm^2).$$

R. $\approx 0{,}57$; $F = 5{,}8\ Vg$ şi lucrează de sus în jos.

1.391. Aria secţiunii unui vapor în lungul liniei de plutire este de 4 000 m². După ce a fost încărcat, vaporul s-a scufundat în apa de mare cu încă 1,5 m. Care este încărcătura vaporului?
($\rho_{apă} = 1{,}03$ g/cm³).

R. $G = 60\,564$ kN

1.392. O soluţie salină cu concentraţia de 25% şi din care 1 l cîntăreşte 1 200 g trebuie adusă la concentraţia de 10%. Cîtă apă trebuie să adăugăm la litru în prima soluţie şi care sînt densităţile celor două soluţii?

R. $V = 1{,}8$ l apă; $\rho_1 = 1\,200$ kg/m³; $\rho_2 = 1070$ kg/m³

1.393. Se amestecă 400 g dintr-un lichid cu densitatea 1,7 cu 600 g dintr-o soluţie cu densitatea 1,2. Soluţia nouă are o densitate stabilită experimental egală cu 1,4. Care este contracţia de volum ce se produce la amestecarea celor două lichide?

R. 21 cm³.

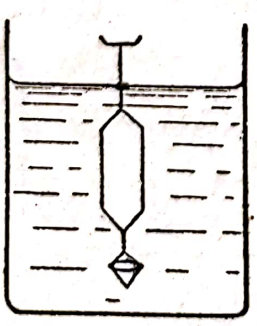


Fig. 1.136.

1.394. Un flacon pentru determinarea densităţilor cîntăreşte: gol 125 g, plin cu apă 150 g, umplut cu un lichid necunoscut 160 g. Introducînd în flaconul care conţine ultimul lichid un corp solid cu masa de 2 g, din lichid iese o parte, astfel că flaconul şi tot conţinutul cîntăresc 161,1 g. Se cer: a) densitatea lichidului; b) densitatea corpului solid.

R. $\rho_{lichid} = 1{,}4$ g/cm³; $\rho_{solid} = 3{,}11$ g/cm³

Scanned with OKEN Scanner

1.395. Un areometru Nicholson (fig. 1.136) cîntăreşte 50 g. Pentru a se scufunda pînă la semn într-un lichid de densitate 1,32 g/cm³, trebuie aşezată în coşuleţ o bucată de metal de 20 g şi densitate 8,8 g/cm³. Ce masă trebuie aşezată pe platanul superior al areometrului pentru a se scufunda la fel în apă?

R. $m = 0{,}757$ g

1.396. Un areometru pentru acizi (fig. 1.137, *a*, *b*, *c*) indică 0° în apă şi 66° în acid sulfuric de densitate 1,84 g/cm³. Se cere densitatea soluţiei saline care a servit la determinarea diviziunii 15.

R. $\rho = 1{,}115$ g/cm³

1.397. Un alcoolmetru arată 10° în apă şi 35° într-un lichid de densitate 0,8. Se cere densitatea soluţiei saline care a servit la determinarea punctului zero.

R. $\rho = 1{,}111$ g/cm³

1.398. Un areometru de greutate constantă, are tija gradată în părţi de volume egale. În apă, la temperatura de 20 °C, se scufundă pînă la diviziunea zero. El este construit pentru lichide mai dense decît apa şi este prevăzut cu gradaţii de ambele părţi ale unităţii. Într-un lichid cu densitatea $\rho_1 > 1$ g/cm³, se scufundă pînă la diviziunea n. Pînă la ce diviziune se va scufunda într-un lichid cu densitatea $\rho_2 < 1$ g/cm³ şi ce semn va avea?

Aplicaţie. $\rho = 1$ g/cm³; $\rho_1 = 1{,}25$ g/cm³; $\rho_2 = 0{,}75$ g/cm³; $n = 15$

R. $x = n\dfrac{\rho - \rho_2}{\rho - \rho_1} \cdot \dfrac{\rho_1}{\rho_2} = -25$

1.399. La partea inferioară a unui cilindru de lemn uşor, cu lungimea de 15 cm, se fixează un cilindru de fier cu lungimea de 2 cm. Se cer: *a)* lungimea din cilindru care rămîne afară la scufundarea într-un lichid de densitate 1,3 g/cm³; *b)* care trebuie să fie lungimea bucăţii de lemn pentru a se scufunda complet.

$$\left(\rho_{Fe} = 7{,}8\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\ ;\ \rho_{lemn} = 0{,}26\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$$

R. 2 cm; 12,5 cm.

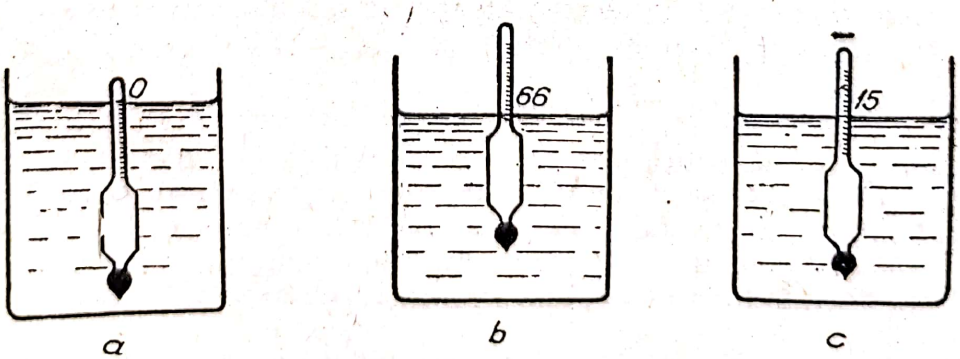


Fig. 1.137

Scanned with OKEN Scanner

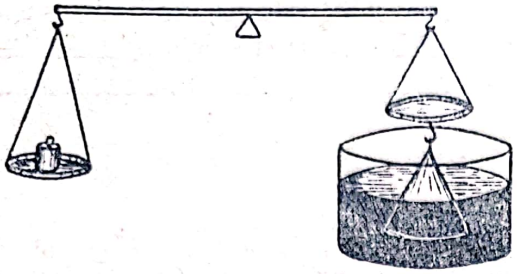


Fig. 1.138

1.400. Un con drept de platină cu generatoarea de 10 cm, cîntărind 1 kg, este suspendat de vîrf cu ajutorul unui fir considerat fără greutate, de platanul unei balanțe hidrostatice (fig. 1.138). Acest con se scufundă parțial în mercur. Se cer: *a)* ce lungime din generatoare rămîne afară din mercur cînd echilibrul este atins cu ajutorul unei greutăți de 5,88 N, pusă în celălalt platan al balanței? *b)* ce greutate trebuie pusă în celălalt platan cînd conul este complet scufundat în mercur, pentru a stabili echilibrul?

R. $l = 0{,}716$ cm; $G = 3{,}601$ N

1.401. Un aliaj de aur și de argint cîntărește 500 g. Introdus în apă, el cîntărește 470 g. Să se stabilească compoziția, știind că densitatea aurului este 19,3 g/cm³ și a argintului 10,5 g/cm³.

R. Aur 81,148%; Argint 18,852%

1.402. O bucată de aluminiu are volumul de 100 cm³. Să se calculeze cît cîntărește în vid, în aer, în petrol și în apă. ($\rho_{Al} = 2{,}7$ g/cm³; $\rho_{aer} = 1{,}3$ g/l; $\rho_{petrol} = 0{,}8$ g/cm³; $\rho_{apă} = 1$ g/cm³)

R. 270 g; 269,87 g; 190 g; 170 g

1.403. O bilă de lemn de densitate ρ este legată cu un fir de fundul unui bazin plin cu apă. Prin tăierea firului, bila se mișcă prin apă timp de 2 s. Dacă se neglijează forțele superficiale și de frecare, să se calculeze la ce înălțime poate urca bila față de nivelul superior al apei din bazin ($\rho = 0{,}6$ g/cm³).

R. $h = \frac{g}{2} t^2 \left(\frac{\rho_0 - \rho}{\rho}\right)^2 = 8{,}71$ m

1.404. Un bloc de oțel are masa de 7,8 t și prezintă goluri în interior cu un volum de 0,5 m³. Să se calculeze: *a)* forța necesară pentru a fi ridicat din mare pînă la suprafața apei (rămînînd tot în apă); *b)* densitatea blocului. ($\rho_{Fe} = 7{,}8$ g/cm³; $\rho_{apă\ de\ mare} = 1{,}03$ g/cm³).

R. $F = 61\,299$ N; $\rho_{bloc} = 5\,200$ kg/m³

1.405. O vargă subțire de lemn cu lungimea $l = 100$ cm și densitatea $\rho = 0{,}8$ g/cm³, este suspendată la unul din capete, iar cu celălalt este scufundată în apă. Să se stabilească unghiul dintre direcția vergii și verticală, dacă capul suspendat al vergii se află la o înălțime $h = 30$ cm față de suprafața apei. Pentru ce înălțime h, poziția vergii va fi verticală?

R. *a)* $\cos \alpha = \frac{h}{l} \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_0 - \rho}}$; $\alpha = 48°$; *b)* $h = 70$ cm

Scanned with OKEN Scanner

1.406. Să se determine volumele V_1 și V_2 a două lichide nemiscibile cu densitățile ρ_1 și ρ_2, prin amestecare rezultînd un volum V de densitate ρ.

Aplicație $\rho_1 = 1$ g/cm³; $\rho_2 = 0{,}8$ g/cm³; $\rho = 0{,}9$ g/cm³; $V = 4$ l

R. $V_1 = V\dfrac{\rho_2 - \rho}{\rho_2 - \rho_1}$; $V_2 = V\dfrac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}$; $V_1 = V_2 = 2$ l

1.407. Un vas cuprinde alcool, cu înălțimea coloanei de 0,5 m. La suprafața alcoolului se lasă liber un corp de 2 kg și cu $\rho = 1{,}6$ g/cm³. Să se calculeze: *a)* presiunea pe fundul vasului dacă $S = 2$ dm²; *b)* timpul în care corpul ajunge la fundul vasului. (Se neglijează forțele de frecare). $\left(\rho_{alc.} = 800 \text{ kg/m}^3,\ g = 10\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.

R. *a)* $p = 5\,000$ N/m²; $t \approx 0{,}45$ s.

1.408. O bucată de lemn cu densitatea ρ_1 și de formă cilindrică cu lungimea h, plutește pe apă de mare cu densitatea ρ_2. Să se stabilească raportul dintre porțiunea de volum scufundată în apă și cea de deasupra apei.

Aplicație. $\rho_1 = 0{,}6$ g/cm³; $\rho_2 = 1{,}03$ g/cm³.

R. $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1}$; $\dfrac{V_2}{V_1} = 1{,}395$

1.409. O piesă de formă cilindrică este alcătuită din două bucăți: una de platină cu diametrul d și de înălțime h, iar cealaltă de fier de diametru $2d$ și de înălțime x. Care trebuie să fie înălțimea bucății de fier pentru ca scufundînd piesa în mercur, baza superioară a bucății de fier să fie la suprafața mercurului? Care este poziția centrului de greutate al piesei?

Să se calculeze densitatea medie a piesei. (Densitatea platinei este ρ_1 a fierului ρ_2 și a mercurului ρ_3).

R. $x = \dfrac{h(\rho_1 - \rho_3)}{4(\rho_3 - \rho_2)}$; $\rho_m = \rho_3$

1.410. Două lichide nemiscibile cu densitățile ρ_1 și ρ_2 ($\rho_1 > \rho_2$) sînt introduse într-un vas. În acest vas se introduce și o sferă de densitate ρ_3, care se scufundă în lichidul eterogen. Se cere raportul volumelor porțiunilor din sferă scufundate în cele două lichide, pentru poziția de echilibru.

Aplicație. $\rho_1 = 1$ g/cm³; $\rho_2 = \dfrac{2}{3}$ g/cm³; $\rho_3 = \dfrac{3}{4}$ g/cm³

R. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_3 - \rho_1}$; $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{3}$

1.411. Un cub de fier cu latura a și densitatea ρ este introdus în petrol a cărui densitate este ρ_1. Pentru a pluti în interior, se leagă de el o sferă de plută de rază r și densitate ρ_2 care de asemenea plutește în interiorul lichidului. Care trebuie să fie raza sferei pentru a avea condiția de plutire?

Scanned with OKEN Scanner

Aplicație. $a = 5$ cm; $\rho = 7{,}8$ g/cm³; $\rho_1 = 0{,}8$ g/cm³; $\rho_2 = 0{,}24$ g/cm³

R. $r = a\sqrt[3]{\frac{3(\rho - \rho_1)}{4\pi(\rho_1 - \rho_2)}}$; $r \approx 7{,}25$ cm

1.412. La o lucrare în port, o grindă de oțel scufundată în apă de mare este trasă în sus cu ajutorul unei macarale. Greutatea grinzii este de $49 \cdot 10^3$N. Să se determine lucrul mecanic efectuat de macara dacă scoate grinda de la 10 m adîncime și o ridică pînă la 15 m deasupra apei. ($\rho_{apă} = 1{,}03$ g/cm³, $\rho_{oțel} = 7{,}8$ g/cm³).

R. $L = 1160{,}3$ kJ

Presiunea atmosferică

1.413. Pentru determinarea variațiilor mici de presiune se poate folosi un manometru deschis, cu acid sulfuric de densitate 1,83 g/cm³. Un asemenea manometru este legat la robinetul unei conducte de gaz. Diferența de nivel a acidului în ramurile manometrului este de 5 cm. Dacă presiunea atmosferică este de 765 torri, să se stabilească valoarea presiunii gazului.

Rezolvare. Presiunea gazului din conductă poate fi mai mare sau mai mică decît presiunea atmosferică, așa cum arată figura 1.139 *a* și *b*.

Condiția de echilibru hidrostatic pentru nivelul *xy* este

$$p_{gaz} = p_{atmosf.} \pm p_{col\ H_2SO_4}.$$

Transformarea coloanei de acid sulfuric în coloană de mercur se face după relația

$$\rho_{H_2SO_4} \cdot h_{H_2SO_4} \cdot g = \rho_{Hg} \cdot h_{Hg} \cdot g$$

de unde

$$h_{Hg} = \frac{\rho_{H_2SO_4} \cdot h_{H_2SO_4}}{\rho_{Hg}} = 0{,}67 \text{ cm} = 6{,}7 \text{ mm}$$

deci

$$p_{gaz} = (765 \pm 6{,}7) \text{ torr}$$

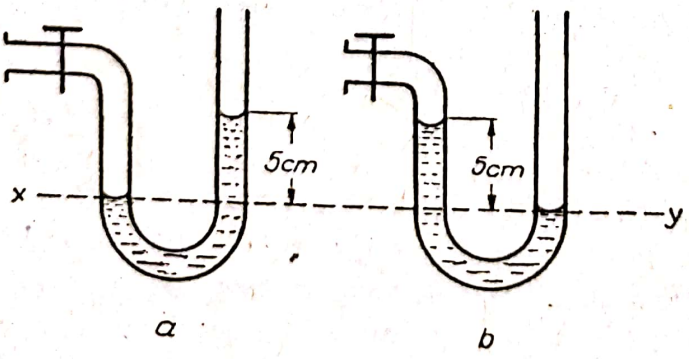


Fig. 1.139

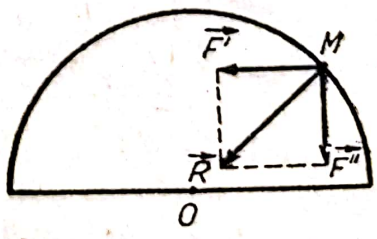


Fig. 1.140.

1.414. În fundul unei mine, barometrul indică o presiune de 802,7 mm Hg, iar la suprafaţa Pămîntului, 755 mm Hg. Să se calculeze adîncimea minei, luînd ca densitate medie a aerului valoarea 1,3 g/l.

Rezolvare. Vom aplica condiţia de echilibru dintre coloana de mercur şi coloana de aer

$$\rho_{aer} \cdot g \cdot \Delta h_{aer} = \rho_{Hg} \cdot \Delta h_{Hg} \cdot g$$

de unde

$$\Delta h_{aer} = \frac{\Delta h_{Hg} \cdot \rho_{Hg}}{\rho_{aer}} = \frac{(80{,}27 \text{ cm} - 75{,}5 \text{ cm})13{,}6 \text{ g/cm}^3}{0{,}0013 \text{ g/cm}^3} = 49\,132 \text{ cm} = 491{,}32 \text{ m}$$

1.415. Să se calculeze forţa de apăsare pe suprafaţa unui scaun de 0,09 m², produsă de presiunea atmosferică, dacă barometrul arată 750 mm Hg.

R. $F = 8996{,}4$ N

1.416. Sub clopotul unei maşini pneumatice se face vid parţial la 20 mm Hg. Dacă suprafaţa fundului plat al cilindrului este 400 cm² şi clopotul cîntăreşte 1 kg, să se calculeze forţa necesară desprinderii clopotului, presiunea atmosferică fiind de 770 mm Hg.

R. $F = 4008{,}2$ N

1.417. Care este efortul necesar pentru separarea emisferelor de Magdeburg, dacă presiunea în interiorul lor este de 5 mm Hg? Diametrul cercului mare al emisferei este : D = 10 cm. Presiunea exterioară este de 76 cm Hg ($\rho = 13{,}6$ g/cm³) (fig. 1.140).

R. $F = F'' = \Delta p \cdot S = 789{,}88$ N

1.418. Într-un vas se găseşte aer la presiunea de 5 at. Să se calculeze presiunea atmosferică în mm Hg, dacă pentru menţinerea unui dop cu diametrul de 2 cm este necesară o forţă de 117,6 N.

R. $P_{atm} = 866{,}1$ mm Hg

1.419. Presiunea citită la un barometru cu mercur este de 770 mm. Care ar fi înălţimea coloanei barometrice, dacă în loc de mercur s-ar folosi alcool cu densitatea 0,8 g/cm³?

R. $h_{alcool} = 13{,}09$ m

1.420. Presiunea la suprafaţa apei este de 750 mm Hg. Care va fi presiunea, în mm Hg şi în at, la adîncimea de 6,8 m, în apă dulce?

R. $p = 1250$ mm Hg; $p \approx 1{,}7$ at

1.421. Un vas de oţel în formă de cilindru, cu înălţimea de 10 cm şi $r = 10$ cm, are adaptat la partea superioară un tub lung de 1,42 m. Vasul şi tubul se umplu complet cu mercur. Care este presiunea pe fundul va-

Scanned with OKEN Scanner

sului, dacă $\rho_{Hg} = 13{,}6$ g/cm³ și presiunea atmosferică 1 atm? Ce forță lucrează pe fundul vasului?

R. $p = 3$ atm; $F \approx 9\,542$ N

1.422. Care este presiunea atmosferică la înălțimea de 100 m în aer, dacă la suprafața pămîntului ea este egală cu 760 mm Hg, iar densitatea medie a aerului pentru această înălțime este 0,00129 g/cm³?

R. $p = 750{,}52$ mm Hg

1.423. Barometrul unui avion în zbor arată la înălțimea respectivă o presiune de 500 torr. Să se calculeze la ce înălțime se găsește avionul, dacă la suprafața Pămîntului presiunea este de 755 torr și densitatea medie a aerului este $\rho = 0{,}0012$ g/cm³. Dacă masa lui este de 5 tone, ce energie potențială are la această înălțime? $\left(g_0 = 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$ și $R = 6\,400$ km.

R. $h = 2\,890$ m; $E_p = mg_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} \cdot h \approx 1\,372 \cdot 10^5$ J.

Legea lui Arhimede aplicată la gaze

1.424. Se așază pe unul din platanele unei balanțe o bucată de fontă cu masa necunoscută și i se face echilibrul în celălalt platan cu 500 g. Materialul din care sînt făcute greutățile marcate are densitatea 11,3 g/cm³ și ele au fost gradate în vid. Să se determine masa bucății de fontă. Densitatea fontei este 7,7 g/cm³ și un litru de aer în condițiile experienței cîntărește 1,3 g.

Rezolvare. Se notează cu m masa căutată. Masa de aer dislocuit de fontă este

$$\frac{m}{7{,}7} \cdot 0{,}0013 \text{ g}$$

Masa aparentă a fontei în aer este

$$m' = m - \frac{m}{7{,}7} \cdot 0{,}0013 = m\left(1 - \frac{0{,}0013}{7{,}7}\right)$$

Masa aparentă a greutăților marcate este

$$m'' = 500 - \frac{500}{11{,}3} 0{,}0013$$

Se scrie condiția de echilibru

$$m'gl = m''gl \Rightarrow m' = m''$$

de unde rezultă la înlocuire

$$m\left(1 - \frac{0{,}0013}{7{,}7}\right) = 500\left(1 - \frac{0{,}0013}{11{,}3}\right)$$

Rezolvînd, se găsește $m = 500{,}027$ g.

Scanned with OKEN Scanner

1.425. Greutatea unui dirijabil (fără hidrogen) este de $49 \cdot 10^3$N, volumul exterior de 6 000 m³, iar în camerele lui se găsesc 5 800 m³, hidrogen. Să se calculeze forța ascensională a dirijabilului, știind că densitatea hidrogenului este 0,0001 g/cm³ și a aerului 0,00129 g/cm³.

Rezolvare:

$$F_{asc} = F_a - (G_{dir} + G_H), \quad F_{asc} = V_e \gamma_{aer} - (G_{dir} + V_i \gamma_H),$$

$$F_{asc} = 6\,000\ \text{m}^3 \cdot 1{,}29\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - \left(49 \cdot 10^3\text{N} + 5\,800\ \text{m}^3 \cdot 0{,}1 \cdot 9{,}8 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}\right) =$$

$$= 21\,168\ \text{N}$$

1.426. Care trebuie să fie greutatea învelișului unui balon plin cu hidrogen, pentru ca balonul să nu cîntărească nimic în aer? Volumul balonului este de 800 m³ ($\rho_H = 0{,}1$ g/dm³; $\rho_{aer} = 1{,}3$ g/dm³)

R. $G = 9\,408$ N

1.427. Să se calculeze volumul unui balon plin cu gaz de iluminat, care poate ridica un om de 70 kg; masa învelișului și a nacelei este de 18 kg, iar densitatea gazului de iluminat este 0,42 kg/m³. ($\rho_{aer} = 1{,}3$ kg/m³)

R. $V = 100$ m³

1.428. Un mic balon sferic umplut cu hidrogen este în echilibru într-un recipient plin cu aer. El este legat de fundul vasului printr-un fir cu direcția exact verticală și asupra căruia nu trage. Dacă se toarnă mercur în vas, se constată că firul se rupe cînd suprafața liberă a mercurului se ridică la nivelul centrului balonului. Să se calculeze forța care a dus la ruperea firului. Se dau: raza balonului = 2 cm; masa unui litru de aer = 1,3 g și masa unui centimetru cub de mercur = 13,6 g.

R. $R = 2{,}233$ N

1.429. O bucată de platină așezată pe unul din platanele unei balanțe de precizie este echilibrată de greutăți de alamă gradate în vid, puse pe celălalt platan, pe care citim 50,624 g. Să se calculeze masa reală a bucății de platină.

$$\rho_{Pt} = 21{,}5\ \text{g/cm}^3; \quad \rho_{alamă} = 8{,}7\ \text{g/cm}^3; \quad \rho_{aer} = 0{,}0013\ \text{g/cm}^3$$

R. $m = 50{,}619$ g

1.430. Un vas cu capacitatea de 1 l la temperatura de 0°C cîntărește 300 g. După ce s-a scos 0,9 din volumul aerului din vas, el cîntărește 298,83 g. Să se calculeze greutatea specifică a aerului.

R. $\gamma = 12{,}74$ N/m³

1.431. Ce gaz conține un vas de sticlă cu volumul exterior de 2,3 dm³ și capacitatea de 2 l, dacă vasul plin cu gaz cîntărește 2 003,94 g? ($\rho_{sticlă} = 2{,}5$ g/cm³).

R. După densitate este CO_2

Scanned with OKEN Scanner

Legea Boyle-Mariotte. Manometrul. Barometrul

1.432. În ramura mică, închisă, a unui tub Mariotte se închid 10 cm³ de aer la presiunea exterioară de 76 cm Hg. Nivelul mercurului este la diviziunea 0 în ambele ramuri; se toarnă în ramura mare 25 cm³ mercur. Se cere volumul nou al gazului și presiunea la care se află, știind că aria secțiunii transversale a tubului este 1 cm² (fig. 1.141).

Rezolvare. Aplicînd legea Boyle-Mariotte, avem ($V_0 = 10$ cm $\times$ $\times$ 1 cm² = 10 cm³).

$$V_0 p_0 = Vp,$$

$$10 \cdot 76 = (10 - x)(76 + 25 - 2x)$$

$$2x^2 - 121x + 250 = 0$$

Prin rezolvarea ecuației de gradul al doilea, se găsesc rădăcinile

$$x_1 = 55{,}85\,; \quad x_2 = 2{,}15$$

Rădăcina care convine problemei este x_2

Deci volumul nou

$$V = V_0 - x_2 = 10 - 2{,}15 = 7{,}85 \text{ cm}^3.$$

Presiunea va fi

$$76 \cdot 10 = 7{,}85 \cdot p,$$

$$p = \frac{760}{7{,}85} = 96{,}7 \text{ cm Hg}$$

1.433. Un tub barometric (cu mercur), perfect calibrat, cu lungimea de 1 m și secțiunea interioară de 1 cm² cuprinde 88 cm³ Hg și 12 cm³ aer la presiunea exterioară de 76 cm Hg. Tubul se răstoarnă într-o cuvă adîncă, tot cu mercur, și se lasă să plutească liber. Se cer volumul și presiunea aerului din tub știind că greutatea tubului este 13,33 N și aria secțiunii exterioare 1,5 cm² (fig. 1.142).

R. 16,7 cm³; 549 torr

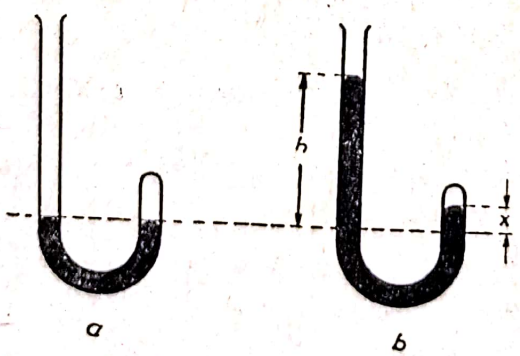


Fig. 1.141.

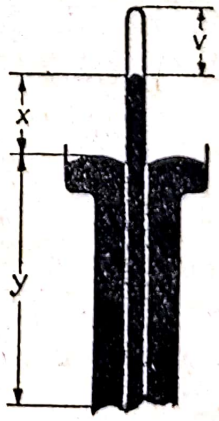


Fig. 1.142

Scanned with OKEN Scanner

1.434. Se consideră un barometru a cărui cameră are o lungime de 10 cm la presiunea de 76 cm Hg. Se introduc în această cameră barometrică 4 cm^3 de aer la presiunea de 80 cm Hg, făcînd să coboare mercurul în tub pe lungimea x. Să se calculeze: *a)* valoarea depresiunii x, știind că tubul este cilindric și are secțiunea de 1 cm^2; *b)* înălțimea coloanei de mercur din tub.

R. $x = 13{,}6$ cm; $h = 62{,}4$ cm.

1.435. Un barometru cu mercur în care a pătruns puțin aer, indică o înălțime a coloanei de 753 mm, iar lungimea camerei barometrului este de 10 cm. Se înclină tubul astfel ca lungimea camerei să se reducă la 3 cm. Înălțimea pe verticală a nivelului mercurului în tub față de mercurul din vas este de 749 mm. Să se calculeze presiunea atmosferică.

R. $p_{atm} = 754{,}7$ mmHg.

Dinamica fluidelor

1.436. Dintr-un rezervor plin în permanență pînă la înălțimea h, apa se scurge printr-un orificiu din fund, de arie A și cade de la înălțimea H pe suprafața unui al doilea rezervor (fig. 1.143). Să se calculeze: *a)* viteza apei prin orificiul A; *b)* cantitatea de lichid care trece în timpul t [s]; *c)* plusul de presiune provocat pe fundul celui de al doilea vas.

Rezolvare. *a)* Pe partea superioară a deschiderii lucrează presiunea atmosferică p_0 și presiunea hidrostatică ρgh.

Pe cealaltă parte, găsim presiunea atmosferică la care se adaugă presiunea dinamică $\frac{\rho v^2}{2}$. Conform legii lui Bernoulli avem

$$p_0 + \rho gh = p_0 + \frac{\rho v^2}{2},$$

de unde

$v = \sqrt{2gh}$ (adică formula lui Torricelli).

b) Debitul volumetric este

$Q_v = A \cdot v$ (suprafața orificiului × viteza fluidului).

Debitul de masă Q va fi

$$Q = Q_v \cdot \rho = A \cdot v \cdot \rho$$

Cantitatea de lichid care curge în timpul t [s], este

$$m = Q \cdot t = Q_v \cdot \rho \cdot t = A \cdot v \cdot \rho \cdot t.$$

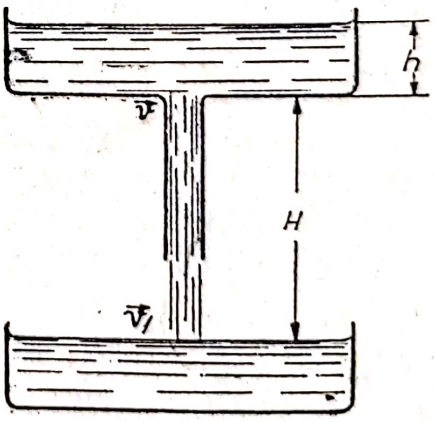


Fig. 1.143

Scanned with OKEN Scanner

c) Plusul de presiune provocat pe fundul celui de al doilea vas se datorește forței provocate de căderea lichidului, adică mv_1, unde $v_1 = \sqrt{2g(H+h)}$.

Înlocuind în formula presiunii, se obține

$$p = \frac{mv_1}{A} = \frac{Av \cdot \rho \cdot v_1}{A} = v \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot v_1.$$

Înlocuind pe v și v_1, se obține

$$p = \frac{\gamma}{g} \cdot \sqrt{2gh} \cdot \sqrt{2g(H+h)} = 2\gamma\sqrt{h(H+h)}.$$

1.437. Un tub Venturi este atașat la un avion în zbor (fig. 1.144). Raportul dintre cele două secțiuni este egal cu $\frac{1}{1,5}$ și în timpul zborului arată o diferență de presiune de 10 cm Hg. Să se calculeze viteza avionului ($\rho_{aer} = 0,0013$ g/cm^3).

Rezolvare. Tubul fiind orizontal, conform legii lui Bernoulli presiunea totală pentru cele două secțiuni va fi aceeași și dată de relația

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} \qquad (1)$$

Pe de altă parte, legea continuității ne spune că

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad (2)$$

Eliminînd pe v_2 între ecuațiile (1) și (2), se obține

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_1^2}{2}\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

sau

$$p_1 - p_2 = v_1^2 \frac{\rho}{2}\left[\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right]$$

de unde

$$v_1 = \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\frac{\rho}{2}\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right)}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 13,6 \cdot 980}{0,0013 \cdot (2,25 - 1)}} = 12\,800 \text{ cm/s} = 128 \text{ m/s} =$$

$$= 460,8 \text{ km/h}.$$

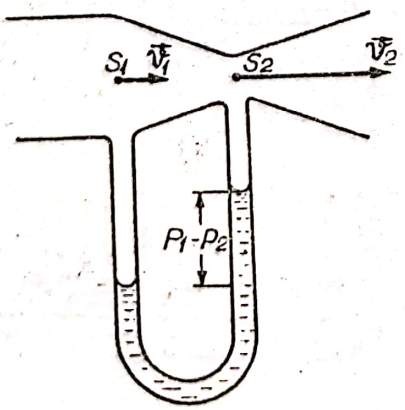


Fig. 1.144

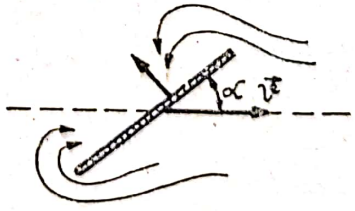


Fig. 1.145

Scanned with OKEN Scanner

1.438. Să se calculeze rezistența aerului, care curge în regim turbulent cu viteza de 25 m/s, produsă pe o suprafață de 1 m², care este așezată sub o înclinare $\alpha = 30°$ față de direcția de curgere. Se dau: $k = 0{,}6$ și $\rho = 13 \cdot 10^{-4}$ g/cm³ (fig. 1.145).

Rezolvare. Formula rezistenței aerodinamice este

$$R = kA\rho v^2$$

însă

$$A = A_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = A_1 \sin\alpha.$$

deci

$$R = kA_1\rho v^2 \sin\alpha.$$

Înlocuind,

$$R = 243{,}728 \text{ N}.$$

1.439. Să se calculeze viteza apei într-o conductă având o diferență de nivel la capete $h = 50$ m, dacă se neglijează pierderea de presiune.

R. $v = 31{,}3$ m/s

1.440. O uzină electrică folosește apa care cade de la o înălțime de 60 m. Diametrul conductei în care vine apa este de 25 cm. Să se calculeze debitul apei.

R. $Q_v = 1683$ l/s

1.441. Un lichid curge printr-o conductă cu secțiunea variabilă. Pentru o secțiune $A_1 = 50$ cm², viteza este de 5 m/s. Ce viteză va avea în secțiunea $A_2 = 15$ cm²?

R. $v_2 = 16{,}67$ m/s

1.442. Care este raportul ariilor secțiunilor la un tub Venturi, atașat la aripa unui avion care se deplasează cu viteza $v_1 = 720$ km/h, diferența de nivel a mercurului în timpul zborului fiind de 15 cm?

R. $\frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{1{,}33}$

1.443. Parașuta legată de un corp de 200 kg care este lăsat liber dintr-un elicopter se deschide după 5 secunde. Parașuta are forma unei calote sferice cu raza de 4 m și cu masa proprie de 5 kg, având concavitatea în jos.

Să se calculeze; *a)* după cît timp de la deschiderea parașutei atinge viteza limită, dacă accelerația medie este de -1 m/s²; *b)* forța de tensiune totală în fire ($k = 0{,}96$, $\rho = 0{,}0013$ g/cm³).

R. *a)* $t = 43{,}34$ s; *b)* $T \approx 2\,160$ N.

1.444. Un rezervor conține apă cu nivelul de 2 m. El are practicat pe fund un orificiu cu aria de 5 cm². Să se calculeze: *a)* viteza inițială a apei la ieșirea din orificiu; *b)* cantitatea de apă ce curge într-un minut, presupunînd nivelul apei din rezervor menținut constant prin alimentarea din exterior.

R. $v = 6{,}26$ m/s; $Q_v = 187{,}8$ l/min.

1.445. Manometrul unui tub Pitot, care conține apă, este pus într-o conductă în care circulă aer. Denivelarea apei este de 2 cm. Ce viteză are curentul de aer? ($\rho_{aer} = 0{,}0013$ g/cm³).

R. $v = 17{,}33$ m/s

1.446. Printr-o conductă a unei fabrici de amoniac circulă gazul cu viteza de 100 m/s. Densitatea gazului este de 2 kg/m³. Un manometru montat ca în figura 1.146, indică presiunea de 3 at. Ce presiune va indica același manometru dacă viteza gazului se dublează, în ipoteza că nici o schimbare nu intervine în starea gazului?

R. $p_2 = 2{,}7$ at

1.447. Pe o conductă sînt montate două manometre, ca în figura 1.147. Prin ea circulă un gaz cu densitatea 1,6 kg/m³. Manometrul *M* I indică o presiune de 2 at, iar manometrul *M* II, presiunea de 2,5 at. Care este viteza de curgere a gazului? ($g = 9{,}8$ m/s²).

R. $v = 247$ m/s

1.448. Un automobil merge cu viteza de 72 km/h și are o suprafață frontală de 2 m². Se cere puterea folosită de motor pentru învingerea rezistenței aerului cînd: *a)* nu bate vîntul; *b)* cînd vîntul bate pe aceeași direcție cu viteza de 36 km/h ($C = 0{,}5$ și $\rho_{aer} = 1{,}3$ kg/m³). *c)* Ce presiune frontală produce vîntul cînd automobilul staționează?

R. *a)* $P = 5{,}2$ kW; *b)* $P_1 = 17{,}55$ kW și $P_2 = 0{,}65$ kW; *c)* $P_d = 65$ N/m²

1.449. Apa care alimentează o uzină hidroelectrică, care dă o putere de 147 kW, cade de la 75 m înălțime. Dacă pierderile se ridică la 20%, să se calculeze debitul ei.

R. $Q_v = 0{,}25$ m³/s.

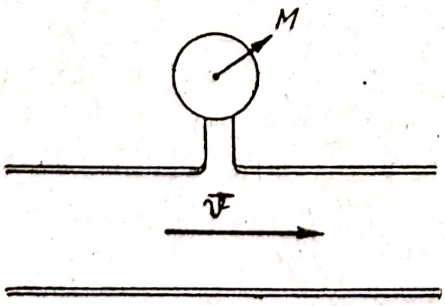


Fig. 1.146.

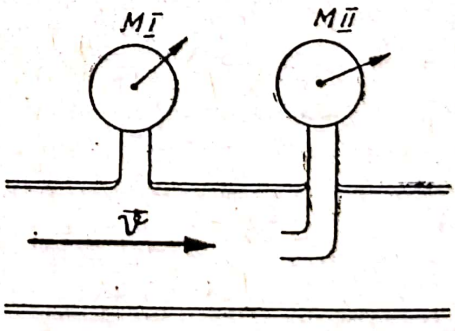


Fig. 1.147.

1.450. Debitul unei pompe este de 0,2 m^3/s. Ea este acționată de un motor cu puterea de 22,05 kW. Să se calculeze înălțimea la care este capabilă să urce această pompă soluția de clorură de sodiu necesară fabricării sodei de rufe, dacă pierderile totale se ridică la 25% (densitatea soluției este $\rho = 1{,}25\ g/cm^3$).

R. $h = 6{,}75$ m

1.451. Cu ajutorul unei pompe se ridică apa dintr-un rîu pe o conductă oblică lungă de 100 m ce face 15° cu orizontala și are diametrul de 10 cm. Dacă pompa are randamentul de 80% și un debit de $72\ \pi\ m^3/h$, să se calculeze: *a)* viteza apei în conductă; *b)* puterea motorului ce acționează pompa dacă randamentul său în transmisia energiei este de 90%.

R. *a)* $v = 8$ m/s; *b)* $P = 7\,045\ \cdot \pi$ W

1.452. O sferă în cădere liberă în aer, atinge o viteză limită de 15 m/s. Se leagă această sferă cu un fir inextensibil, asemănător unui pendul, și se supune la acțiunea unui curent de aer care are o direcție paralelă cu orizontala. Dacă unghiul de deviere este de 30°, să se calculeze viteza curentului de aer.

R. $v_0 = v_l \sqrt{\operatorname{tg} \alpha} = 11{,}25\ \frac{m}{s}$.

1.453. Un rezervor cilindric așezat vertical, este prevăzut cu două orificii așezate pe aceeași generatoare la distanța „a" unul de altul. Distanța de la orificiul superior pînă la nivelul lichidului din vas este h. Să se calculeze punctul de întretăiere al celor două vîne de apă ce curg din rezervor.

R. $M(x = 2\sqrt{h(h + a)}\,;\ y = a + h)$

1.454. Printr-o conductă orizontală curge apă cu $Q_v = 50$ l/s și secțiunea de 100 cm^2 și cade pe paletele unei roți hidraulice situată la 5 m sub conductă, viteza periferică a roții fiind de 2 m/s. Dacă roata are randamentul de 75% și raza 1 m, să se calculeze: *a)* puterea roții; *b)* momentul mecanic rezistent pe care-l poate învinge ($g = 10\ m/s^2$).

R. $P = 2\,268{,}75$ W; $M = 1134{,}37$ Nm.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul IV.

CĂLDURA ŞI FIZICA MOLECULARĂ

Consideraţii teoretice

Cantitatea de căldură înmagazinată de un corp este dată de formula

$$Q = mc \cdot \Delta t = mc(t_2 - t_1), \tag{1}$$

unde

Q este cantitatea de căldură exprimată în joule (J) sau kJ (kilojoule), sau în sistemul tolerat, calorii (cal) sau kilocalorii (kcal), după cum masa este exprimată în grame sau în kilograme;
m — masa corpului:
c — căldura specifică medie, în J/kg grd sau kcal/kg.grd;
t_1 — temperatura iniţială a corpului, în grade Celsius (°C), sau Kelvin (°K);
t_2 — temperatura finală a corpului, în grade Celsius (°C), sau Kelvin (°K)

Temperatura unui amestec de corpuri cu diferite temperaturi

$$\theta = \frac{m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2 + \ldots + m_nc_nt_n}{m_1c_1 + m_2c_2 + \ldots + m_n \cdot c_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_ic_it_i}{\sum_{i=1}^{n} m_ic_i} \tag{2}$$

Căldura specifică a unui amestec de corpuri este

$$c = \frac{1}{100}(a_1c_1 + a_2c_2 + \ldots + a_nc_n) \tag{3}$$

unde $a_1, a_2, \ldots, a_n$ reprezintă conţinutul procentual.

Dacă două corpuri au caracteristicile

I. $m_1,\ c_1,\ t_1$, $t_1 < t_2$
II. $m_2,\ c_2,\ t_2$

atunci, prin amestecare, vor lua temperatura finală θ, $\theta \in (t_1, t_2)$ şi

$$Q_{1(absorbit)} = Q_{2(cedat)}$$

sau

$$m_1 c_1(\theta - t_1) = m_2 c_2(t_2 - \theta) \tag{4}$$

Formula cantităţii de căldură eliberată de o masă de combustibil prin ardere completă este

$$Q = mq \tag{5}$$

unde

m este masa combustibilului, în kg;
q — puterea calorică; în J/kg sau J/m³N cînd în loc de masă se va da volumul combustibilului gazos în condiţii normale (În sistemul tolerat $< q > = \frac{\text{cal}}{\text{g}} = \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ sau $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^3\text{N}}$)

Formula randamentului coloric este:

$$\eta = \frac{Q_u}{Q_c} \tag{6}$$

Transformarea lucrului mecanic în căldură este dată de principiul I al termodinamicii sau al echivalenţei (ciclu închis)

$$L = Q \tag{7}$$

În cazul cînd Q se dă în calorii, relaţia devine

$$L = JQ \tag{8}$$

unde

L este lucrul mecanic, în J (jouli);
Q — cantitatea de căldură, în cal sau kcal;
J — echivalentul mecanic al caloriei, cu valorile 4,18 jouli/cal şi 4 180 J/kcal.

Dilataţia liniară este dată de relaţia

$$l_t = l_0(1 + \alpha t) \tag{9}$$

sau

$$l_{t_2} \approx l_{t_1}[1 + \alpha(t_2 - t_1)],$$

unde

α este coeficientul mediu de dilataţie liniară, în grd^{-1}, l_0 şi l_t sînt lungimile la 0°C, respectiv la t°C

Dilataţia în volum

$$V_t = V_0(1 + \gamma t); \tag{10}$$

și

$$V_{t_2} \approx V_{t_1}[1 + \gamma(t_2 - t_1)]$$

unde

V_0 și V_t sînt volumele la 0°C, respectiv t°C,
γ este coeficientul (mediu) de dilatație în volum, avînd valoarea

$$\gamma = 3\alpha \tag{11}$$

Variația densității cu temperatura

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \gamma t} \tag{12}$$

unde

ρ_0 și ρ_t sînt densitățile la 0°C și la t°C;

γ este coeficientul mediu de dilatație în volum a corpului.

Dilatația lichidelor

$$\Delta V_{real} = \Delta V_{aparent} + \Delta V_{vas} \Rightarrow \gamma_{real} = \gamma_{aparent} + \gamma_{vas} \tag{13}$$

Cînd se folosesc vasele comunicante rezultă relația

$$\frac{h_t}{h_0} = 1 + \gamma t \Rightarrow \gamma = \frac{h_t - h_0}{h_0 t} \tag{14}$$

unde

h_0 și h_t sînt înălțimile coloanelor de lichid la 0°C și la t°C,
γ este coeficientul mediu de dilatație a lichidului.

Transformarea gradelor Fahrenheit și Réaumur în grade Celsius

$$\frac{t_C}{5} = \frac{t_R}{4} = \frac{t_F - 32}{9}, \Rightarrow t_C = \frac{t_F - 32}{1{,}8}\ ; \quad t_C = \frac{5t_R}{4} \tag{15}$$

unde

t_F este temperatura, în grade Fahrenheit, citită la termometru; t_C și t_R sînt temperaturile în grade Celsius și Réaumur (0°C este temperatura de topire a gheței și 100°C este temperatura de fierbere a apei sub presiune normală).

Dilatația gazelor. Dilatația la presiune constantă a unei mase de gaz

$$V_t = V_0(1 + \alpha t) \text{ legea Gay-Lussac} \tag{16}$$

Transformarea la volum constant a masei de gaz

$$p_t = p_0(1 + \alpha t) \text{ legea lui Charles} \tag{17}$$

α este coeficientul de dilatație a gazului cu valoarea $\frac{1}{273{,}15} = 0{,}00367$ grd^{-1}.

Scanned with OKEN Scanner

Temperatura absolută și relația cu temperatura, dată în °C,

$$T = 273{,}15 + t, \tag{18}$$

unde

t este temperatura în grade Celsius (centigrad);
T — temperatura în grade absolute (Kelvin).

Gradul se definește ca unitate de temperatură în scara termodinamică absolută, egal cu a suta parte din intervalul de temperatură dintre punctul de topire al gheței pure și punctul de fierbere al apei pure, sub presiunea de $101\,325 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$.

Ecuația generală a gazelor perfecte este:

$$pV = p_0V_0(1 + \alpha t), \tag{19}$$

unde

p_0 este presiunea normală, $T_0 = 0\,°\text{C} + 273{,}15$.
V_0 — volumul la 0 °C.
Dînd pe α factor comun, se obține:

$$pV = p_0V_0\alpha\left(\frac{1}{\alpha} + t\right) = p_0V_0\alpha(273{,}15 + t) = p_0V_0\alpha T$$

Dacă notăm $p_0V_0\,\alpha = R$, cînd masa gazului este 1 mol, atunci R se numește *constanta universală* a gazelor și are valoarea

$$R = \frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{101\,325\ \text{N/m}^2\ 22{,}414\ \text{m}^3/\text{kmol}}{273{,}15°\text{K}} = 8{,}314\frac{\text{kJ}}{\text{kmol}\,°\text{K}} = 8{,}314\frac{\text{J}}{\text{mol}\,°\text{K}} \tag{20}$$

Ecuația Mendeleev-Clapeyron este

$$pV = RT \tag{21}$$

sau

$$\frac{p_0V_0}{T_0} = \frac{pV}{T} = \ldots = R \tag{22}$$

În cazul cînd masa gazului cuprinde n moli, ecuația devine: $pV = nRT$.

Dacă masa gazului este m, iar masa lui molară M, atunci $n = \frac{m}{M}$ și ecuația se poate scrie

$$pV = \frac{m}{M}RT \tag{23}$$

Legile Gay-Lussac, Charles și Boyle-Mariotte în funcție de temperatura absolută;

Transformarea termică la presiune constantă (izobară)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \tag{24}$$

Scanned with OKEN Scanner

Transformarea termică sub volum constant (izocoră)

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \tag{25}$$

Transformarea sub temperatură constantă (izotermă), dată de legea Boyle-Mariotte

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \tag{26}$$

Numărul lui Avogadro reprezintă numărul de molecule dintr-un mol (sau numărul de atomi dintr-un atom-gram) de substanță și are valoarea $N = 6{,}023 \cdot 10^{23} \frac{\text{molecule}}{\text{mol}}$

Constanta lui Boltzmann (K) este raportul dintre constanta gazelor și numărul lui Avogadro (N)

$$K = \frac{R}{N} = \frac{8{,}314}{6{,}023 \cdot 10^{23}} \frac{\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{grd}}}{\text{mol}^{-1}} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{grd}} \tag{27}$$

Presiunea unui gaz stabilită prin teoria cinetico-moleculară este

$$p = \frac{2}{3} n \left(\frac{mu^2}{2}\right) \tag{28}$$

unde

m este masa moleculei;

n — numărul moleculelor în unitatea de volum $\left(n = \frac{N}{V}\right)$;

u^2 — viteza medie pătratică a moleculelor.

Legea generală pentru un mol de gaz, se mai scrie

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{mu^2}{2} = RT \tag{29}$$

Legea lui Avogadro. Volume egale din gaze diferite luate în aceleași condiții de temperatură și presiune, cuprind același număr de molecule. De aici rezultă că volumul unui mol de gaz luat în condiții normale este de 22,414 dm³ și se numește volum molar normal.

Densitatea gazelor

$$\rho_0 = \frac{m}{22{,}414} \cdot \left[\frac{\text{g}}{\text{dm}^3}\right] = \frac{m}{22{,}414} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right] \tag{30}$$

unde m este masă molară.

Pentru un amestec de gaze perfecte avem

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i m_i}{V} \tag{31}$$

Scanned with OKEN Scanner

unde

V este volumul amestecului;
V_i — volumul pe care l-ar ocupa singur gazul comprimat i la aceeași presiune și temperatură;
m_i — masa molară a gazului.

Densitatea unui gaz în funcție de temperatură și presiune.

$$\rho = \rho_0 \frac{p T_0}{p_0 T} \tag{32}$$

Masa molară medie a aerului

$$m = 28{,}96 \text{ g}$$

iar a aerului umed

$$m = \left(28{,}96 - 10{,}33 \frac{p_v}{p_a}\right) \text{g} \tag{33}$$

unde

p_a este presiunea totală a aerului umed, în mm Hg;
p_v — presiunea parțială absolută a vaporilor de apă în aer în mm Hg.

Densitatea relativă a unui gaz în raport cu aerul

$$m = 28{,}96 \cdot d \Rightarrow d = \frac{m}{28{,}96} \tag{34}$$

unde

d este densitatea relativă (în raport cu aerul);
m — masa molară a gazului.

Masa unui volum de gaz la temperatura t și presiunea p, în mm Hg

$$m = V_0 \frac{1{,}293}{1 + \alpha t} \cdot \frac{p}{760} d \text{ [grame]} \tag{35}$$

Formula tensiunii superficiale, σ este

$$\sigma = \frac{F}{l} \tag{36}$$

unde F este forța superficială ce lucrează normal asupra conturului de lungime l.

Determinarea tensiunii superficiale cu ajutorul capilarității

$$\sigma = \frac{hr\rho g}{2}, \tag{37}$$

unde

h este înălțimea lichidului în tub;
r — raza tubului;
ρ — densitatea lichidului;
g — accelerația gravitațională.

Scanned with OKEN Scanner

În cazul plăcilor paralele, înălțimea ridicării lichidului care udă plăcile paralele, așezate la distanța d una de alta, este de două ori mai mică decît într-un tub cu diametrul d

$$h = \frac{2\sigma}{d\rho g} \tag{37'}$$

Valoarea presiunii suplimentare p_s, exercitată asupra lichidului din partea suprafeței, sferice este

$$p_s = \frac{2\sigma}{r} \cos \alpha \tag{38}$$

α — unghiul de racordare

Determinarea căldurii latente de topire (ex. gheață)

$$l_t = \frac{(m_1c_1 + m_2c_2)(t_1 - \theta)}{m} - c_l(\theta - t_0) - c_s(t_0 - t_2), \tag{39}$$

unde

l_t este căldura latentă specifică de topire, în J/kg și kJ/kg și în afară SI în cal/g sau kcal/kg;
m_1 — masa apei și c_1 căldura specifică a ei;
m_2c_2 — echivalentul în apă al calorimetrului;
t_1 — temperatura apei;
m — masa corpului ce se topește;
c_s — căldura specifică a corpului în stare solidă;
c_l — căldura specifică a corpului în stare lichidă;
t_2 — temperatura inițială a corpului, inferioară punctului de topire;
t_0 — punctul de topire;
θ — temperatura finală.

Legea amestecurilor sau legea lui Dalton la gaze și vapori; dacă amestecăm două sau mai multe gaze care nu reacționează între ele, volumul și presiunea amestecului sînt egale cu suma volumelor, respectiv suma presiunilor parțiale, adică

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n, \tag{40}$$
$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n,$$

Cînd variază și volumul și presiunea gazelor legea amestecurilor se scrie

$$pV = p_1V_1 + p_2V_2 + \ldots + p_nV_n$$

sau

$$p = \frac{p_1V_1}{V} + \frac{p_2V_2}{V} + \frac{p_3V_3}{V} \tag{42}$$

Formula umidității relative

$$B = 100\,\frac{f}{F}, \tag{43}$$

Scanned with OKEN Scanner

unde: f este presiunea vaporilor existenţi (umiditatea absolută);

F — presiunea maximă a vaporilor corespunzătoare temperaturii mediului la un moment dat.

Masa aerului umed

$$m = V \frac{1{,}293}{1 + \alpha t} \cdot \frac{H - \frac{3}{8} f}{760}, \tag{44}$$

unde

f este presiunea (tensiunea) vaporilor de apă şi H — presiunea atmosferică.

Lucrul mecanic produs de gaze sau vapori la presiunea constantă

$$L = p(V_1 - V_2). \tag{45}$$

$[L] = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$; $[p] = \mathrm{N/m^2}$; $[V_1]$ şi $[V_2] = \mathrm{m^3}$.

Puterea unei maşini cu abur cu piston şi cu dublu efect

$$P = 2 p_m \cdot A \cdot l \cdot \frac{n}{60} [W] = \frac{2 \cdot p_m \cdot A \cdot l \cdot n}{60 \cdot 75 \cdot 9{,}8} [\mathrm{CP}] \tag{46}$$

unde

p_m este presiunea medie;
A — suprafaţa pistonului;
l — cursa pistonului;
n — turaţia

Randamentul teoretic al maşinii termice

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \tag{47}$$

unde T_1 şi T_2 sînt temperaturile absolute ale vaporilor la intrarea şi la ieşirea din cilindrul maşinii.

APLICAŢII

Cantitatea de căldură

2.1. Să se calculeze căldura specifică c a amestecului de azot şi hidrogen cu compoziţia în volume 75% H_2 şi 25% N_2, căldura specifică a azotului fiind 6,96 kcal/kmol · grd şi a hidrogenului 6,86 kcal/k mol · grd.

Rezolvare. Căldura specifică a amestecurilor, dacă între componenţi nu au loc reacţii chimice, se poate calcula cu ajutorul legii amestecurilor

$$c = \frac{1}{100} (a_1 c_1 + a_2 c_2 + \ldots + a_n c_n)$$

unde a_1, a_2 ... reprezintă conținutul procentual. Deci

$$c = \frac{1}{100}(25 \cdot 6{,}96 + 75 \cdot 6{,}86) = 6{,}885 \frac{\text{kcal}}{\text{kmol°K}}$$

Rezolvarea în SI.

$$1 \text{ mol } N_2 = 28{,}016 \text{ g}, \quad 1 \text{ kmol} = 28{,}016 \text{ kg}$$

$$c_{N_2} = 6{,}96 \frac{\text{kcal}}{\text{kmol°K}} = \frac{6{,}96 \cdot 4{,}1868}{28{,}016} \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg°K}} = 1{,}04 \frac{\text{kJ}}{\text{kg°K}}$$

$$1 \text{ mol } H_2 = 2{,}016 \text{ g} \qquad 1 \text{ kmol} = 2{,}016 \text{ kg}$$

$$c_{H_2} = 6{,}86 \frac{\text{kcal}}{\text{kmol°K}} = \frac{6{,}86 \cdot 4{,}1868}{2{,}016} \cdot \frac{\text{kJ}}{\text{kg°K}} = 14{,}25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg°K}}$$

$$c = 0{,}75 \cdot 14{,}25 \frac{\text{kJ}}{\text{kg°K}} + 0{,}25 \cdot 1{,}04 \frac{\text{kJ}}{\text{kg°K}} = 10{,}9475 \frac{\text{kJ}}{\text{kg°K}}$$

2.2. Ce cantitate de căldură se consumă la încălzirea a 2 l de apă de la temperatura inițială de 10 °C pînă la punctul de fierbere?

R. $Q = 754\,200$ J

2.3. Care este cantitatea de căldură pe care o poate ceda apa unui bazin care are suprafața de 500 m² și adîncimea de 1 m, dacă i se micșorează temperatura cu 1 °C?

R. $Q = 2090 \cdot 10^3$ kJ

2.4. Care este căldura specifică a mercurului dacă pentru ridicarea temperaturii cu 30 °C, a 5 kg, necesită o cantitate de căldură care poate ridica temperatura a 500 g apă cu 9 °C?

R. $c = 125{,}4$ J/kg·grd

2.5. Care este raportul cantităților de căldură necesare pentru a ridica cu același număr de grade temperaturile a două volume egale de fier și aluminiu?

R. $\frac{Q_{Fe}}{Q_{Al}} = \frac{13}{9}$

2.6. Să se calculeze cantitatea de căldură necesară încălzirii aerului dintr-o cameră cu dimensiunile $10 \times 5 \times 4$ m³ de la 10 la 20 °C, dacă prin pereți se pierde 10% din căldura respectivă.

Ce cantitate de apă ar fi necesară ca să se cedeze această cantitate de căldură, dacă temperatura inițială a acesteia este 100 °C și temperatura finală devine 20 °C? ($c_{aer} = 1\,003{,}1$ J/kg · grd; $\rho_{aer} = 1{,}293$ kg/m³).

R. $Q = 2851{,}714$ kJ; $m = 8620{,}3$ g.

Scanned with OKEN Scanner

2.7. O bucată de fier de 100 g are temperatura inițială de 71°C. Ea cedează o cantitate de căldură de 4 180 J. Ce temperatură finală va avea bucata de fier? ($c = 460$ J/kg · grd).

R. $t_2 \approx -19{,}9$°C

2.8. Să se calculeze căldura specifică a minereului de fier cu compoziția; 7,5% umezeală, 84,1% Fe_2O_3, 8,4% steril (SiO_2 etc), căldura specifică a apei fiind 1 cal/g · grd, a Fe_2O_3 0,146 cal/g · grd și a sterilului 0,278 cal/g · grd.

R. $c = 923{,}78$ J/kg · grd

2.9. Să se determine căldura specifică a alamei cu compoziția 60% Cu și 40% Zn ($c_{Cu} = 380$ J/kg · grd, $c_{Zn} = 379$ J/kg · grd).

R. $c = 379{,}96$ J/kg · grd

Calorimetria

2.10. Se amestecă volume egale de aluminiu și fier cu 3 l apă la temperatura de 4°C. Temperatura inițială a bucăților de metal fiind de 300°C, temperatura finală devine 24°C. Care sînt cantitățile din cele două metale? ($\rho_{Al} = 2{,}7$ g/cm³; $\rho_{Fe} = 7{,}8$ g/cm³; $c_{Al} = 919{,}6$ J/kg · grd; $c_{Fe} = 459{,}8$ J/kg · grd).

Rezolvare. Din enunțul problemei se poate scrie:

$$\begin{cases} V_{Al} = V_{Fe} \\ Q_{ced} = Q_{primit} \end{cases}$$

sau

$$\begin{cases} \dfrac{m_{Al}}{\rho_{Al}} = \dfrac{m_{Fe}}{\rho_{Fe}} \\ (c_{Al} \cdot m_{Al} + c_{Fe} m_{Fe})(t_1 - \theta) = mc\,(\theta - t_2) \end{cases}$$

sau înlocuind valorile numerice:

$$\begin{cases} 7{,}8 \cdot 10^3 m_{Al} - 2{,}7 \cdot 10^3 m_{Fe} = 0 \\ (919{,}6 m_{Al} + 459{,}8 m_{Fe})276 = 3 \cdot 4180 \cdot 20 \end{cases}$$

Rezolvînd sistemul se obține

$$m_{Al} = 0{,}382 \text{ kg}; \quad m_{Fe} = 1{,}234 \text{ kg}.$$

2.11. Se amestecă 2 kg apă cu temperatura de 10°C cu 5 kg apă cu temperatura de 80°C. Care va fi temperatura finală a amestecului?

R. $\theta = 60$°C

2.12. Se amestecă într-un vas 5 kg apă cu temperatura de 10°C, 12 kg apă cu temperatura de 20°C și 10 kg apă cu temperatura de 90°C. Admi-

Scanned with OKEN Scanner

ţînd că nu se produc pierderi şi neglijînd căldura înmagazinată de vas, să se calculeze temperatura finală a amestecului.

R. $\theta = 44{,}07\,°C$

2.13. Să se determine temperatura iniţială a unei bucăţi de fier cu masa de 0,5 kg care, introdus în 500 g apă cu temperatura de 10 °C, face ca amestecul să ajungă la temperatura finală de 18,9 °C.

R. $t \approx 100\,°C$

2.14. O bucată de platină de 20 g este introdusă într-un cuptor şi ţinută pînă ia temperatura acestuia. Se scoate apoi de aici şi se introduce repede în 50 g apă cu temperatura de 10 °C. Se constată că temperatura finală devine 20 °C. Care a fost temperatura cuptorului?

R. $t = 853{,}3\,°C$

2.15. Într-un calorimetru de Cu, cu masa 100 g, care conţine 200 g apă la temperatura de 4 °C, se introduc 300 g Cu cu temperatura de —20 °C şi se agită pînă la obţinerea temperaturii uniforme. Să se calculeze temperatura finală. Care trebuie să fie masa cuprului introdus pentru ca temperatura să devină 0 °C?

R. $\theta = 1{,}25\,°C$; $m = 464{,}4$ g

2.16. Într-o cameră cu lungimea de 5 m, lăţimea de 4 m şi înălţimea de 3 m, se prelucrează o piesă de fier cu temperatura de 1 002 °C. Care este masa bucăţii de metal, dacă temperatura aerului a variat de la 0° la 2 °C? ($\rho_{aer} = 1{,}3$ g/l; $c_{aer} = 1\,004{,}64$ J/kg · grd).

R. $m \approx 0{,}34$ kg

2.17. O bucată de cupru cu masa de 200 g şi cu temperatura de 100 °C se introduce într-un calorimetru care conţine 340 g apă, a cărei temperatură iniţială este 12,6 °C. Temperatura finală a amestecului devine 16,8 °C. Să se calculeze capacitatea calorică a vasului calorimetric.

R. $mc = 69{,}388 \frac{J}{grd}$

2.18. În 2 kg apă cu temperatura de 10 °C, se introduce o bucată de fier cu greutatea aparentă de 4,27 N şi avînd temperatura de 100 °C. Care va fi temperatura finală, dacă pierderea de căldură este de 10%? ($\rho_{Fe} = 7\,800$ kg/m³, $c_{Fe} = 460$ J/kg · grd).

R. $\theta = 12{,}17\,°C$

2.19. Într-un cazan de cupru cu masa de 3 kg se găsesc 3 kg apă cu temperatura de 25 °C. În el se toarnă alcool cu temperatura de 15 °C pentru a obţine o soluţie de 75% concentraţie. Care va fi temperatura finală, dacă nu ţinem seama de căldura ce poate lua naştere prin amestec? $c_{alcool} = 2\,424{,}47$ J/kg · grd; $c_{Cu} = 376{,}2$ J/kg · grd).

R. $\theta \approx 18{,}86\,°C$

Scanned with OKEN Scanner

2.20. Într-un calorimetru de aluminiu cu masa de 100 g se găsesc 200 g apă cu temperatura de 10 °C. În el se introduc o bucată de fier de 300 g şi 100 g mercur şi se agită bine pînă la obţinerea aceleiaşi temperaturi pentru toate corpurile amestecate. Dacă temperatura finală devine 20 °C, ce temperatură a avut bucata de fier, temperatura mercurului fiind de 50 °C? ($c_{Hg} = 125$ J/kg · grd, $c_{Fe} = 460$ J/kg · grd; $c_{Al} = 920$ J/kg · grd)

R. $t = 84{,}5$ °C

2.21. O bucată de argint este încălzită la 101,9 °C şi pe urmă este introdusă într-un calorimetru care conţine 81,34 g apă ridicîndu-i temperatura de la 11,09 la 11,71 °C. Echivalentul în apă al calorimetrului, agitatorului şi termometrului este de 2,91 g.

Aceeaşi bucată de argint a fost încălzită la 101,2 °C şi apoi s-a introdus în 75,3 g esenţă de terebentină, a cărei temperatură se ridică de la 10,98 la 12,5 °C. Calorimetrul fiind acelaşi, să se calculeze căldura specifică a esenţei de terebentină. ($c_{Ag} = 259{,}16$ J/kg · grd).

R. $c = 1716$ J/kg · °K

2.22. Într-un calorimetru de platină se introduce o soluţie cu masa de 300 g. Calorimetrul şi soluţia au temperatura de 15,7 °C. Se toarnă în calorimetru încă o soluţie cu masa de 200 g şi temperatura de 14,5 °C. Cele două soluţii reacţionează între ele şi căldura degajată face să se urce temperatura amestecului la 17,3 °C.

Să se calculeze cantitatea de căldură degajată din reacţie (masa calorimetrului este de 70 g şi are căldura specifică 125,4 J/kg · grd). Se admite că soluţiile au căldurile specifice egale cu a apei.

R. $Q = 4\,361{,}2448$ J

2.23. Se încălzesc într-un vas 200 g apă şi o bilă de sticlă cu goluri cu $V = 200$ cm³ şi care cîntăreşte în aer 99,74 g, pînă la 100 °C. Se răstoarnă totul într-un calorimetru cu masa de 100 g şi căldura specifică 837,2 J/kg · grd, care conţine 200 g dintr-un lichid necunoscut cu temperatura de 10 °C. Temperatura finală ajungînd la 20 °C, să se calculeze căldura specifică a lichidului ($\rho_{aer} = 1{,}3$ g/m³).

R. $c = 3\,641{,}82$ J/kg °K

2.24. Un amestec de 5 kg cupru şi fier cu temperatura de 100 °C se amestecă cu 3 kg apă cu temperatura de 10 °C. Temperatura finală devenind 22,9 °C, să se calculeze cantităţile folosite din cele două metale ($c_{Cu} = 400$ J/kg · grd; $c_{Fe} = 460$ J/kg · grd)

R. $m_{Fe} = 2$ kg; $m_{Cu} = 3$ kg

2.25. Într-un vas de cupru cu masa de 2 kg, care conţine 10 kg apă la temperatura de 20 °C, se introduc trei bucăţi de aluminiu, fier şi aur, care, împreună, au masa de 7 kg şi o temperatură de 420 °C. Temperatura

Scanned with OKEN Scanner

finală ajunge la 60 °C. Să se calculeze masa fiecărui metal, dacă masa aurului reprezintă 1/6 din masa celorlalte metale.

R. $m_1 = 4\text{kg}$; $m_2 = 2\text{ kg}$; $m_3 = 1\text{ kg}$.

Puterea calorică

2.26. Într-un vas de aluminiu cu masa de 500 g se încălzesc 2 l apă la temperatura de 0 °C pînă la punctul de fierbere. Încălzirea se face cu ajutorul unui primus cu randamentul de 30%. Să se calculeze cît costă încălzirea, dacă prețul unui litru de petrol este 1 leu. ($\rho_{petrol} = 0{,}8\ \text{g/cm}^3$; $q = 46\,046\ \text{kJ/kg}$; $c_{Al} = 920{,}9\ \text{J/kg} \cdot \text{grd}$).

Rezolvare. Cost petrol = preț × V consumat.

$$V = \frac{m}{\rho},$$

Calculul masei petrolului se face ținînd seama de randamentul primusului

$$\eta = \frac{Q_u}{Q_c},$$

unde

Q_u este cantitatea de căldură primită de la primus de corpurile încălzite, adică de vas și apă;

Q_c — cantitatea totală de căldură rezultată din arderea combustibilului în timpul încălzirii $= mq$,

deci

$$\eta = \frac{Q_u}{Q_c} = \frac{Q_{Al} + Q_{apă}}{Q_c} = \frac{(m_1c_1 + m_2c_2) \cdot (t_2 - t_1)}{mq},$$

de unde

$$m = \frac{(m_1c_1 + m_2c_2)(t_2 - t_1)}{q \cdot \eta}$$

Înlocuind rezultă

$$m = \frac{(0{,}5 \cdot 920{,}9 + 2 \cdot 4186)(373 - 273)}{0{,}3 \cdot 46046 \cdot 10^3} = 0{,}064\ \text{kg}$$

$$V = \frac{0{,}064\ \text{kg}}{800\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 810^{-5}\ \text{m}^3 = 80\ \text{cm}^3$$

$$\text{Cost petrol} = 1\ \frac{\text{leu}}{\text{l}} \times 0{,}08\ \text{l} = 0{,}08\ \text{lei} = 8\ \text{bani}$$

2.27. Să se calculeze randamentul unui primus care a consumat 50 g petrol lampant pentru a produce fierberea a 2 kg apă de la 20 °C. Fier-

Scanned with OKEN Scanner

berea are loc într-o oală de fier cu masa de 500 g ($c_{Fe} = 459{,}8$ J/kg · grd; $q = 4\,598 \cdot 10^4$ J/kg).

R. $\eta = 29{,}9\%$

2.28. Cu cîte grade se va ridica temperatura a 2 kg apă, dacă se înmagazinează în ea toată căldura rezultată din arderea a 10 g petrol? ($q = 45\,980$ kJ/kg).

R. $\Delta t = 55\,°C$

2.29. Care este cantitatea de apă cu temperatura de 10 °C care, absorbînd 50% din căldura rezultată la arderea a 2 m³N de gaze petrolifere cu puterea calorică de 10 000 kcal/m³ N, să ajungă la temperatura de 60 °C?

R. $m = 200$ kg apă

2.30. Un cuptor metalurgic cu randamentul de 20% este încărcat cu 10 t fontă cu temperatura de 15 °C. Ce cantitate de cărbuni se consumă pentru încălzirea fontei pînă la punctul de topire de 1 165 °C? ($q = 29\,260$ kJ/kg; $c = 460$ J/kg · grd).

R. $m = 903{,}57$ kg

2.31. O cameră are dimensiunile; lungimea 5 m, lățimea 4 m și înălțimea 3 m. Aerul din ea are temperatura de 10 °C. Ce cantitate de lemne trebuie arsă într-o sobă cu randamentul de 20% pentru a menține temperatura constantă în interval de 24 ore, dacă prin pereți se pierde o cantitate de căldură de $25 \cdot 10^6$ J? Dar pentru ca temperatura să crească cu 10 °C? ($q = 13\,400$ kJ/kg; $c_{aer} = 1\,000$ J/kg · grd; $\rho_{aer} = 1{,}3$ g/l).

R. $m_1 = 9{,}3$ kg; $m_2 = 9{,}62$ kg

2.32. Pe un primus cu randamentul de 40% se încălzește un vas de fier cu masa de 2 kg și care conține 10 kg apă cu temperatura de 20 °C. Cît petrol se consumă pentru a ridica temperatura apoi cu tot atîtea grade cu cît s-ar ridica atunci cînd introducem o bucată de cupru de 6 kg și cu temperatura de 1 000 °C? ($q = 45\,980$ kJ/kg).

Transformarea energiei mecanice în căldură

2.33. Un tractor are puterea nominală de 45 CP și consumă 210 g/CP h motorină, cu puterea calorică de $418 \cdot 10^5$ J/kg. Să se calculeze randamentul motorului tractorului și ce rezistență învinge, dacă folosește întreaga putere și merge cu viteza întîia de 8,83 km/h.

Rezolvare. *a)* Randamentul motorului se exprimă prin formula:

$$\eta = \frac{L_{util}}{L_{consumat.}} = \frac{Pt}{mqJ}$$

unde,

L consumat = lucru mecanic corespunzător căldurii rezultate din arderea combustibilului. Prin înlocuire se obține

$$\eta = \frac{45 \times 75 \times 9{,}8 \text{ J/s} \cdot 3\,600 \text{ s}}{0{,}210 \cdot 45 \text{ kg} \cdot 418 \cdot 10^5 \text{ J/kg}} = 0{,}3014 = 30{,}14\%$$

b) Din formula puterii $P = F \cdot v_m$ se obține

$$F = \frac{P}{v_m} = \frac{45 \cdot 75 \cdot 9{,}8 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{2{,}45 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 13\,500 \text{ N}$$

2.34. Un automobil cu puterea de 29,4 kW lucrînd cu un randament de 20% are o rezervă de benzină de 26 l. Ce distanță va parcurge automobilul cu această benzină, dacă are viteza medie de 60 km/h? ($\rho_{benz} = 0{,}615$ g/cm^3; $q = 46 \cdot 10^3$ kJ/kg).

Rezolvare. Distanța se calculează din ecuația mișcării

$$s = v_m \cdot t.$$

Pentru a calcula timpul, folosim formula randamentului

$$\eta = \frac{P \cdot t}{mq} \Rightarrow t = \frac{m \cdot q\eta}{P}$$

Masa benzinei

$$m = \rho V.$$

Prin înlocuire obținem

$$t = \frac{26 \cdot 10^{-3}\text{m}^3 \cdot 615 \text{ kg/m}^3 \cdot 46 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 0{,}2}{29{,}4 \cdot 10^3 \text{ J/s}} = 5001{,}40 \text{ s} \approx 1{,}39 \text{ h}$$

$$s = v_m t = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 1{,}39 \text{ h} = 83{,}4 \text{ km}.$$

2.35. Un motor are puterea de 29,4 kW și pune în mișcare, cu ajutorul unei curele de transmisie, o mașină. Admițînd că ungerea mașinii s-a făcut defectuos, se pierde prin frecarea dintre axul mașinii și lagăr 2% din putere, iar din căldura rezultată din cauza frecării, 60% rămîne în axul pe care se găsește roata transmisiei. Să se calculeze după cît timp temperatura axului ajunge la 300°C, dacă masa lui este de 10 kg (temperatura inițială este de 20°C) ($c = 459{,}8$ J/kg · grd).

Rezolvare. Energia pierdută de motor pe secundă este $0{,}02\ P = 0{,}02 \times 29{,}4 = 0{,}588$ kW $= 588$ J/s.

Scanned with OKEN Scanner

Convertită în calorii, are valoarea

$$Q = \frac{588 \text{ J/s}}{4{,}19 \text{ J/cal}} = 140 \text{ cal.}$$

Din această cantitate de căldură, rămîne în ax 60%, adică

$$Q_1 = 0{,}6\ Q = 0{,}6 \cdot 588 = 352{,}8 \text{ J/s}$$

Scriind formula cantității de căldură acumulată în timpul t,

$$Q_1 t = mc(t_2 - t_1) \Rightarrow t = \frac{mc(t_2 - t_1)}{Q_1}$$

Înlocuind valorile numerice, se obține:

$$t = \frac{10 \text{ kg} \cdot 459{,}8 \text{ J/kg} \cdot \text{grd } (300 - 20)\text{grd}}{352{,}8 \text{ J/s}} = 3\,666{,}6 \text{ s.}$$

2.36. Cu cîte grade se va ridica temperatura unui proiectil cînd intră într-o scîndură cu viteza de 400 m/s și iese cu viteza de 300 m/s? (c = = 125,4 J/kg · grd).

Rezolvare. Se folosește relația dintre lucrul mecanic și căldură, unde lucrul mecanic transformat este tocmai variația energiei cinetice.

$$\frac{m}{2}(v^2 - v_0^2) = mc\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{v^2 - v_0^2}{2c}$$

Prin înlocuire, se obține

$$\Delta t = \frac{400^2 - 300^2}{2 \times 125{,}4} = 279{,}1\,°\text{C}$$

2.37. Care este lucrul mecanic al cărui echivalent în energie calorică ridică temperatura a 500 g apă cu 20 °C?

R. $L = 41900$ J

2.38. Un motor are puterea de 367,5 W și învîrtește timp de 10 min axul prevăzut cu palete din interiorul unui calorimetru, în care apa și echivalentul în apă al calorimetrului sînt egale cu 10 kg. Cu cîte grade se va ridica temperatura apei?

R. $\Delta t = 6\,°\text{C}$

2.39. Un disc cu raza de 0,5 m și cu masa de 20 kg se rostogolește pe o suprafață orizontală. Centrul de greutate al său are viteza de 20 m/s.

Discul izbește un perete rigid care reține 20% din energia transformată în căldură. Se cere: *a)* cantitatea de căldură primită de perete; *b)* variația de temperatură a roții, dacă are căldura specifică 500 J/kg·grd.

R. *a)* $Q = 1\,200$ J; $t = 0{,}48\,°\text{C}$.

2.40. Cu cîte grade se va ridica temperatura unui corp de fier care cade liber de la înălțimea de 1 000 m admițînd că păstrează în el 70% din căldura

Scanned with OKEN Scanner

rezultată prin transformarea energiei mecanice? Dar dacă este aruncat cu viteza inițială de 10 m/s de la aceeași înălțime? ($c = 460$ J/kg · grd).

R. $t_1 = 14{,}9\,°C$; $t_2 = 14{,}94\,°C$

2.41. Cîți litri de motorină consumă un tractor care are randamentul de 36% și ară timp de 10 ore un teren cu forța de rezistență de 14 700 N deplasîndu-se cu viteza de 1 m/s? ($q = 41\,800$ kJ/kg; $\rho = 800$ kg/m³)

R. $V_k \approx 44$ l

2.42. Un corp de masă m este aruncat de jos cu viteza inițială de 20 m/s pe un plan înclinat cu $\alpha = 30°$. Coeficientul de frecare fiind 0,1 să se calculeze variația de temperatură suferită de corp în timpul mișcării pînă la baza planului, dacă 80% din căldura rezultată este înmagazinată de el ($c = 418$ J/kg °K).

R. $\Delta t = \dfrac{0{,}8\mu v_0^2 \cos\alpha}{c(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0{,}0113\,°C$

2.43. Un ascensor cu masa de o tonă face o cursă de 20 m, mișcîndu-se uniform în 40 s, sub acțiunea moderată a unei frîne. Se cer: *a)* valoarea energiei cinetice, la sfîrșitul cursei; *b)* cantitatea de căldură înmagazinată de frînă în timpul unei curse.

R. $E_k = 125$ J; $Q = 195\,875$ J

2.44. Două sfere cu masele de 2 kg și de 5 kg, se mișcă cu vitezele de 5 m/s și 2 m/s după două direcții ce fac între ele un unghi de 60°. Dacă sferele se ciocnesc, care va fi viteza lor finală, considerînd ciocnirea perfect plastică? Dar variația de temperatură a lor ce valoare are, dacă $c = 126\,\dfrac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$?

R. $v = 2{,}47$ m/s; $\Delta t \approx 0{,}03\,°C$

2.45. O bucată de fier cu masa de 1 kg este bătută cu un ciocan cu masa de 5 kg, timp de 3 min. Ciocanul este lăsat să cadă liber de la înălțimea de 0,8 m, cu frecvența de 20 bătăi pe minut. Considerînd că lucrul mecanic produs de ciocan se transformă în căldură și aceasta este preluată în cantități egale de fier și de ciocan, să se determine cu cît crește temperatura bucății de fier.

R. $\Delta t = 2{,}55\,°C$

2.46. Un corp cu masa de 1 kg este aruncat pe verticală în sus cu viteza $v_{01} = 20$ m/s. La o secundă după plecarea lui se aruncă un al doilea corp de 0,5 kg cu $v_{02} = 100$ m/s. Să se calculeze: *a)* timpul scurs de la plecarea celui de al doilea corp pînă cînd ambele corpuri ating pămîntul, dacă se ciocnesc plastic în aer; *b)* variația de temperatură suferită de cele două corpuri de aceeași natură și cu aceeași temperatură inițială la ciocnirea între ele, dacă $c = 400$ J/kg · grd; *c)* variația de volum a corpurilor la atingerea unei suprafețe tari de la suprafața Pămîntului, dacă ele reține 80% din energie.

($g = 10$ m/s², $\rho = 12$ g/cm³, $\alpha = 14 \cdot 10^{-6}$ grd^{-1})

R. *a)* $t = 8{,}12$ s; *b)* $\Delta t = 3{,}315\,°C$; *c)* $\Delta V = 1{,}2\,\dfrac{\alpha}{\rho}\,\dfrac{m_1 v_{01}^2 + m_2 v_{02}^2}{c} = 189 \cdot 10^{-4}$ cm³

Scanned with OKEN Scanner

2.47. Un avion avînd un motor de 176,4 kW se ridică la înălțimea de 1 000 m. Avionul are o masă de 3,5 t. În cît timp execută avionul ascensiunea și cîtă benzină consumă, admițînd că, pentru ascensiune, motorul folosește 35% din puterea lui totală, randamentul motorului este de 25% ($q = 4\,598 \cdot 10^4$ J/kg)?

R. $t = 9$ min 15 s; $m \approx 3$ kg

2.48. Presiunea aburului într-un cilindru al unei mașini cu vapori este $p = 9$ at, suprafața pistonului $s = 300$ cm², cursa pistonului $l = 100$cm, numărul rotațiilor volantului pe minut este 120, randamentul $\eta = 12\%$. Ce cantitate de țiței cu puterea calorică de 10 000 kcal/kg se consumă pe oră? (Se va ține seama că la o învîrtire a roții pistonul face două curse).

R. $m = 75{,}96$ kg

2.49. O bilă de plumb de 1 kg este legată de un fir inextensibil și oscilează izocron cu perioada de πs și amplitudinea de 60°. Din afară pătrunde un glonte cu masa de 20 g, ce se mișcă orizontal cu viteza de 500 m/s, în momentul cînd bila trece prin poziția de echilibru, mișcîndu-se în sens contrar. Glontele rămînînd în masa de plumb, să se calculeze:

a) amplitudinea cu care va oscila pendulul mai departe;

b) variația de temperatură suferită de cele două corpuri, dacă se admite că ele aveau inițial aceeași temperatură. ($c_1 = c_2 = 126$ J/kg°C).

R. *a)* $\alpha_1 = \arccos 0{,}48 \approx 61°30'$; *b)* $\Delta t = 19{,}45$ °C

2.50. Un rezervor este situat la înălțimea de 50 m și are un volum de 500 m³. Pentru umplerea cu apă, se folosește o mașină cu vapori cu randamentul de 10%.

Dacă umplerea bazinului durează 4 ore, să se calculeze: *a)* cantitatea de cărbuni consumată de mașina întreagă; *b)* cantitatea de cărbuni consumată pentru fiecare cal putere al mașinii ($q = 29\,260$ kJ/kg).

R. $m' = 66{,}9$ kg; $m'' = 3{,}6$ kg/CP

2.51. Un motor este încercat la bancul de probă (frîna Prony, fig. 2.1). În stare de regim, se citesc valorile: turația $n = 1\,200$ rot/min; greutatea de echilibru a frînei 392 N; brațul pîrghiei $l = 0{,}8$ m. Debitul apei de răcire fiind de 3 000 kg/h, să se determine temperatura apei la ieșire, știind că la intrare are temperatura de 15 °C și că toată căldura produsă prin frecare este preluată numai de apa de răcire.

R. $t_2 = 26{,}36$ °C

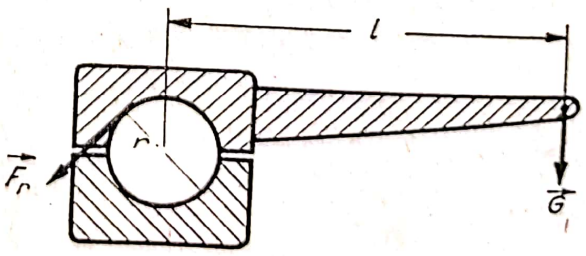


Fig. 2.1

2.52. O roată de tramvai are diametrul de 60 cm și greutatea 5 390 N. Pentru frînare, se aplică pe geanta ei un sabot greu de

157 N, care se apasă cu o forță de 7 840 N. Pînă la oprirea completă a tramvaiului, roata face 500 de rotații. Coeficientul de frecare are valoarea 0,2. Căldura dezvoltată prin frînare o presupunem că trece jumătate în sabot și jumătate în roată. Dacă temperatura inițială a lor este de 20 °C, să se calculeze temperaturile finale ale sabotului și roții, ($c = 460$ J/kg °K).

R. $t_2' = 128{,}8$ °C; $t_2'' = 22{,}9$ °C

2.53. O motoretă are puterea de 1 900 W și poate atinge viteza de 54 km/h. Să se calculeze: *a)* randamentul motorului, dacă pe suta de kilometri ea consumă 1,6 l benzină ($\rho = 0{,}7$ g/cm³, $q = 4\,598 \cdot 10^4$ J/kg; *b)* cît de mare trebuie să fie panta unei șosele pentru ca motoreta, plecînd din repaus, să atingă viteza de 36 km/h în timp de 0,5 min, dacă motoreta și pasagerul său dau o sarcină totală în mișcare de 145 kg ($\mu = 0{,}1$; $g = 9{,}8$ m/s²).

R. $\eta = 24{,}74\%$; $\sin \alpha \approx 0{,}135$

Dilatația liniară

2.54. O sîrmă de cupru are lungimea de 1 km la temperatura de 0 °C. Ce lungime va avea ea la temperatura de 100 °C? ($\alpha_{Cu} = 0{,}000017$ grd^{-1}).

Rezolvare. Formula dilatației liniare este

$$l_t = l_0(1 + \alpha t)$$

Prin înlocuire obținem

$$l_t = 1\,000(1 + 1{,}7 \cdot 10^{-5} \cdot 100) = 1\,001{,}7 \text{ m}.$$

2.55. O sîrmă de fier care face legătura între doi stîlpi de telegraf are lungimea de 50 m la temperatura de −30 °C. Cu cît se lungește ea dacă temperatura crește la +34 °C?

($\alpha_{Fe} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}).

Rezolvare. Formula dilatației liniare între două temperaturi t_1 și t_2 este

$$l_{t_2} = l_{t_1}\frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1} \approx l_{t_1}[1 + \alpha(t_2 - t_1)]$$

Lungirea este

$$l_{t_2} - l_{t_1} = l_{t_1}\alpha(t_2 - t_1) = 50 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,[34° - (-30°)] =$$

$$= 6 \cdot 10^{-4} \cdot 64 = 3{,}84 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3{,}84 \text{ cm}$$

2.56. O sîrmă de fier are lungimea de 100 m la temperatura de 0 °C. Care este lungimea ei la temperatura maximă din timpul verii, de 50 °C? Dar dilatația relativă?

R. $l_t = 100{,}06$ m; $\frac{\Delta l}{l_0} = 6 \cdot 10^{-4}$

Scanned with OKEN Scanner

2.57. O sîrmă de cupru are la 0 °C lungimea de 20 m. Să se calculeze cu cît se lungeşte sîrma vara, la temperatura $t_1 = +40$ °C faţă de iarnă, la temperatura de $t_2 = -30$ °C ($\alpha_{Cu} = 0{,}000018$ grd^{-1})

R. $\Delta l = 0{,}0252$ m

2.58. Un conductor electric aerian de lungimea l_0 la 0 °C este legat de doi stîlpi situaţi la distanţa $2a$.

Să se calculeze valoarea forţei de tensiune în conductor la o temperatură t °C. Se consideră conductorul omogen şi cu coeficientul de dilataţie liniară α.

R. $F = \frac{G}{2} \frac{l_0(1 + \alpha t)}{\sqrt{l_0^2(1 + \alpha t)^2 - 4a^2}}$

2.59. La 0 °C o sîrmă de fier are lungimea de 502 mm şi alta de cupru, de 500 mm. La ce temperatură trebuie să le încălzim ca lungimile lor să devină egale? ($\alpha_{Fe} = 0{,}000012$ grd^{-1}, $\alpha_{Cu} = 0{,}000018$ grd^{-1}).

R. $t = 672{,}04$ °C

2.60. Un şurub de oţel cu secţiunea transversală circulară trebuie să intre perfect etanş într-un orificiu din acelaşi material, cu diametrul de 10 cm, al unei maşini cu gaz la 0°C, pentru asamblarea diferitelor piese. Prelucrarea şi finisarea şurubului are loc la temperatura de 50 °C. Care trebuie să fie raza cilindrului şurubului? ($\alpha_{oţel} = 0{,}000012$ grd^{-1}).

R. $r = 5{,}003$ cm

2.61. Se consideră o balanţă cu braţe egale de lungime l_0 la 0 °C, cu cele două jumătăţi făcute din metale cu coeficienţii de dilataţie α_1 şi α_2 unde $\alpha_1 > \alpha_2$. Greutatea pîrghiei este G şi centrul de greutate este la distanţa h sub sprijin pe verticală. Balanţa se introduce într-un mediu cu temperatura de t °C. Să se afle:

a) unghiul cu care se va înclina pîrghia; *b)* ce greutate trebuie pusă în unul din talere, pentru a veni pîrghia la orizontală dacă fiecare taler are greutatea P.

R. *a)* $\beta = \operatorname{arc\,tg} \frac{P \cdot l_0 \cdot t°(\alpha_1 - \alpha_2)}{Gh}$; *b)* $P_1 = \frac{P \cdot t°(\alpha_1 - \alpha_2)}{1 + \alpha_2 t°}$

2.62. O bară de aluminiu cu secţiunea de 10 cm² şi lungimea de 2 m înmagazinează 594 kcal. Cu cît s-au mărit dimensiunile barei ($\rho = 2{,}7$ g/cm³)?

R. $\Delta l = 2{,}2$ cm; $\Delta S = 0{,}22$ cm²

2.63. O bară de fier la 0 °C are secţiunea de 5 cm². Ea se lungeşte cu 0,4 mm. Să se calculeze cantitatea de căldură absorbită de bară ($\rho = 7{,}8$ g/cm³).

R. $Q = 59774$ J

Scanned with OKEN Scanner

2.64. O placă de cupru are la 0 °C suprafaţa S_0. La ce temperatură suprafaţa ei creşte cu o sutime din suprafaţa iniţială?

R. $t = 294{,}1$ °C

2.65. Două vergele, una de cositor cu $\alpha_1 = 0{,}000023$ grd^{-1} şi cealaltă de fier cu $\alpha_2 = 0{,}000012$ grd^{-1}, sînt sudate cap la cap, lungimea lor comună fiind de 5 m la temperatura de 0 °C. La temperatura de 100 °C, ele au lungimea de 5,0093 m. Ce lungime are fiecare din cele două vergele?

R. $l_c = 3$ m; $l_{Fe} = 2$ m

2.66. Un bloc cu masa de $2 \cdot 10^5$ kg trebuie deplasat pe o distanţă mică. Aceasta se realizează prin împingere cu ajutorul unei bare ce se dilată şi este fixată cu un capăt la un zid iar cu celălalt atinge blocul. Să se calculeze temperatura de încălzire a barei cu secţiunea de 49 cm². ($\mu = 0{,}4$; $E = 2 \cdot 10^{11}$ N/m²; $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}).

R. $\Delta t = 133$ °C.

2.67. O bară metalică cu lungimea l_0 la 0 °C este fixă la un capăt iar cu celălalt se sprijină pe un cilindru mobil de rază r. Cu cîte grade se va roti cilindrul, dacă bara se încălzeşte de la temperatura t_1 la t_2?

Aplicaţie: $l_0 = 1$ m, $r = 1$ cm, $\alpha = 10^{-5}$ grd^{-1}, $t_1 = -20$ °C, $t_2 = 80$ °C.

R. $\beta = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{l_0 \alpha (t_2 - t_1)}{r} \approx 5°24'50''$

2.68. Şinele tramvaiului au fost sudate în timpul verii la o temperatură de +50 °C. Să se afle ce rezistenţă se va naşte în timpul iernii la −20 °C şi care este forţa de întindere, dacă aria secţiunii este de 50 cm²? ($\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}; $E = 2 \cdot 10^{11}$ N/m²).

R. $\sigma = 16{,}8 \cdot 10^7$ N/m²; $F = 84 \cdot 10^4$ N

Dilataţia în volum

2.69. O bucată de plumb are la 0 °C volumul de 100 cm³, iar la 200 °C, volumul este 101,74 cm³. Să se calculeze coeficientul de dilataţie liniară a plumbului.

Rezolvare. Se cunoaşte relaţia dintre coeficienţi

$$\gamma = 3\alpha$$

Folosind relaţia dintre volum şi temperatură, se obţine

$$V_t = V_0 (1 + 3\alpha t),$$

sau

$$V_t - V_0 = \Delta V = 3V_0 \alpha t$$

Scanned with OKEN Scanner

de unde

$$\alpha = \frac{\Delta V}{3 V_0 t} = \frac{101{,}74 - 100}{3 \cdot 100 \cdot 200} = 2{,}9 \cdot 10^{-6} \text{ grd}^{-1}.$$

2.70. Pînă la ce temperatură trebuie să se încălzească o bucată de platină de la 0 °C pentru ca volumul ei să se mărească cu 1/30 din volumul inițial? ($\alpha = 9 \cdot 10^{-6}$ grd^{-1}).

Rezolvare. Din relația

$$V_t = V_0(1 + 3\alpha t)$$

și din relația rezultată din enunțul problemei

$$V_t = V_0 + \frac{V_0}{30},$$

rezultă

$$V_0 + \frac{V_0}{30} = V_0(1 + 3\alpha t) \Rightarrow \frac{1}{30} = 3\alpha t$$

De unde

$$t = \frac{1}{30 \cdot 3\alpha} = \frac{10^6}{810} \approx 1\,234\,°\text{C}$$

2.71. Un tub de sticlă de lungime l este închis la unul din capete. Să se calculeze pînă la ce înălțime H trebuie să se introducă în acest tub mercur la 0 °C, pentru ca volumul neocupat de mercur să rămînă constant, oricare va fi temperatura (coeficientul de dilatație a sticlei este γ; coeficientul de dilatație a mercurului este μ).

Rezolvare. *Soluția I.* Se notează

A = secțiunea tubului;

$V = A \cdot l$ (volumul tubului)

Volumul liber va fi $V_0 = A(l - x)$.

La temperatura t °C, volumul tubului va fi egal cu volumul conținutului la care se adaugă volumul neocupat V_0.

$$V_t(\text{al sticlei}) = V_t(\text{conținut}) + V_0$$

sau

$$Al(1 + \gamma t) = Ax(1 + \mu t) + A(l - x)$$

sau

$$l(1 + \gamma t) = (1 + \mu t)x + l - x.$$

Din ultima relație, rezultă valoarea lui x.

$$x = \frac{l\gamma}{\mu}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Soluția II

$$\Delta V_{sticlă} = \Delta V_{Hg},$$

$$Al\gamma t = Ax\mu t,$$

$$x = \frac{l\gamma}{\mu}.$$

2.72. Un lichid are la 0 °C densitatea $\rho_0 = 0{,}8$ g/cm³ și tensiunea superficială la temperatura de lucru de $20 \cdot 10^{-3} \frac{N}{m}$. El umple bula unui stalagmometru cu volumul de 2 cm³ la 0 °C, iar diametrul tubului unde se formează picătura este de 1 mm la temperatura de lucru. Cîte picături de lichid vor corespunde volumului dintre cele două repere la temperatura de lucru?

$$(\alpha_{sticlă} = 9 \cdot 10^{-6}\ \text{grd}^{-1},\ \gamma_{lich} = 10^{-3}\ \text{grd}^{-1},\ t = 20\,°\text{C})$$

R. $n = \frac{gV_0\rho_0(1 + 3\alpha t)}{2\pi r \cdot \sigma(1 + \gamma t)} \approx 225$ picături

2.73. Un vas de sticlă are capacitatea de 100 cm³ la temperatura de 0 °C. Se umple cu mercur la aceeași temperatură și se lasă liberă în mercur o bilă de fier de 1 cm³ la 0 °C. Totul se încălzește la 100 °C.

Să se calculeze volumul de mercur ce curge din vas.

$$(\rho_{0Hg} = 13{,}6\ \text{g/cm}^3,\ \rho_{0Fe} = 7{,}8\ \text{g/cm}^3,\ \alpha_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6}\ \text{grd}^{-1})$$

$$\alpha_{st} = 9 \cdot 10^{-6}\ \text{grd}^{-1},\ \gamma_{Hg} = 18 \cdot 10^{-5}\ \text{grd}^{-1}).$$

R. $\Delta V_{Hg} = V_{0s}t(\gamma_{Hg} - 3\alpha_s) - \frac{V_{0Fe} \cdot \rho_{0Fe}}{\rho_{0Hg}} = 0{,}9565$ cm³

2.74. Un volum de aer cu temperatura de 100 °C se răcește pînă cînd volumul său se reduce la o cincime din volumul inițial. Să se calculeze temperatura finală la care a ajuns, coeficientul de dilatație avînd valoarea $\frac{1}{273}\ \text{grd}^{-1}$.

R. $t = -218{,}4$ °C

2.75. Prin încălzirea unei sfere de cupru cu masa m, volumul ei crește cu 41,2 cm³. Să se calculeze cantitatea de căldură necesară, pentru a se încălzi în condițiile date ($\alpha = 17 \cdot 10^{-6}\ \text{grd}^{-1}$; $c = 0{,}09$ cal/g · grd; $\rho = 8{,}9$ g/cm³).

R. $Q = 270479{,}44$ J

2.76. Un vas de sticlă are la temperatura de 0 °C volumul de 400 cm³. Vasul se umple complet cu mercur și apoi se ridică temperatura pînă la 100 °C. În modul acesta, curg din vas 6,12 cm³ de mercur. Să se calculeze coeficientul de dilatație a mercurului ($\alpha_{sticlă} = 9 \cdot 10^{-6}\ \text{grd}^{-1}$).

R. $\gamma = 0{,}00018\ \text{grd}^{-1}$

Scanned with OKEN Scanner

2.77. Se iau volume diferite de eter şi apă, a căror sumă la 0 °C este de 947,41 cm³. Prin încălzire pînă la 30 °C, volumele cresc devenind egale. Să se calculeze volumul iniţial al fiecărui lichid şi variaţiile relative de volum produse ($\gamma_{apă} = 0{,}00018$ grd^{-1}; $\gamma_{eter} = 0{,}0016$ grd^{-1}).

R. $V_0(apă) = 497{,}31$ cm³; $V_0\,(eter) = 477{,}1$ cm³;

$\frac{\Delta V}{V_0}(apă) = 0{,}0054$; $\frac{\Delta V}{V_0}(eter) = 0{,}048$

2.78. Un vas de sticlă conţine la 0 °C o bucată de platină de 200 g şi 147 g mercur. Vasul este plin. Se încălzeşte la 100 °C şi se cere cantitatea de mercur care a curs din vas. $\left(\rho_{Pt} = 21{,}4\ \text{g/cm}^3;\quad \rho_{Hg} = 13{,}6\ \text{g/cm}^3;\right.$

$\left.\gamma_{Pt} = \frac{1}{37\,700}\ \text{grd}^{-1};\ \gamma_{sticlă} = \frac{1}{38\,700}\ \text{grd}^{-1};\ \gamma_{Hg} = \frac{1}{5\,500}\ \text{grd}^{-1}\right)$.

R. $m = 2{,}3$ g

2.79. Un termometru în scara centigrad este scufundat pînă la diviziunea 25 într-o baie lichidă şi mercurul se ridică pînă la 110 °C. Ce temperatură va arăta termometrul dacă el va fi scufundat în lichidul cald pînă la nivelul unde s-a oprit mercurul?

Temperatura exterioară este de 15 °C $\left(\gamma_{sticlă} = \frac{1}{6\,480}\ \text{grd}^{-1}\right)$

R. $85\,v[1 + (t - 15)\gamma] = v(t - 25)$; v = volumul unei diviziuni; $t = 111{,}3$ °C

2.80. Un cilindru de fier pluteşte într-o baie de mercur astfel că axa să fie verticală. Temperatura fiind de 0 °C, cilindrul de fier se scufundă cu fracţiunea $h' = 0{,}573$ din înălţimea sa h. Se încălzeşte sistemul la 100 °C (fig. 2.2). Cu ce fracţiune din înălţimea sa h se va scufunda cilindrul la această temperatură?

$(\alpha_{Fe} = 0{,}000012\ \text{grd}^{-1}$

$\gamma_{Hg} = 0{,}00018\ \text{grd}^{-1})$

R. $0{,}573\ h\,\frac{1 + \gamma_{Hg}\,t}{1 + 2\alpha_{Fe}\,t} = 0{,}582$ h

2.81. Un bidon din tablă de fier cu capacitatea de 2 l la 0 °C este plin cu petrol. Să se calculeze cîte grame de petrol vor curge afară dacă temperatura creşte la 30 °C, cînd: *a)* nu se ţine seama de dilataţia vasului; *b)* se ţine seama şi de dilataţia vasului ($\rho_{petrol} = 0{,}8$ g/cm³; $\gamma_{petrol} = 0{,}001$ grd^{-1}; $\alpha_{Fe} = 0{,}000012$ grd^{-1}).

R. $m_1 = 46{,}6$g; $m_2 \approx 42{,}71$ g

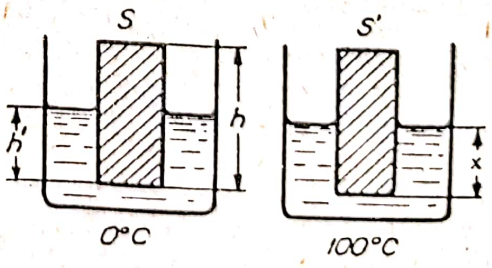


Fig. 2.2.

Scanned with OKEN Scanner

Variația densității cu temperatura

2.82. Să se calculeze coeficientul de dilatație cubică a petrolului, știind că la 0 °C, un volum cîntărește 100 g, iar la temperatura de 60 °C, masa aceluiași volum este de 93,75 g.

Rezolvare. Formula care dă relația dintre densitate și temperatură este

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \gamma t} \tag{1}$$

unde

$$\rho_0 = \frac{m_0}{V} \tag{2}$$

și

$$\rho_t = \frac{m_t}{V}, \tag{3}$$

Înlocuind valorile densității din relațiile (2) și (3) în relația (1), se obține

$$\frac{m_t}{V} = \frac{m_0}{V} \cdot \frac{1}{1 + \gamma} \Rightarrow m_t = \frac{m_0}{1 + \gamma t}.$$

Înlocuind, se obține

$$93{,}75 = \frac{100}{1 + 60\gamma t} \Rightarrow \gamma = 0{,}001\,1 \text{ grd}^{-1}$$

2.83. Aluminiul în industrie se obține prin electroliza unei topitur care conține 81,5% criolit și 18,5% alumină, care la 1 000 °C are densitatea de 2,15 g/cm³. Deoarece aluminiul rezultă în stare topită, se va depune pe fundul băii dacă densitatea lui la 0 °C este de 2,7 g/cm³? $\alpha = 2{,}2 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}).

Rezolvare. Ținînd seama de variația densității cu temperatura, putem stabili densitatea aluminiului la 1 000 °C din relația

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma t} = \frac{\rho_0}{1 + 3\alpha t} = \frac{2{,}7}{1 + 3 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3} = 2{,}53 \text{ g/cm}^3.$$

Deci aluminiul topit se va depune, deoarece densitatea lui este mai mare decît a electrolitului.

2.84. Într-un atelier cu lungimea de 10 m, lățimea de 6 m și înălțimea de 5 m, temperatura aerului se ridică la 27,3 °C. Care va fi greutatea aerului din această camră pentru cazul cînd presiunea exterioară este normală? ($\gamma_{aer} = 1274$ N/m³).

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare. Greutatea este dată de relația $G = V\gamma$;
Volumul este $V = 10 \times 6 \times 5 = 300\ m^3$.

La temperatura de 27,3 °C, greutatea specifică va fi

$$\gamma_t = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha t} = \frac{12{,}74}{1 + \frac{27{,}3}{273}} = \frac{12{,}74}{1{,}1} = 11{,}58\ \frac{N}{m^3}$$

unde α este coeficientul de dilatație a gazelor.

Deci $G = 300\ m^3 \times 11{,}58\ N/m^3 = 3\,474\ N$.

2.85. Să se calculeze densitatea fierului la temperatura de 600 °C dacă densitatea lui la 0 °C este 7,8 ($\alpha = 12 \cdot 10^{-6}\ grd^{-1}$).

R. $\rho_{Fe} = 7635\ kg/m^3$

2.86. 500 cm^3 alcool cîntăresc 400 g la temperatura de 0 °C. Care va fi densitatea alcoolului la temperatura de −10 °C?
($\gamma = 0{,}0011\ grd^{-1}$).

R. $\rho_{alcool} = 0{,}8089\ g/cm^3$

2.87. Un cuptor cu volumul de 2 m^3 are temperatura de 273 °C și apoi se răcește la temperatura de 27,3 °C. Să se calculeze cantitatea de aer care pătrunde în cuptor ($\rho_0 = 1{,}3\ kg/m^3$).

R. $m = 1{,}062\ kg$

2.88. O sferă de fier are la temperatura de −50 °C volumul de 0,9 · 982 dm^3. Ea se introduce în 4 kg apă cu temperatura de 45 °C. Ce temperatură va căpăta bucata de fier și ce volum va avea la această temperatură? Dar densitatea ce valoare are la −50 °C? ($\rho_0 = 7{,}8\ g/cm^3$; $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}\ grd^{-1}$, $c_{Fe} = 460\ J/kg \cdot grd$; $c_{apă} = 4\,180\ J/kg \cdot grd$).

R. $\theta = 28{,}2\ °C$; $V = 1{,}001\ dm^3$; $\rho_{Fe} = 7{,}814\ g/cm^3$

2.89. În două vase comunicante A și B se toarnă petrol. Ramura A se menține la temperatura de 0 °C, iar înălțimea coloanei de petrol este de 20 cm. Ce temperatură trebuie să aibă petrolul din ramura B, ca diferența de nivel dintre cele două ramuri să fie de 1 cm? ($\gamma = 0{,}001\ grd^{-1}$).

R. $t = 50\ °C$

TERMOMETRIA

2.90. Cîte grade Fahrenheit și Réaumur valorează 150 °C? Dar −200 °C?

R. 270 °F; 120 °R; −360 °F; −160 °R

Scanned with OKEN Scanner

2.91. La un termometru Fahrenheit se citește temperatura de 182°F. Să se calculeze indicațiile termometrelor cu scările Celsius și Réaumur.

R. 83,33°C; 66,66°R

2.92. Să se exprime în grade absolute (Kelvin) temperaturile 118°C și −120°C?

R. 391°K; 153°K

2.93. În rezervoarele a două termometre identice se introduc la 0°C volume egale de mercur și toluen. Să se determine raportul dintre lungimea l a unei diviziuni corespunzătoare unui grad de pe scara termometrului cu mercur și lungimea l_1 a unei diviziuni de pe scara termometrului cu toluen. ($\gamma_{Hg} = \gamma$; $\gamma_{toluen} = \gamma_1$; $\alpha_{sticlă} = \alpha$).

R. $\frac{l}{l_1} = \frac{\gamma - 3\alpha}{\gamma_1 - 3\alpha}$

2.94. Într-o cameră se găsesc două termometre: unul cu scara Celsius și celălalt cu scara Réaumur. Ce temperatură indică cele două termometre dacă suma citirilor este 90?

R. 50°C; 40°R.

2.95. La un termometru cu mercur, volumul rezervorului pînă la gradația 0 este de n ori mai mare decît volumul unei diviziuni. Dacă în locul mercurului se introduce la 0°C un alt lichid cu coeficientul de dilatație absolută γ, se cere să se calculeze pînă la ce diviziune se va urca lichidul în termometru pentru o temperatură t, dacă coeficientul de dilatație a sticlei este γ_1.

Aplicație. $\gamma = 0{,}001\ \text{grd}^{-1}$; $\gamma_1 = 0{,}000027\ \text{grd}^{-1}$; $t = 10°C$; $n = 6\,500$.

R. $x = n\frac{(\gamma - \gamma_1)t}{1 + \gamma t} = 62{,}6$ diviziuni

Legea Boyle-Mariotte

2.96. Camera roții unui autovehicul are volumul de 20 l. Să se calculeze presiunea aerului din cameră dacă se pompează de 100 de ori, iar volumul pompei este de 300 cm³. Inițial, în cameră se găsesc 5 l aer (se consideră presiunea atmosferică normală).

Rezolvare. Aplicăm legea Boyle-Mariotte: $p_0V_0 = pV$, unde

$$V_0 = (V_{init.} + v \cdot n),$$

și

v este volumul pompei
n — numărul de apăsări:

Scanned with OKEN Scanner

deci

$$p_0(V_{init.} + v \cdot n) = pV.$$

Prin înlocuire se obține

$$1\left(5 + \frac{300 \cdot 100}{1\,000}\right) = 20\,p, \Rightarrow p = 1{,}75 \text{ atm.}$$

2.97. Se consideră un tub cilindric de sticlă, închis la unul din capete. În el se găsesc o coloană de aer și o coloană de mercur cu înălțimea h. Facem cu acest tub două determinări: *a)* întoarcem tubul vertical cu gura deschisă în sus și lungimea coloanei de aer este l_1 cm; *b)* întoarcem tubul tot vertical cu gura deschisă în jos și lungimea coloanei de aer devine l_2 cm (fig. 2.3 *a* și *b*).

Să se calculeze presiunea atmosferică H.

Aplicație. $h = 10$ cm; $l_1 = 6$ cm; $l_2 = 7{,}5$ cm.

Rezolvare. Aplicînd legea Boyle-Mariotte pentru cele două stări ale gazului din tub, avem

$$p_1V_1 = p_2V_2 \qquad (1)$$

Sau, înlocuind volumele V_1 și V_2 cu datele problemei

$V_1 = A \cdot l_1$; $V_2 = A \cdot l_2$, relația (1) devine

$$p_1 \cdot A \cdot l_1 = p_2 \cdot A \cdot l_2 \text{ sau } p_1 \cdot l_1 = p_2 \cdot l_2 \qquad (2)$$

Aplicînd condiția de echilibru între presiuni, se obține pentru cele două stări

$$\text{I. } p_1 = H + h.$$

$$\text{II. } p_2 = H - h.$$

Înlocuind valorile presiunilor în relația (2), avem

$$(H + h)l_1 = (H - h)l_2 \qquad (3)$$

Din relația (3), putem determina presiunea atmosferică

$$H = \frac{h(l_1 + l_2)}{l_2 - l_1} \text{ [cm Hg]} \qquad (4)$$

Înlocuind în relația (4) valorile numerice, rezultă

$$H = \frac{10(6 + 7{,}5)}{7{,}5 - 6} = 90 \text{ cmHg}$$

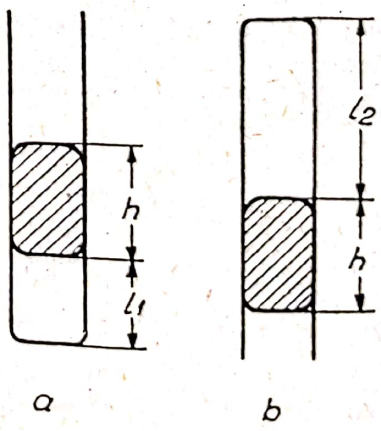


Fig. 2.3

2.98. Într-un balon cu volumul de 5 l se găseşte aer la presiunea de 900 mm Hg. Ce volum trebuie să ia aerul pentru ca presiunea să devină 600 mm coloană de mercur?

R. $V = 7{,}5$ l

2.99. Se folosesc două baloane care comunică printr-un tub cu robinet R (fig. 2.4.). Balonul A are volumul de 2 l şi este gol, iar balonul B are volumul de 5 l şi cuprinde aer la presiunea de 1,5 atm.

Făcînd să comunice baloanele cu ajutorul robinetului R, să se calculeze presiunea finală a gazului.

R. $p = 1{,}07$ atm

2.100. Capătul deschis al unei pompe de bicicletă are diametrul de 4 mm şi se astupă cu degetul. Cu ce forţă trebuie să apăsăm pentru ca aerul din pompă să nu iasă, dacă cursa pistonului este de 42 cm şi el se deplasează pe distanţa de 40 cm (presiunea atmosferică este de 76 cm Hg).

R. $F \approx 26{,}7$ N

2.101. Să se calculeze volumul ocupat de o masă de aer de 6,465 kg la presiunea de 600 mm Hg ($\rho_0 = 1{,}293$ g/l).

R. $V = 6{,}33$ m³

2.102. O băşicuţă de aer se ridică de pe fundul unui bazin, astfel că volumul ei la suprafaţă creşte cu o cincime. Ce adîncime are bazinul, dacă presiunea atmosferică este de 760 mm Hg?

R. $h = 2{,}067$ m

2.103. Un cilindru de oţel cuprinde bioxid de carbon la temperatura de 0 °C sub o presiune de 6 atm. Dacă masa gazului este de 5,91 kg să se calculeze capacitatea cilindrului ($\rho_{CO_2} = 1{,}97$ g/l).

R. $V = 0{,}5$ m³

2.104. Un tub barometric este introdus într-un vas adînc cu mercur, astfel încît nivelul mercurului din vas să coincidă cu cel din tub. În acest caz, aerul din tub formează o coloană lungă de l cm. Tubul se ridică cu l' cm. Cu cîţi centimetri se ridică mercurul din tub? (Presiunea atmosferică este de H cm Hg.)

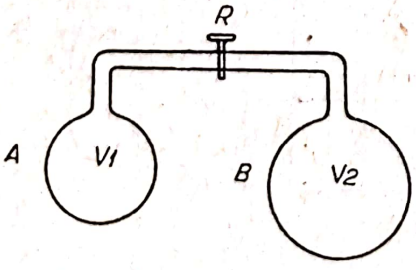


Fig. 2.4

R. Notînd cu x ridicarea mercurului în tub, se va forma o ecuaţie de gradul II în x, la care rădăcina valabilă este:

$$x = \frac{1}{2}(H + l + l') - \sqrt{(H + l + l)^2 - 4l'H}$$

2.105. Un tub Torricelli în echilibru pe o chiuvetă adîncă cuprinde 10 cm³ aer, iar coloana de mercur în tub faţă de mercurul din

Scanned with OKEN Scanner

chiuvetă este de 25 cm. Se ridică tubul pînă cînd volumul de aer devine 40 cm³; diferența nivelului mercurului din tub față de cel din chiuvetă a devenit de 62,5 cm. Care este înălțimea barometrică a mercurului la începutul experienței? (Presiunea atmosferică = H).

R. $H = 75$ cm Hg

Legile Gay-Lussac, Charles și ecuația de stare a gazelor

2.106. Într-un cilindru cu volumul de 5 l se găsește hidrogen la presiunea de 82,64 at și temperatura de 27 °C. Să se calculeze masa hidrogenului (considerăm densitatea hidrogenului necunoscută).

Rezolvare. Aplicăm ecuația Clapeyron-Mendeleev

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T} \Rightarrow V_0 = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T} \cdot V$$

Transformînd atmosferele tehnice în fizice (normale), prin înlocuire, se obține

$$V_0 = \frac{82,64}{1,033} \cdot \frac{273}{300} \cdot 5 = 364 \text{ l}$$

Masa hidrogenului este $m = V_0 \rho_0$.

Densitatea se calculează ținînd seama de legea lui Avogadro. Se știe că 1 mol de H_2 cîntărește 2 g și ocupă un volum de 22,4 l în condiții normale. Deci

$$\rho_0 = \frac{2}{22,4} \text{ g/l} = \frac{1}{11,2} \text{ g/l}.$$

Atunci

$$m = V_0 \rho_0 = \frac{364}{11,2} = 32,5 \text{ g}$$

2.107. La extremitățile pîrghiei unei balanțe sensibile pentru greutăți de ordinul miligramelor sînt atîrnate două cuburi; primul are latura de 3 cm și densitatea 4,88 g/cm³, al doilea are latura de 5 cm și densitatea 1,055 g/cm³.

a) Balanța este orizontală? Se poate realiza această poziție deplasînd de-a lungul pîrghiei unul din cuburi? Pe care braț? În ce raport sînt brațele?

b) Se introduce aparatul sub clopotul unei mașini pneumatice care cuprinde bioxid de carbon la 0 °C și 76 cm Hg. Făcînd vid parțial, pîrghia devine orizontală. Care este presiunea de sub clopot?

c) Se poate aduce pîrghia orizontal, schimbînd temperatura bioxidului de carbon, presiunea rămînînd tot 76 cm Hg? Care va fi temperatura, fără a se ține seama de dilatația cuburilor? (Densitatea relativă a $CO_2 = 1,529$; $\rho_{aer} = 1,293$ g/l la 0 °C și 76 cm Hg).

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare. *a)* Masa cubului 1: $m_1 = V_1\ \rho_1 = 3^3 \cdot 4{,}88 = 131{,}760$ g.
Masa aerului dislocuit de el: $m_1' = 3^3 \cdot 1{,}293 \cdot 0{,}001 = 0{,}035$ g.
Masa cubului 2: $m_2 = V_2\ \rho_2 = 5^3 \cdot 1{,}055 = 131{,}875$ g.
Masa aerului dislocuit: $m_2' = 5^3 \cdot 1{,}293 \cdot 0{,}001 = 0{,}162$g.
Masa aparentă a cubului mic:

$$131{,}760 - 0{,}035 = 131{,}725 \text{ g}$$

Masa aparentă a cubului mare:

$$131{,}875 - 0{,}162 = 131{,}713 \text{ g}.$$

Balanța fiind sensibilă pentru mase de ordinul miligramelor, ea se va înclina de partea cubului mic.

Pentru ca să stabilim echilibrul, trebuie să apropiem cubul mic, astfel ca raportul noilor brațe față de cele inițiale să fie

$$\frac{131{,}713}{131{,}725}$$

Deplasarea se efectuează cu o apropiere de

$$\frac{131{,}725 - 131{,}713}{131{,}725} = \frac{0{,}12}{131{,}725} \approx \frac{1}{10\,000} \text{ din lungimea brațului.}$$

b) Fie x grame masa unui centimetru cub de CO_2 de sub clopot cînd balanța este orizontală.

Relația de echilibru este

$$(4{,}88 - x) \cdot 27 = (1{,}055 - x) \cdot 125$$

de unde

$$x = \frac{131{,}875 - 131{,}860}{125 - 27} = 0{,}001173 \text{ g}$$

Masa unui litru de CO_2 va fi 1,173 g.

Ținînd seama de relația dintre densitate și presiune, se obține

$$H = \frac{76 \cdot 1{,}173}{1{,}293 \cdot 1{,}529} = 45 \cdot \text{cm Hg}.$$

c) Dacă în loc să micșorăm presiunea, schimbăm temperatura, calculul ei se face ținînd seama de variația densității cu temperatura.

$$\rho_t = \rho_0 \frac{1}{1 + at} \Rightarrow t = \frac{\rho_0 - \rho_t}{\alpha \rho_t}$$

Deoarece

$$\rho_0 = \rho_{aer} \rho_r = 1{,}293 \frac{\text{g}}{\text{l}} \cdot 1{,}529,$$

prin înlocuire în relația de mai sus se obține

$$t = 187\,^\circ\text{C}$$

Scanned with OKEN Scanner

2.108. Un balon umplut cu heliu trebuie să aibă forţa ascensională de 29 400 N la înălţimea de 8 000 m, unde presiunea atmosferică este de 0,35 at, iar temperatura de −40 °C. Se cer: *a)* volumul balonului la această înălţime şi cantitatea de heliu necesară pentru încărcarea balonului; *b)* volumul şi forţa ascensională la sol, cînd presiunea atmosferică este de 1 atm, iar temperatura aerului de 15 °C (Se neglijează greutatea învelişului balonului).

Rezolvare. Forţa ascensională (F_a) a balonului se calculează cu formula

$$G_a - G_{He} = F_a \Rightarrow (m_a - m_{He})\, g = F_a \qquad (1)$$

unde (G_a) este greutatea volumului (V) de aer, G_{He} este greutatea aceluiaşi volum de heliu, m_a, m_{He} masele corespunzătoare, iar g este acceleraţia gravitaţională. Vor trebui calculate m_a şi m_{He}. Se consideră că acceleraţia gravitaţiei nu diferă la 8 000 m faţă de suprafaţa Pămîntului.

a) Notînd cu m masa gazului şi cu M masa sa moleculară, ecuaţia gazelor perfecte se scrie

$$pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow m = \frac{pV}{RT} M \qquad (2)$$

unde:

$$p = 0{,}35 \text{ at} = 0{,}35 \cdot 9{,}8 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 3{,}43 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$M_a = 28{,}95$ (aer)

$M_{He} = 4$ (heliu)

$T = 273 - 40 = 233\,°\text{K}$

$$R = 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{mol°K}} = \frac{8\,314}{M} \frac{\text{J}}{\text{kg°K}}$$

Scriind ecuaţia (2) pentru aer, apoi pentru heliu şi împărţind membru cu membru aceste două relaţii se obţine:

$$\frac{m_a}{m_{He}} = \frac{M_a}{M_H} \Rightarrow m_a = \frac{M_a}{M_H} m_{He} \qquad (3)$$

Ecuaţiile (1) şi (3) formează un sistem de două ecuaţii cu două necunoscute (m_a, m_{He}). Înlocuind valoarea lui m_a din (3) în (1) se obţine

$$m_{He} = \frac{F_a}{\left(\frac{M_a}{M_{He}} - 1\right) g} = \frac{29\,400}{\left(\frac{28{,}95}{4} - 1\right) 9{,}8} \approx 480 \text{ kg}$$

Volumul balonului se calculează din (2):

$$V = \frac{m_{He}}{M_{He}} \cdot \frac{T}{p} \cdot R = \frac{480}{4} \frac{233}{3{,}43 \cdot 10^4} \frac{8\,314}{4} \approx 1695 \text{ m}^3$$

Scanned with OKEN Scanner

b) La suprafaţa Pămîntului avem:

$$p = 1 \text{ at} = 9{,}8 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$T = 273 + 15 = 288\,^\circ\text{K}.$$

Scoţînd pe V din (2) şi înlocuind valorile numerice (considerînd masa de heliu de la *a*) se obţine

$$V = \frac{m_{\text{He}} RT}{p \cdot M_{\text{He}}} = \frac{480}{9{,}8 \cdot 10^4} \cdot \frac{8\,314}{4} \cdot \frac{288}{4} \approx 735 \text{ m}^3$$

Forţa ascensională se calculează din (1) unde masa aerului (m_a) se determină din (3):

$$m_a = \frac{28{,}95}{4} \cdot 480 = 3\,480 \text{ kg}$$

Din (1) se obţine:

$$F_a = (3\,480 - 480)\,9{,}8 = 3\,000 \cdot 9{,}8 = 29\,400 \text{ N}.$$

Rezultă că în aceste condiţii forţa ascensională rămîne aceeaşi.

2.109. Într-un cilindru se găsesc 10 dm³ gaz la temperatura de 10 °C. Presiunea gazului este menţinută constantă de greutatea pistonului mobil, care închide etanş cilindrul (fig. 2.5). Care va fi volumul ocupat de gaz, dacă acesta este încălzit pînă la 210 °C?

R. $V = 17{,}3$ dm³

2.110. La ce temperatură presiunea unui gaz închis într-un vas devine o treime din presiunea iniţială, dacă temperatura iniţială este de 0 °C?

R. $t = -182\,^\circ\text{C}$

2.111. Manometrul cu mercur, închis, al unei etuve arată presiunea zero (diferenţa de nivel a mercurului este zero) la starea normală tehnică ($t = 20\,^\circ\text{C}$ şi $p = 760$ torr), în care caz înălţimea coloanei de aer este de 900 mm (fig. 2.6). Capătul închis este plin cu aer, iar celălalt se leagă la o

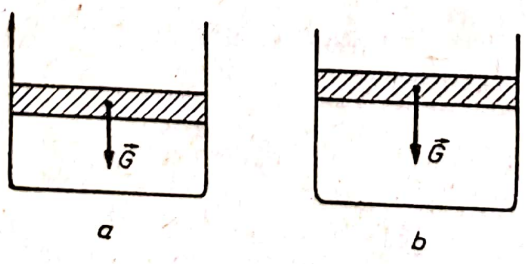


Fig. 2.5

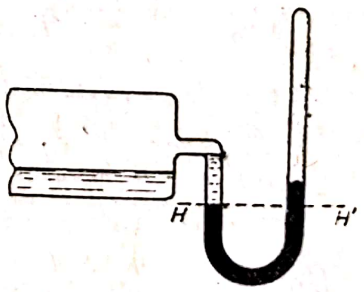


Fig. 2.6

etuvă. Care este presiunea din etuvă cînd înălțimea coloanei de aer este de 540 mm, temperatura aerului de 40 °C, denivelarea mercurului de 400 mm, iar înălțimea coloanei de apă condensată deasupra mercurului este de 800 mm? (Se neglijează variația densității cu temperatura.) Dar cînd se ține seama de variația densității cu temperatura, ce presiune în at este în etuvă?

R. 225 400 N/m²

2.112. Buteliile normale utilizate pentru înmagazinarea oxigenului au capacitatea de 40 l, încărcătura fiind de 6 m³N. *a)* Care este presiunea în butelia complet încărcată dacă temperatura locului de depozitare a acesteia este +35 °C? *b)* Ce cantitate de oxigen poate fi folosită dacă presiunea minimă la care poate fi utilizat oxigenul este de 6 at, iar temperatura buteliei este de 35 °C? ($\rho = 1{,}43$ kg/m³).

R. $p = 175$ at; $m = 8{,}286$ kg

2.113. Într-un recipient de 3 m³ se găsește oxigen la presiunea de 970 mm Hg și la temperatura de 100 °C. *a)* Care este greutatea specifică a oxigenului în această stare, dacă $\gamma_0 = 14{,}01$ N/m³? *b)* Care va fi presiunea în recipient și greutatea specifică a oxigenului dacă temperatura acestuia crește la 500 °C? (Se va da presiunea în at). Ce masă are oxigenul?

R. *a)* $\gamma = 13{,}093$ N/m³; *b)* $p = 2{,}73$ at; $\gamma = 13{,}093$ N/m³; $m \approx 4$ kg

2.114. O bulă de aer avînd temperatura de 100 °C și volumul de 0,1 cm³ se găsește la adîncimea de 1,033 m sub nivelul apei. Ce volum va ocupa cînd va ieși din apă la presiunea atmosferică normală și la temperatura de 27° C?

R. $V = 0{,}088$ cm³

2.115. Se consideră mase egale de azot și oxigen. Să se calculeze: *a)* raportul volumelor lor în aceleași condiții de temperatură și presiune; *b)* dacă temperatura azotului în °K este cu 10% mai mare ca a oxigenului, la ce presiuni volumele celor două mase egale de gaze vor fi egale. Care din cele două mase de gaz vor avea mai multe molecule și cu cît?

R. *a)* $\frac{V_{O_2}}{V_{N_2}} = \frac{7}{8}$; *b)* $p_{O_2} = \frac{7}{8{,}8} p_{N_2}$;

c) $\Delta n \approx 26{,}86 \cdot 10^{21} m$ molecule mai multe la azot decît la oxigen

2.116. Ce volum ocupă două molecule-gram de metan la temperatura de 546 °K și presiunea de 10 atm? Ce viteză medie au moleculele la această temperatură?

R. $V = 8{,}96$ l; $u = 922{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

2.117. Cîte molecule dintr-un gaz se află într-un vas cu capacitatea de 1 l, dacă temperatura gazului este de 27 °C, iar presiunea 10^{-6} mm Hg? Se consideră numărul lui Loschmidt $= 2{,}7 \cdot 10^{19}$ molecule/cm³. (Numărul

lui Loschmidt reprezintă numărul de molecule dintr-un centimetru cub de gaz luat la 0 °C şi 760 mm Hg).

R. $N = 3{,}2 \cdot 10^{13}$ molecule

2.118. 2,6 kg aer cu presiunea de 700 torr ocupă un volum de 2,5 m³. Care sînt temperatura şi densitatea aerului pentru condiţiile date? ($\rho_0 = 1{,}3$ g/l). Care este energia cinetică a moleculelor la aceste condiţii?

R. $t = 41{,}3$ °C; $\rho = 1{,}04$ g/l; $E_k = 225\,740$ J

2.119. Pentru o analiză se culeg 85 cm³ dintr-un gaz într-o eprubetă gradată şi răsturnată într-o chiuvetă cu mercur. Mercurul se ridică în eprubetă la 20 cm faţă de nivelul din chiuvetă. Să se calculeze masa gazului cules, ştiind că presiunea atmosferică este de 75 cm Hg şi temperatura de 25 °C. Densitatea relativă a gazului este de 1,53, iar $\rho_{aer} = 1{,}3$ g/l.

R. $m = 0{,}112$ g

2.120. O instalaţie pentru aer cald aspiră aerul din exterior la temperatura de −10 °C şi îl încălzeşte la +60 °C. Se cer: *a)* cantitatea de căldură necesară pentru încălzirea aerului, dacă instalaţia debitează 1 000 m³/h aer cald la presiunea de 780 mm Hg; *b)* cantitatea de căldură cedată aerului din încăperile încălzite, dacă aerul cald iese din acestea cu temperatura de 20 °C ($c_{aer} = 0{,}24$ cal/g · grd, $\rho_{aer} = 1{,}293$ kg/m³).

R. *a)* ≈ 76 401,84 kJ/h *b)* 43 660,1 kJ/h

2.121. Camera unui barometru de secţiune S conţine puţin aer. Într-o zi cînd temperatura este t °C şi presiunea H, el arată H_1 şi lungimea coloanei de aer este de l cm. În altă zi temperatura fiind t' °C, el arată H''. Se cere presiunea exterioară x în cazul al doilea. Se va neglija dilataţia mercurului şi a vasului.

R. $x = H'' + l \dfrac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t} \cdot \dfrac{H - H'}{1 + H' + H''}$

2.122. La ce temperatură oxigenul sub presiunea de 20 cm Hg va avea aceeaşi densitate cu hidrogenul la 0 °C şi presiunea de 260 cm Hg?

($d_{O_2} = 1{,}105$; $d_{H_2} = 0{,}069$).

R. $t = 63$ °C

2.123. Un rezervor cu capacitatea de 50 m³ cuprinde azot la temperatura de 0 °C şi presiunea de 800 mm Hg. Prin încălzire presiunea creşte la 3,7 at. Să se calculeze căldura absorbită de azot ($c_v = 0{,}188$ kcal/kg · grd; masa atomică $N = 14$).

R. $Q_v = 33869{,}068$ kJ

2.124. Viteza medie moleculară a hidrogenului la 0 °C este de 1 800 m/s. Să se calculeze: *a)* viteza medie moleculară a oxigenului dacă masa mole-

Scanned with OKEN Scanner

cularã a hidrogenului este 2 şi a oxigenului 32; *b)* densitatea absolută şi relativă a oxigenului; *c)* volumul ocupat de $6{,}02 \cdot 10^{19}$ molecule de oxigen la condiţiile normale şi masa gazului; *d)* masa atomului şi moleculei de oxigen.

R. *a)* $u_{02} = 450 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; *b)* $\rho_{O_2} \approx 1{,}429 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; $d \approx 1{,}105$;

c) $V = 2{,}24\ \text{cm}^3$, $m \approx 3{,}2\ \text{mg}$; *d)* masa moleculei $= 5{,}156 \cdot 10^{-23}$ g

2.125. Să se determine diametrul secţiunii transversale a unei conducte prin care circulă 31,4 kg azot pe minut la presiunea de 10,33 at şi cu viteza de 20 m/s, dacă temperatura este de 27 °C (masa moleculară este 28).

R. $d = \sqrt{\frac{4mp_0T}{\pi\rho_0 \cdot pT \cdot v}} \approx 5{,}4$ cm

2.126. Un balon de sticlă cu volumul de 2 l la 0 °C ($\alpha_s = 9 \cdot 10^{-6}$ grd^{-1}) cuprinde 2,6 g aer şi 0,9 g apă. Totul se încălzeşte la 100° C. Să se calculeze presiunea ce ia naştere în interiorul balonului.

R. $p \approx 2{,}12$ atm.

2.127. Pe platanele unei balanţe cu braţe egale se găsesc două baloane de sticlă, închise, cu razele $R_1 = R_2/2$, pîrghia fiind orizontală. Temperatura aerului este de 0 °C şi presiunea 760 torr. Presiunea devine 600 torr şi temperatura de 27 °C. Se cere: *a)* diferenţa maselor celor două baloane; *b)* în ce taler trebuie pusă o greutate suplimentară pentru echilibrarea balanţei, la schimbarea condiţiilor şi mărimea ei ($\alpha_s = 9 \cdot 10^{-6}$ grd^{-1} şi densitatea aerului ρ_0).

R. *a)* $m = \frac{28\pi R_1^3}{3}\rho_0$; *b)* $x \approx 6{,}72\pi R_1^3\rho_0$

Amestecuri de gaze

2.128. Compoziţia aproximativă în volume a aerului atmosferic pentru condiţiile normale este: 79% N_2 şi 21% O_2. Să se calculeze: *a)* presiunea pe care o exercită fiecare din gaze într-un litru de aer; *b)* masele respective în acelaşi volum, ştiind că raportul maselor m a unui litru de azot şi m' a unui litru de oxigen este 14/16, iar masa unui litru de aer este 1,293 g.

Rezolvare. *a)* Legea amestecurilor gazelor permite calculul presiunilor parţiale ale fiecărui gaz.

Pentru N_2: $790 \cdot 76 = 1\,000\,x$; $x = 60{,}04$ cm Hg.

Pentru O_2: $210 \cdot 76 = 1\,000\,y$; $y = 15{,}96$ cm Hg.

$$x + y = 76 \text{ cm Hg}$$

Scanned with OKEN Scanner

b) Masa M a unui litru de azot la presiunea de 60,04 cm Hg, notînd cu m masa unui litru la 76 cm Hg, va fi

$$M = \frac{m \cdot 60{,}04}{76} = m \cdot \frac{790}{1\,000}. \qquad (1)$$

Pentru un litru de oxigen, avem

$$M' = \frac{m' \cdot 15{,}96}{76} = m' \frac{210}{1\,000} \qquad (2)$$

Raportînd, relaţiile (1) şi (2) se obţine

$$\frac{M}{M'} = \frac{m}{m'} \cdot \frac{79}{21} = \frac{14}{16} \cdot \frac{79}{21} = \frac{79}{24}$$

Ştiind că

$$M + M' = 1{,}293$$

rezultă sistemul

$$\frac{M}{M'} = \frac{79}{24}\ ;\ M + M' = 1{,}293.$$

Prin rezolvare, se obţine

$$M = 0{,}990\ \text{g}\ ;\ M' = 0{,}303\ \text{g}$$

sau, în procente de greutate

$$N_2 = 76{,}55\%\ ;\ O_2 = 23{,}45\%$$

2.129. Un balon de sticlă cu capacitatea de 2 l la 0 °C este umplut cu aer uscat la presiunea de 76 cm Hg şi temperatura tot de 0 °C. Se încălzeşte la 100 °C şi se deschide într-un mediu cu presiunea de 74 cm Hg. Se cere masa aerului ieşit din balon (1 l aer la 0 °C şi 76 cm Hg cîntăreşte 1,293 g ; $\left(\gamma_{sticlă} = \frac{1}{38\,700}\ \text{grd}^{-1}\right)$.

R. $m = 0{,}74$ g

2.130. Într-un recipient cu volumul de 5 l, se introduc : 2 l oxigen cu presiunea de 5 at, 4 l hidrogen cu presiunea de 3 at şi 7 l azot cu presiunea de 10 at. Să se calculeze : *a)* presiunea exercitată de fiecare gaz ; *b)* presiunea amestecului, temperatura fiind considerată constantă.

R. $p = 18{,}4$ at

2.131. Într-un rezervor de 1 000 m³ se introduc 100 kg hidrogen şi 1 500 kg azot. Temperatura în rezervor este de 30 °C. Care sînt presiunile parţiale ale gazelor componente şi care este presiunea din rezervor ?

$$\rho_{H_2} = \frac{1}{11{,}2}\ \text{kg/m}^3\ ;\ \rho_{N_2} = 1{,}25\ \text{kg/m}^3.$$

R. $p_{H_2} = 1{,}286$ at ; $p_{N_2} = 1{,}376$ at ; $p = 2{,}662$ at

Scanned with OKEN Scanner

2.132. Cu cît variază diferența de nivel a apei $\Delta h = \Delta h' - \Delta h''$ dintre două capilare comunicante cu diametrele $d_1 = 0{,}1$ mm și $d_2 = 0{,}3$ mm la o încălzire de la 20 la 70 °C, dacă valoarea tensiunii superficiale a apei în funcție de temperatură este dată de relația

$$\sigma = (75 - 0{,}15 \cdot t) \cdot 10^{-3}$$

unde t este temperatura, în °C (fig. 2.7). (Se neglijează variația densității cu temperatura)

Rezolvare. Din legile capilarității avem

$$h_1 = \frac{4\sigma}{d_1 \cdot \rho \cdot g} \text{ și } h_2 = \frac{4\sigma}{d_2 \cdot \rho \cdot g},$$

$$\Delta h'_{(20)} = h_1 - h_2 = \frac{4\sigma_1(d_2 - d_1)}{\rho \cdot g\ d_1 \cdot d_2};$$

$$\Delta h''_{(70)} = h'_1 - h'_2 = \frac{4\sigma_2(d_2 - d_1)}{g\ \rho d_1 \cdot d_2};$$

$$\Delta h = \Delta h' - \Delta h'' = \frac{4(\sigma_1 - \sigma_2)(d_2 - d_1)}{g\ \rho d_1 d_2} = \frac{4\Delta\sigma(d_2 - d_1)}{g\ \rho d_1 \cdot d_2}$$

Prin înlocuire, se obține

$$\Delta h = \frac{4 \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3}}{4{,}8 \cdot 10^3 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-3}} = 0{,}0204 \text{ m} = 2{,}04 \text{ cm}$$

2.133. La ce presiune este supus aerul din interiorul unei bule cu raza de $5 \cdot 10^{-3}$ mm, care se găsește sub apă la adîncimea de 2 m? ($\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ $\frac{\text{N}}{\text{m}}$; pres. atmosferică = 76 cm Hg)

Rezolvare. Presiunea la care este supus aerul din bulă este:

$$P = H + \rho gh + p.$$

unde

H este presiunea atmosferică;

$\rho\ gh$ — presiunea exercitată de coloana de apă;

p — presiunea suplimentară produsă de membrana de apă care înconjură bula.

Echivalentul coloanei de apă în coloană de mercur este

$$(\rho gh)_{apă} = (\rho gh)_{Hg};\ h_{Hg} =$$

$$= \frac{\rho_{apă} \cdot h_{apă}}{\rho_{Hg}} = \frac{1 \times 200}{13{,}6} = 14{,}7 \text{ cm Hg}$$

$$p = \frac{2\sigma}{R} = \frac{2 \cdot 73 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0{,}29 \text{ atm} =$$

$$= 22{,}04 \text{ cm Hg}.$$

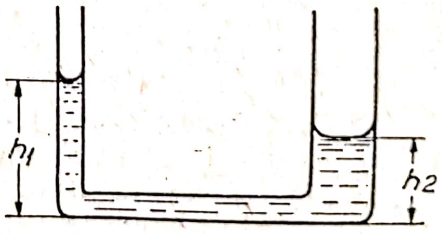


Fig. 2.7

Scanned with OKEN Scanner

Presiunea totală este

$$p = 76 + 14{,}7 + 22{,}04 = 112{,}74 \text{ cm Hg}$$

de unde

$$p = \frac{112{,}74}{76} = 1{,}453 \text{ atm.}$$

II $p = p_{atmosferică} + p_{apa} + p_{suplim}$.

care se scrie

$$p = \rho_{Hg} g h_{Hg} + \rho_{apa} g h_{apa} + \frac{2\sigma}{r}$$

Înlocuind cu valorile numerice se obține

$$p = 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}76 + 2 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 + \frac{2 \cdot 73 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-6}} \approx 147\,225 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} =$$

$$= 1{,}453 \text{ atm}$$

2.134. La ce înălțime se va ridica apa într-un tub capilar de sticlă cu diametrul interior de 2 mm dacă tensiunea superficială a apei este $\sigma = 73 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$? Dar cînd unghiul de racordare este 30° cît trebuie să devină raza tubului pentru același h?

R. $h = 1{,}49$ cm; $r \approx 0{,}865$ mm.

2.135. La un stalagmometru, gîtul d al picăturii ce se formează are 0,8 mm. Dacă numărul picăturilor este 56 și masa lor 1,5 g, să se calculeze tensiunea superficială a lichidului. Folosind un alt lichid, numărul picăturilor pentru același volum este 80, iar densitățile celor două lichide sînt $\rho_1 = 1{,}4$ g/cm³ și $\rho_2 = 0{,}8$ g/cm³. Ce tensiune superficială are cel de al doilea lichid?

R. $\sigma_1 = 104{,}5\ 10^{-3}$ N/m; $\sigma_2 = \sigma_1 \frac{n_1 \rho_2}{n_2 \rho_1} = 41{,}8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$

2.136. La ce înălțime se ridică apa dintre două plăci verticale și paralele de sticlă, scufundate parțial în apă, dacă distanța dintre ele este $d = 0{,}2$ mm? $\left(\text{Se ia } \sigma_{apă} = 73 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}} \text{ la } 20\,°\text{C}\right)$

R. $h = 7{,}45$ cm

2.137. Care este raportul înălțimilor apei și petrolului lampant în două tuburi capilare identice la 20 °C? ($\rho_{apă} = 1$ g/cm³; $\rho_{petrol} = 0{,}8$ g/cm³; $\sigma_{apă} = 73 \cdot 10^{-3}$ N/m; $\sigma_{petrol} = 24 \cdot 10^{-3}$ N/m).

R. $\frac{h(\text{apă})}{h\ (\text{petrol})} = 2{,}43$

Scanned with OKEN Scanner

2.138. Pe fundul unui vas care conține un strat de apă de 1 m grosime, se găsește o bulă de aer, ce urcă uniform, atingînd suprafața apei după 5 s. Se cere: *a)* care este raza bulei; *b)* la ce presiune se află aerul din bulă pe fundul vasului. Volumul și densitatea bulei se consideră constante în timpul mișcării $\left(R = \frac{C}{2} = 0{,}2;\ \rho_{aer} = 1{,}3\ \text{kg/m}^3;\ g = 10\ \text{m/s}^2;\ \sigma = 7 \cdot 10^{-2}\ \text{N/m};\right.$ $\left.p_{atmosf} = 760\ \text{torr};\ \rho_{Hg} = 13{,}6 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3\right)$

R. *a)* $r = \frac{3C\rho_0 v^2}{8(\rho_0 - \rho)g} \approx 6 \cdot 10^{-4}$ m; *b)* 834,98 torr.

2.139. Să se calculeze diferența de nivel a lichidului aflat în două vase capilare comunicante, cu diametrele d_1 și d_2 $(d_1 < d_2)$, dacă unghiurile de racordare sînt α_1 și α_2, densitatea lichidului ρ și tensiunea superficială σ.

R. $\Delta h = \frac{4\sigma}{\rho g d_1 d_2}(d_2 \cos\alpha_1 - d_1 \cos\alpha_2)$

2.140. Un cadru dreptunghiular are o latură mobilă cu masa de 0,1 g și lungimea de 5 cm. La scoaterea cadrului dintr-un lichid în poziție verticală, cu latura mobilă în jos, se produce o variație a energiei potențiale a stratului superficial de $5 \cdot 10^{-5}$ J. Să se calculeze pe ce distanță s-a deplasat latura mobilă dacă $\sigma = 5 \cdot 10^{-2}$ N/m și $g = 10$ m/s².

R. $\Delta l = 2{,}5$ mm.

Topirea și solidificarea

2.141. Într-un calorimetru cu apă, în care apa și echivalentul în apă al calorimetrului valorează 1 000 g și temperatura arătată de termometru este de 0 °C, se introduce o bucată de argint de 200 g, încălzită în vaporii apei care fierbe. Termometrul din calorimetru, care a indicat temperatura de 0 °C la începutul experienței arată la sfîrșit 1,17 °C. Se îndepărtează bucata de argint și se introduce imediat o bucată de gheață de 10 g cu temperatura de 0 °C. Temperatura coboară la 0,34 °C. Se cer: *a)* temperatura exactă a calorimetrului la sfîrșitul primei experiențe știind că $c_{Ag} = 238{,}26$ J/kg grd; *b)* temperatura indicată de termometru în apa care fierbe, admițînd că erorile de gradare sînt proporționale cu temperatura; *c)* căldura latentă, exactă, de topire a gheții.

Rezolvare. *a)* Notăm cu t temperatura finală a amestecului după prima experiență. Avem

$$200 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot 238{,}26\ \text{J/kg} \cdot \text{grd}\ (100° - t°) = 1\ \text{kg} \cdot 4\,180\ \frac{\text{J}}{\text{kg grd}}\ t°$$

de unde

$$t \approx 1{,}13\ °\text{C},$$

b) Diferența de temperatură arătată la termometru în plus este

$$\Delta t = 1{,}17 - 1{,}13 = 0{,}04\ °\text{C}.$$

Scanned with OKEN Scanner

La un grad corespunde $\frac{0,04}{1,13}$;

La 100 grade va corespunde $\frac{0,04}{1,13} \times 100 = \frac{4}{1,13} = 3,54$ °C.

Pentru 100 °C, temperatura arătată de termometru va fi

$$100° + 3,54° = 103,54\,°C.$$

c) Fie t' temperatura finală și l_t căldura latentă specifică de topire a gheței. Căldura primită de gheață ca să se topească este $10\,l_t$ și de apă ca să se încălzească pînă la t' este $10\,t'$. Ea este primită de la apă și calorimetru, în care s-a introdus gheața. Căldura cedată este $1000\,(t - t')$.

Deci

$$10 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot l_t + 10 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot 4\,180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{grd}} t'^{0} = 1\,\text{kg} \cdot 4\,180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{grd}} (t - t'$$

$$l_t = [100(t - t') - t']4\,180 \qquad (1)$$

Din enunț rezultă

$$0,34 = t' + \frac{0,04}{1,13} t'$$

de unde

$$t' = 0,33° \qquad (2)$$

Ținînd seama de (2), din (1) rezultă

$$l_t = [100(1,13 - 0,33) - 0,33]4\,180 = 333,02 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

2.142. Pentru a studia proprietățile termice ale sulfului, se efectuează următoarele experiențe:

1) O masă de 20 g din această substanță cu temperatura de 110 °C se introduce într-un calorimetru în care apa și echivalentul în apă valorează 267,75 g și au temperatura inițială de 17 °C. Temperatura finală ajunge la 18,20 °C.

2) Aceeași masă de sulf cu temperatura de 140 °C este introdusă în același calorimetru a cărui temperatură inițială este tot 17 °C. Temperatura urcă la 19,47 °C.

3) Se repetă experiența cu aceeași masă de sulf care se încălzește numai pînă la 125 °C. Temperatura inițială fiind 17°C cea finală ajunge la 19,2 °C.

Din aceste experiențe, să se deducă; *a)* căldura specifică medie a sulfului solid; *b)* căldura latentă specifică medie a sulfului lichid; *c)* căldura latentă de topire a sulfului. (Se ia drept punct de topire 115°C).

Rezolvare. *a)* Fie x căldura specifică medie a sulfului în stare solidă.

Se scrie ecuația

$$20 \cdot 10^{-3} \cdot \text{kg} \cdot x \cdot (110° - 18{,}2°) = 267{,}75 \cdot 10^{-3}\ \text{kg} \cdot 4\,180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{grd}} (18{,}2° - 17°)$$

de unde

$$x = 3\,135\ \text{J/kg} \cdot \text{grd} \qquad (1)$$

b) Fie y căldura specifică medie a sulfului în stare lichidă și l_t căldura latentă specifică de topire. Din experiențele 2 și 3 se pot scrie ecuațiile

$$20y(140° - 115°) + 20l_t + 20x(115° - 19{,}47°) =$$
$$= 267{,}75 \cdot 4\,180\ \text{J/kg} \cdot \text{grd}\ (19{,}47° - 17°) \qquad (\text{I})$$
$$20y\ (125° - 115°) + 20l_t + 20x(115° - 19{,}2°) =$$
$$= 257{,}75 \cdot 4\,180\ (19{,}2° - 17°) \qquad (\text{II})$$

Înlocuind pe x cu valoarea din (I), se obține

$$y \approx 102\ \text{J/kg} \cdot \text{grd}$$

Înlocuind pe x și y în ecuația (II), se obține

$$l_t = 42\,803{,}2\ \text{J/kg}$$

2.143. Care este cantitatea de căldură necesară pentru topirea a 5 kg cupru dacă temperatura lui inițială este de 84 °C și temperatura de topire 1 084 °C? ($c_{Cu} = 380$ J/kg · grd; $l_t = 175\,000$ J/kg).

R. $Q = 2775$ kJ

2.144. Să se calculeze cantitatea de căldură consumată pentru a transforma 2 kg gheață cu temperatura de −50 °C în apă cu temperatura de 50 °C ($c_{\text{gheață}} = 2\,090$ J/kg · grd, $l_t = 334{,}4$ kJ/kg).

R. $Q = 1295{,}8$ kJ

2.145. 2 kg apă cu temperatura $t_1 = 90$ °C trebuie răcite repede pînă la temperatura $\theta = 15$ °C. Cîtă gheață cu temperatura $t_2 = -20$ °C este necesară pentru a face această răcire?

R. $m = 1{,}428$ kg

2.146. 10 kg plumb cu temperatura inițială de 27 °C trebuie topite cu ajutorul unei lămpi cu petrol cu randamentul de 30%. Care este cantitatea de petrol consumată în acest scop? ($q = 4\,598 \cdot 10^4$ J/kg).

R. $m = 42{,}4$ g

2.147. De pe străzi cu suprafața totală de 10 000 m² s-a curățat zăpada cu ajutorul aparatelor de topit zăpada. Să se calculeze ce cantitate de lemn trebuie arsă în acest scop, dacă; zăpada are 20 cm grosime, densitatea 0,3 și temperatura −20 °C. Puterea calorică a lemnelor este de 13376 kJ/kg, iar randamentul aparatului de 60%.

R. $m = 28{,}125$ t lemne

Scanned with OKEN Scanner

2.148. Într-un calorimetru de fier cu masa de 1 000 g se găsesc 1 000 g apă cu temperatura inițială de 15 °C. În apa din calorimetru se toarnă o cantitate de 200 g cositor topit la temperatura de 480 °C. Temperatura finală devine 22,5 °C. Să se calculeze căldura latentă specifică de topire a cositorului, căldurile specifice în stare solidă și lichidă pentru cositor fiind presupuse egale ($c_s = c_1 = 250$ J/kg grd; $t_0 = 232$ °C: $c_{Fe} = 460$ J/kg grd).

R. $l_t = 59\,230{,}6$ J/kg

2.149. Două bucăți de gheață de cîte 500 g și cu temperatura de 0 °C se freacă între ele, consumîndu-se un lucru mecanic egal cu 200 000 J. Cîtă gheață s-a topit, considerînd că tot lucrul mecanic s-a transformat în căldură? Ce energie în kWh este necesară pentru topirea întregei cantități de gheață? $l_t = 334{,}4$ kJ/kg.

R. $m = 598$ g; $W = 92{,}88 \cdot 10^{-3}$ kWh

2.150. Cîtă zăpadă cu temperatura de 0 °C se poate topi sub roțile unui autocamion cu puterea de 42,7 CP, dacă el patinează un minut, iar 60% din puterea motorului este folosită la învîrtirea roților?

R. $m = 3{,}375$ kg

2.151. O sanie cu masa de 1 t se deplasează pe un drum orizontal. Zăpada peste care alunecă are temperatura de 0 °C și coeficientul de frecare dintre sanie și zăpadă este 0,04. Să se calculeze cîtă zăpadă se topește sub sanie pe distanța de 1 km.

R. $m = 1{,}17$ kg

2.152. Într-un cuptor se introduc 5 t fontă cu temperatura inițială de 65 °C. Temperatura de topire a fontei este 1 165 °C, să se calculeze cantitatea de cărbune necesară arderii în cuptor al cărui randament este de 60%, ca să se aducă fonta la temperatura de 1 365 °C, pentru a putea fi turnată $\left(c = 459{,}8 \text{ J/kg °K};\ q = 31\,350 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}},\ l_t = 96{,}14 \text{ kJ/kg}\right)$.

R. $m = 184{,}4$ kg

2.153. Într-un calorimetru cu masa de 200 g și căldura specifică de 920 J/kg · grd se găsește apă cu temperatura de 40 °C. În ea se mai introduce o bucată de cupru de 100 g cu temperatura de 100 °C și 25 g gheață cu temperatura de −20 °C. Să se calculeze masa apei din calorimetru la începutul experienței, dacă temperatura finală a amestecului devine 25 °C.

($c_{cupru} = 380$ J/kg · grd; $c_{gheață} = 2\,090$ J/kg · grd; $l_{gheață} = 334{,}4$ k J/kg)

R. $m = 102{,}7$ g

2.154. Într-o stațiune polară, apa necesară activității zilnice se obține din gheață prin topire. Dacă sînt necesare 1 000 kg apă pe zi cu temperatura de 25 °C, să se calculeze consumul zilnic de petrol al mașinii folosite

Scanned with OKEN Scanner

la topirea gheţei, randamentul ei fiind de 40%. Gheaţa are temperatura iniţială de −50 °C şi căldura specifică de 2 090 J/kg · grd. În staţiune existînd o rezervă de petrol de 10 m³ cu densitatea 0,85 g/cm³, să se calculeze pentru cîte zile este suficientă cantitatea de petrol.

R. 287 zile

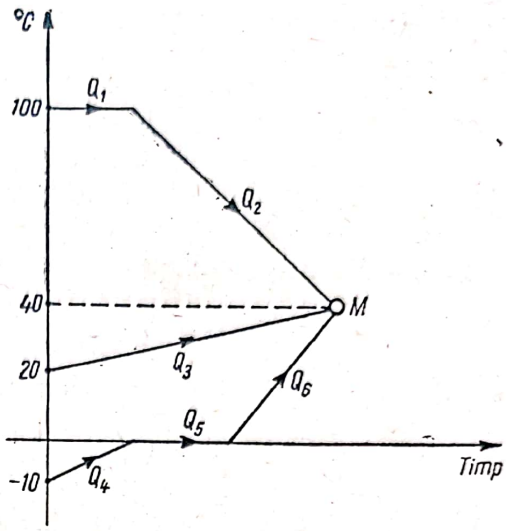


Fig. 2.8

2.155. Solul fiind acoperit de un strat de zăpadă gros de 0,02 m, cu temperatura de −5 °C, presupunem că va cădea pe el o ploaie cu temperatura de 10 °C în momentul căderii. Care trebuie să fie înălţimea apei rezultate din ploaie pentru ca toată zăpada să se topească? Densitatea zăpezii se ia 0,1. Se presupune că solul nici nu primeşte, nici nu cedează căldură.

R. 1,65 cm

2.156. Într-un calorimetru care cuprinde 294 g apă cu temperatura de 15 °C, se varsă 25 g fosfor topit cu temperatura de 64 °C. Temperatura finală a calorimetrului ajunge la 16,1 °C; să se calculeze căldura specifică de topire a fosforului. Echivalentul în apă al calorimetrului este 32,3 g; $t_0 =$ = 44 °C; c_l = 852,72 J/kg · grd şi c_s = 786,06 J/kg · grd.

R. $l_t = 20\,900 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$

2.157. Un glonte de plumb intră într-o scîndură groasă cu viteza de 500 m/s şi temperatura de 27 °C. Ce se întîmplă cu el, se topeşte sau nu? Care va fi temperatura finală? (c = 125 J/kg · grd l_t = 21 kJ/kg, t_{topire} = = 327 °C)

R. Se topeşte: θ = 857 °C.

Vaporizarea şi condensarea

2.158. În 100 g apă cu temperatura t_1 = 20 °C se introduc 20 g gheaţă cu temperatura t_2 = −10 °C şi apoi vapori de apă uscaţi cu temperatura t_3 = 100 °C. Să se calculeze masa vaporilor folosiţi, dacă temperatura finală a amestecului devine θ = 40 °C.

Rezolvare. Graficele schimbărilor stărilor de agregare pot fi urmărite în fig. 2.8. Starea finală a amestecului corespunde punctului M, iar cantităţile de căldură sînt indicate pe grafic.

Scanned with OKEN Scanner

Q_1 este căldura latentă de condensare a vaporilor la 100 °C;
Q_2 — cantitatea de căldură cedată de apa rezultată din vapori, care se răcește de la 100 °C la 40 °C;
Q_3 — cantitatea de căldură primită de apa care se încălzește de la 20 °C la 40 °C;
Q_4 — cantitatea de căldură primită de gheață ca să se încălzească de la −10° la 0 °C;
Q_5 — căldura latentă de topire a gheței;
Q_6 — cantitatea de căldură primită de apa rezultată din gheață ca să se încălzească de la 0 °C la temperatura finală de 40 °C.

Ecuația de echilibru este:

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6$$

sau

$$m_3 l_v + m_3 c_a (t_3 - \theta) = m_1 c_a (\theta - t_1) + m_2 c_g (0° - t_2) + m_2 l_t + \\ + m_2 c_a (\theta - 0°)$$

de unde se scoate masa vaporilor m_3.

$$m_3 = \frac{m_1 c_a (\theta - t_1) + m_2 [c_g (0 - t_2) + l_t + c_a (\theta - 0°)]}{l_v + c_a (t_3 - \theta°)}$$

Prin înlocuire rezultă:

$$m_3 = \frac{0{,}1 \cdot 4180(373 - 293) + 0{,}02[2090(273 - 263) + 334400 + 4180(313 - 273)]}{2\,257\,200 + 4\,180\,(373 - 313)} = \\ = 0{,}0075 \text{ kg}$$

sau în sistemul tolerat

$$m_3 = \frac{100 \text{ g} \cdot 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{grd}} (40° - 20°) + 20\text{g}\left[0{,}5 \frac{\text{cal}}{\text{g}} (0° + 10°) + 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}} + 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{grd}} (40° - 0°)\right]}{540 \frac{\text{cal}}{\text{g}} + 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{grd}} (100° - 40°)} = \\ = 7{,}5 \text{ g}$$

2.159. Ce cantitate de căldură este necesară pentru a încălzi pînă la fierbere 200 g apă cu temperatura inițială de 20 °C și a vaporiza din ea 25 g? ($l_v = 2\,257{,}2$ kJ/kg.)

R. $Q = 123310$ J

2.160. Prin 375 g apă cu temperatura de 15 °C se trec 18 g vapori de eter la temperatura de fierbere a acestuia. Temperatura amestecului a crescut la 19,7 °C. Să se calculeze căldura latentă de vaporizare a eterului (temperatura de fierbere a eterului este 35 °C); $\left(c = 2{,}341 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}\right)$.

R. $l_v = 373\,399{,}4$ J/kg

Scanned with OKEN Scanner

2.161. Gheața artificială se poate obține răcind apa cu ajutorul eterului care se vaporizează. Cît eter trebuie să vaporizăm ca să obținem 10 kg gheață din apă cu temperatura de 10 °C? ($l_{v\ (eter)} = 355{,}3$ kJ/kg)

R. $m = 10{,}59$ kg

2.162. Un sistem de a obține apă caldă pentru baie este acela de a trece prin cazanul de baie o serpentină prin care circulă vapori de apă. În mod normal, pentru o baie se folosesc 300 kg apă. Pentru încălzirea a 300 kg apă cu temperatura inițială de 10 °C s-au întrebuințat 15 kg vapori de apă cu temperatura inițială de 100 °C. Să se calculeze la ce temperatură a ajuns apa din cazan, a cărui masă este de 5 kg și care are căldura specifică 0,09 cal/g · grd masa serpentinei fiind 1 kg ($l_v = 2\,260$ kJ/kg).

R. $t = 39{,}9$ °C

2.163. Care este cantitatea de căldură necesară ca să transformăm 10 kg gheață cu temperatura de −15 °C în vapori de apă cu temperatura de 100 °C? Care va fi volumul ocupat de vapori la această temperatură și presiunea normală? $\left(l_t = 340\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}},\ l_v = 2\,300\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}},\ c_g = 2\,100\,\frac{\text{J}}{\text{kg grd}}\right)$.

R. $Q = 30\,895$ kJ; $V \approx 17$ m³

2.164. Un lac are suprafața de 225 m². Ce cantitate de căldură este necesară pentru a se evapora din apă, astfel ca nivelul să scadă cu 1 cm? Dacă apa nu s-ar evapora și toată căldura ar fi înmagazinată de apa din lac, cu adîncimea de 1 m, cu cît s-ar ridica temperatura apei? (Căldura de vaporizare a apei o considerăm egală cu 2 500 kJ/kg).

R. $Q = 553014 \cdot 10^5$ kJ; $t = 6$ °C

2.165. O bucată de cupru cu masa de 2 kg și temperatura de 1 000 °C se introduce în 1,6 kg apă cu temperatura de 25 °C. Apa își ridică temperatura pînă la 100 °C și o parte se vaporizează. Care este cantitatea de apă ce s-a vaporizat? ($c_{Cu} = 376$ J/kg · grd; $l_{v\ apă} = 2\,260$ kJ/kg).

R. $m = 77$ kg

2.166. În 10 kg apă cu temperatura de 0 °C introducem 5 kg gheață tot cu temperatura de 0 °C. În acest amestec se introduce o bucată de fier cu temperatura de 900 °C, astfel că tot amestecul capătă temperatura de 100 °C, iar 200 g apă se vaporizează. Să se calculeze masa bucății de fier folosite ($c_{Fe} = 460$ J/kg grd; $l_{v\ apă} = 2\,260$ kJ/kg)

R. $m = 22{,}8$ kg

2.167. Într-un amestec format din 5 kg apă și 2 kg gheață cu temperatura de 0 °C se introduc vapori de apă cu temperatura de 100 °C. Temperatura amestecului ajunge la 75 °C. Care este cantitatea de vapori folosită?

R. $m = 1{,}21$ kg

Scanned with OKEN Scanner

2.168. Pentru a se determina căldura latentă specifică de vaporizare a alcoolului, se face următoarea experienţă. Într-un calorimetru de cupru cu masa de 1 000 g, se toarnă 1 200 g apă cu temperatura iniţială de 0 °C. Apoi se introduc prin serpentina din apă, vapori de alcool proveniţi din fierberea a 400 g alcool la temperatura de 78 °C. Vaporii de alcool se condensează. Temperatura finală ajunge la 66,5 °C. Să se calculeze căldura latentă specifică de vaporizare a alcoolului.

R. $l_v = 868136$ J/kg

2.169. Aerul unei camere cu dimensiunile: lungimea 5 m, lăţimea 4 m şi înălţimea 4 m se încălzeşte cu ajutorul unui radiator de calorifer cu vapori de apă. Randamentul caloriferului fiind de 50% să se calculeze ce cantitate de vapori de apă este necesară ca să se ridice temperatura aerului de la 10 la 25 °C. Apa provenită din condensarea vaporilor ajunge la 85 °C ($c_{aer} = 1\,000$ J/kg · grd; $\rho_{aer} = 1{,}3$ kg/m³; $l_v = 2\,260$ kJ/kg).

R. $m = 1{,}345$ kg

2.170. Într-un calorimetru de aluminiu cu masa de 100 g, care conţine 300 g apă cu temperatura de 10 °C, se introduc 25 g gheaţă cu temperatura de −30 °C şi apoi 20 g vapori de apă uscaţi cu temperatura de 100 °C. Care va fi temperatura finală a amestecului? ($c_{Al} = 920$ J/kg · grd; $c_{gheaţă} = 2\,090$ J/kg · grd, $l_v = 2\,260$ kJ/kg, $l_t = 334$ kJ/kg).

R. $\theta = 39$ °C

2.171. Ce cantitate de lucru mecanic corespunde energiei calorice necesare pentru ca 10 kg apă cu temperatura de 10 °C să se încălzească pînă la 100 °C şi apoi să se vaporizeze la aceeaşi temperatură?

R. $L = 26334000$ J

2.172. Căldura latentă specifică de vaporizare a amoniacului lichid fiind de $209 \cdot 10^4$ J/kg, se cere cantitatea de gaz lichefiat ce trebuie vaporizată pentru a îngheţa 1 l apă cu temperatura de 20 °C. Vasul cîntăreşte 500 g şi are căldura specifică 418 J/kg · grd. Se ia densitatea apei 1 g/cm³.

R. $m = 202$ g

2.173. La un generator de vapori se foloseşte un cărbune de pămînt care cuprinde 75% C şi 5% H. Ce cantitate de cărbune din acesta trebuie arsă pentru a obţine 100 kg vapori de apă sub presiune, dacă apa fierbe la 187 °C şi căldura latentă de vaporizare este 2 000 kJ/kg? Puterea calorică a carbonului este $3\,344 \cdot 10^4$ J/kg şi a hidrogenului $14\,212 \cdot 10^4$ J/kg. Din focar 30% din căldura produsă prin ardere pleacă cu gazele. Temperatura iniţială a apei este de 17 °C.

R. $m \approx 12{,}02$ kg

Scanned with OKEN Scanner

2.174. În 100 g apă cu temperatura de 20° se introduc 40g gheaţă cu temperatura de −20°C. Se va topi toată gheaţa? Dacă nu, care este cantitatea de gheaţă care pluteşte? După topire, se introduc 4,555 g vapori apă la 100°C. Să se calculeze temperatura finală a amestecului ($c_{gheaţă}$ = = 2 090 J/kg°K; l_t = 334 kJ/kg; l_v = 2 260 kJ/kg).

R. *a)* Nu; m = 20 g; *b)* 9,09°C

2.175. O uzină chimică consumă 200 kg abur pe oră la presiunea de 1 atm. În generatorul de vapori se ard cărbuni cu puterea calorică de $209 \cdot 10^5$ J/kg. Se presupune că numai 60% din căldura rezultată din arderea combustibilului este luată de apă. Să se calculeze consumul orar de combustibil. Apa intră cu temperatura de 10°C.

R. 42 kg/h.

Higrometria

2.176. Într-un balon de 5 l plin cu aer uscat la 0°C şi sub presiunea de 750 mm Hg se introduc 25 g apă şi apoi se încălzeşte balonul pînă la 20°C. Care va fi presiunea amestecului gazos cînd apa se vaporizează pînă la formarea vaporilor saturanţi?

$$\left(p_{20} = 17{,}5 \text{ mm Hg}; \; d_{\text{vap. apă}} = \frac{5}{8}; \; \rho_{aer} = 1{,}3 \text{ g/l}\right).$$

Rezolvare. Iniţial, trebuie să calculăm forţa elastică a celor 25 g vapori de apă care ocupă 5 l la 20°C. Aceasta se scoate din relaţia masei vaporilor,

$$m = \frac{v \cdot d \cdot \rho \cdot f}{760(1 + \alpha t)}$$

unde

V este volumul, în l;
d — densitatea relativă a vaporilor în raport cu aerul;
ρ — densitatea aerului;
f — forţa elastică a vaporilor la temperatura t;
t — temperatura vaporilor.

Înlocuind, avem

$$0{,}25 = 5 \cdot \frac{5}{8} \cdot 1{,}3 \frac{f}{(1 + 20\alpha)760}.$$

sau

$$f = 50 \text{ mm Hg}$$

Valoarea găsită este inadmisibilă deoarece la 20°C forţa elastică maximă este 17,5 mm Hg. Deci, vaporii sînt saturanţi şi nu toată apa se vaporizează.

Scanned with OKEN Scanner

b) Presiunea aerului, fără să ţinem seama de dilataţia balonului, este

$$p = p_0(1 + \alpha t) = 750\left(1 + \frac{20}{273}\right) = 805 \text{ mm Hg}$$

Presiunea totală va fi

$$p_{tot.} = p + p_{20} = 805 + 17{,}5 = 822{,}5 \text{ mm Hg.}$$

2.177. Un volum de aer de 103 cm³, măsurat într-o eprubetă răsturnată într-o chiuvetă cu apă la 24 °C şi sub presiunea atmosferică, creşte cu 7,45 cm³ cînd temperatura creşte la 36 °C, nivelul apei menţinîndu-se acelaşi prin deplasarea eprubetei. Care este, în mm Hg, valoarea presiunii atmosferice? Care va fi eroarea asupra rezultatului pentru o eroare de 1 mm asupra presiunii apei la 24 °C?

R e z o l v a r e. Se notează: H = presiunea atmosferică;

$t = 24\,°C$; $t' = 36\,°C$; $f = 44$ mm Hg;

$f' = 22$ mm Hg; $V' = 103 + 7{,}45 = 110{,}45$ cm³; $V = 103$ cm³.

Aerul din eprubetă la temperatura $t\,°C$ are presiunea

$$H - f_t \text{ şi la } t'\,°\text{: } H - f'_{t'}.$$

Prin aplicarea legii gazelor perfecte, se obţine

$$\frac{(H - f_t)V}{1 + \alpha t} = \frac{V'(H - f'_{t'})}{1 + \alpha t'}$$

de unde

$$H = \frac{Vf_t(1 + \alpha t') - V'f_{t'}(1 + \alpha t)}{V(1 + \alpha t') - V'(1 + \alpha t)}$$

Înlocuind se obţine

$$H = \frac{103 \cdot 22(273 + 36) - 110{,}45(273 + 24) \cdot 44}{103(273 + 36) - 110{,}45(273 + 24)} = 760{,}9 \text{ mm Hg}$$

Dacă luăm în loc de f_t, $f_{t'}$, aplicînd formula de mai sus obţinem, presiunea H'

$$H' = \frac{Vf_{t'}(1 + \alpha t') - V'f_{t'}(1 + \alpha_t)}{V(1 + \alpha t') - V'(1 + \alpha t)}$$

de unde

$$H - H' = \frac{V(1 + \alpha t')(f_t - f'_t)}{V(1 + \alpha t') - V'(1 + \alpha t)}$$

Dacă f_t va avea o eroare de ± 1, adică $f_t - f_{t'} = \pm 1$ mm Hg, vom avea

$$H - H' = \frac{\pm 103(273 + 36)}{103(273 + 36) - 110{,}45(273 + 24)} = \pm 32{,}6 \text{ mm Hg.}$$

Scanned with OKEN Scanner

Deci eroarea este destul de mare.

2.178. Să se determine punctul de aburire, dacă temperatura aerului este 20 °C şi umiditatea relativă este 49% (p_{20} = 17,5 mm Hg).

R. $t \approx 9$ °C

2.179. Umiditatea relativă a aerului este 40% şi el are temperatura de 29 °C. Să se calculeze cantitatea de vapori ce mai trebuie să treacă într-un metru cub din acest aer pentru a se satura.

R. 17,22 g/m³

2.180. O sală de clasă are lungimea de 15 m, lăţimea de 6 m şi înălţimea de 4 m. Aerul din ea are temperatura de 21 °C, iar punctul de aburire este 12 °C. Se lasă aici un vas deschis care cuprinde 2 kg apă. Se va satura aerul dacă toată apa se evaporă, admiţînd că sala este perfect închisă? Dacă nu, ce cantitate mai este nevoie?

R. m = 736 g

2.181. Presiunea aerului într-o cameră este de 765 torr la temperatura de 25 °C. Să se calculeze cît devine presiunea în cameră cînd umiditatea aerului scade de la 65 la 30%, dacă toate celelalte condiţii nu se schimbă (F_{25} = 23,8 mm Hg).

R. p = 756,67 mm Hg

2.182. O sală de spectacole are dimensiunile: 25 × 10 × 6m³. La terminarea spectacolului, temperatura este de 20 °C şi umiditatea relativă de 78,61%. Noaptea, temperatura scade la 8 °C. Ce cantitate de vapori de apă s-a condensat?

R. m = 7,95 kg

2.183. Temperatura aerului este seara de 16 °C, iar umiditatea relativă de 65%. În timpul nopţii, temperatura scade la 4 °C. Va cădea oare rouă? În caz afirmativ, să se calculeze cantitatea de vapori de apă care se condensează din fiecare metru cub de aer.

R. Da; 2,44 g

2.184. Presiunea atmosferică la temperatura de 25 °C este 766 mm Hg, iar umiditatea relativă este 70%. Dacă temperatura scade la −10 °C şi umiditatea relativă ajunge la 80%, celelalte condiţii neschimbîndu-se, să se calculeze cît devine presiunea atmosferică.

R. p = 750,98 mm Hg

2.185. Doi litri de aer semisaturaţi cu vapori de apă cu temperatura de 30 °C şi presiunea de 76 cm Hg sînt supuşi, fără schimbarea temperaturii la o presiune de 304 cm Hg. Să se calculeze volumul aerului în acest caz (p_{30} = 30,5 mm Hg).

R. V = 0,495 l

Scanned with OKEN Scanner

2.186. Se introduce alcool în camera barometrică a unui tub Torricelli. Diferența nivelurilor mercurului în tub și în chiuvetă este de 74,5 cm și înălțimea coloanei de alcool rămas lichid este de 4 cm. Știind că înălțimea coloanei barometrice este 76 cm Hg, densitatea alcoolului 0,8 și densitatea mercurului 13,6, să se calculeze tensiunea maximă a vaporilor de alcool la temperatura la care are loc experiența.

R. $p = 12{,}6$ mm Hg

2.187. Un metru cub aer cu temperatura de 10 °C cuprinde 4,1 g vapori de apă. Să se calculeze starea higrometrică a acestui aer știind că tensiunea maximă a vaporilor de apă la temperatura de 10 °C este $p = 9{,}2$ mm Hg $\left(s = \frac{m_{vapori\ din\ aer}}{M_{masa\ maximă\ vap.}}\right)$

R. 43,6%

2.188. S-a stabilit cu ajutorul unui higrometru chimic că fiecare litru de aer din atmosferă cuprinde 2 cg de apă. Temperatura fiind de 27,3 °C și înălțimea barometrică 750 mm Hg, se cer: *a)* starea higrometrică a aerului (densitatea vaporilor de apă în raport cu aerul este $\frac{5}{8} = 0{,}625$, presiunea vaporilor de apă la temperatura de 27,3 °C este de 26 mm Hg); *b)* cînd temperatura ambiantă scade la 12 °C și în același timp presiunea barometrică urcă la 760 mm Hg, să se calculeze cantitatea de apă care se depune pentru fiecare litru de aer luat în noua stare. Presiunea de saturare a vaporilor de apă la 12 °C este de 10 mm Hg.

R. *a)* $s = 0{,}76$; *b)* $\Delta m = 0{,}98$ cg

2.189. O coardă fixată la ambele capete are lungimea de 60 cm. Pusă în oscilație prin ciupire, emite sunete proprii la care armonica a treia are frecvența de 100 Hz. Să se calculeze: *a)* lungimea de undă a primei armonice și viteza de propagare a oscilațiilor în coardă; *b)* timpul în care sunetul corespunzător acestor oscilații va ajunge la un observator așezat la distanța de 100 m în aer, cu umiditatea relativă de 70% și cu temperatura de 27,3 °C. Se consideră presiunea atmosferică, $H = 760$ torr și viteza sunetului în aerul uscat la 0 °C de 330 m/s și presiunea vaporilor saturanți 26,8 torr; *c)* lungimea de undă a sunetului în aer.

R. *a)* $v = 40$ m/s; *b)* $t = 0{,}288$ s; *c)* $\lambda = 10{,}41$ m

Lucrul mecanic produs de gaze și vapori
(Mașini termice)

2.190. Să se calculeze puterea indicată de o mașină cu vapori monocilindrică, în care cilindrul are un diametru de 50 cm. Cursa este de 76 cm și face 90 rot/min. Diagrama stabilită de indicatorul lui Watt (diagrama reală) este cea din figura 2.9. Randamentul mecanic al mașinii este de 80%.

Scanned with OKEN Scanner

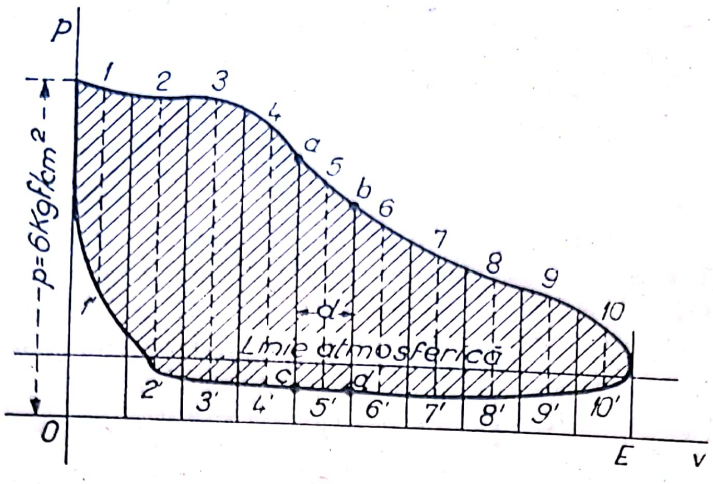


Fig. 2.9

R e z o l v a r e. Puterea indicată de mașină este

$$P_i = \frac{p_m \cdot A \cdot 2 \cdot l \cdot n}{60} \text{ W},$$

unde

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi 50^2}{4} = 1\,962{,}5 \text{ cm}^2.$$

Presiunea medie se calculează din diagramă, măsurînd ordonatele 11', 22', 33' etc., unde 6 mm măsurați pe ordonată reprezintă 1 kgf/cm².

Deci, presiunea medie va fi

$$p_m = \frac{1}{10}(1\,1' + 2\,2' \ldots 10\,10') \cdot \frac{1}{6} \cdot 9{,}8 \text{ N/cm}^2.$$

Prin măsurare, se obține

$$P_m = \frac{(3{,}73 + 4{,}93 + 5{,}00 + 4{,}54 + 3{,}46 + 2{,}86 + 2{,}40 + 2{,}00 + 1{,}60 + 1{,}13) \cdot 9{,}8}{10} =$$

$$= 31{,}017 \text{ N/cm}^2$$

Deci

$$P_i = \frac{31{,}017 \text{ N/cm}^2 \times 1\,962{,}5 \text{ cm}^2 \times 0{,}76 \text{ m} \cdot 90}{30 \text{ s}} = 137\,026 \text{ W}$$

Puterea utilă va fi $P_u = P_i \cdot \eta = 137\,026 \cdot 0{,}8 = 109\,620{,}8$ W

2.191. Într-o mașină termică cu acțiune dublă, presiunea medie a vaporilor este de 2 at. Diametrul pistonului $D = 50$ cm; diametrul cozii pistonului este $d = 6$ cm. Cursa pistonului $l = 100$ cm. Randamentul mecanic al mașinii este de 85%. Să se afle: *a)* puterea mașinii în cazul cînd face 150 rot/min; *b)* momentul mecanic rezistent pe care-l poate învinge.

R. *a)* $P = 161{,}06$ kW; *b)* $m = 10\,262{,}5$ Nm

2.192. Printr-o turbină de abur trec 10 kg abur într-o secundă. Un kilogram de abur conține la intrare 2 787 224 J, iar la ieșire mai conține 2 689 740 J. Să se calculeze puterea turbinei dacă randamentul mecanic este de 90%.

R. $P = 898{,}2$ kW

2.193. O mașină cu abur lucrează la o presiune de 20 atmosfere, căreia îi corespunde o temperatură a aburului de 213 °C. La ieșirea din cilindru, aburul mai păstrează presiunea de 1,5 atmosfere, căreia îi corespunde temperatura de 111 °C. Să se calculeze randamentul acestei mașini. Ce cantitate de cărbuni ($q = 3 \cdot 10^7$ J/kg) este necesară pentru obținerea unei tone de vapori? ($t_0 = 13°$; $t = 133°$ C) Randamentul încălzitorului este 30%.

R. $\eta = 20{,}9\%$

2.194. O mașină termică lucrează între temperaturile de 327 și 100 °C. Ea consumă pe oră 140 kg cărbuni cu puterea calorică de 29 260 kJ/kg. Să se calculeze: *a)* randamentul real, dacă din randamentul teoretic ea nu realizează decît 40%; *b)* energia debitată într-o oră, dacă generatorul de vapori primește de la sistemul de încălzire 70% din căldura de ardere; *c)* puterea mașinii în CP și în kW.

R. *a)* 15,12%; *b)* 434 040 099 J; *c)* 126,7 kW; $\approx$ 172 CP

2.195. O mașină cu vapori are o putere de 20 000/3 W și primește în condensator într-o secundă o cantitate de căldură echivalentă cu 20 000 J. Randamentul care se calculează după aceste date (randamentul teoretic) este 9/10 din randamentul maxim al mașinii care urmează ciclul Carnot. Se cere temperatura sursei reci, cea a sursei calde fiind de 140 °C.

R. $t_2 = 25{,}3$ °C

2.196. Pistonul unei mașini cu vapori cu dublu efect are aria secțiunii de 500 cm² și cursa de 60 cm. Vaporii sînt admiși la presiunea de 10,2 at. La sfîrșitul cursei, cilindrul este pus în legătură cu un condensator (se neglijează presiunea din condensator). Se cer: *a)* puterea dezvoltată de mașină, știind că pistonul face 150 curse complete pe minut; *b)* greutatea vaporilor consumați pe oră și pe kilowatt, vaporii admiși în cilindru avînd o masă specifică de 5,2 kg/m³; *c)* randamentul termic al mașinii, știind că pentru un consum de 1 kg vapori, cantitatea totală de căldură pe care trebuie s-o furnizeze încălzitorul este egală cu 2 591,6 kJ; *d)* randamentul său teoretic, știind că încălzitorul și condensatorul sînt, respectiv, la temperaturile de 180 și 40 °C.

R. *a)* $P = 204$ CP $= 150{,}14$ kW; *b)* 2 808 kg/h; 18,72 kg/kWh; *c)* $\eta = 7{,}3\%$; *d)* $\eta_t = 31\%$

2.197. O locomotivă Diesel cu șase osii are masa de 114 t și o putere de 2 100 CP, atingînd viteza de 100 km/h. Drept combustibil folosește motorina ($q = 41\,800$ kJ/kg) cu un consum de 175 g/CP h. Să se calculeze: *a)* presiunea ce o exercită pe șine, dacă suprafața de contact dintre roată

Scanned with OKEN Scanner

și șină este de 5 cm²; *b)* ce forță de tracțiune utilă poate produce pe un drum orizontal la viteza maximă, dacă coeficientul de frecare este 0,003; *c)* randamentul locomotivei.

R. a) $p = 1\,900$ at; *b)* $F = 52\,214{,}4$ N; *c)* $\eta = 36{,}2\%$

2.198. Un autobuz are masa de 5 820 kg și este prevăzut cu o sarcină utilă de 5 180 kg. Motorul are puterea de 120 kW consumînd 30 l benzină la 100 km parcurși, cu o viteză maximă de 90 km/h. Să se calculeze: *a)* randamentul motorului; *b)* forța de tracțiune pe care o exercită la viteza maximă; *c)* cît la sută din putere folosește la urcarea unei pante de 0,1 dacă într-un minut de la plecarea din repaus atinge viteza de 43,2 km/h pe un drum cu coeficientul de frecare egal cu 0,01 ($\rho_{benzină} = 0{,}75$ g/cm³; $q = 4{,}4 \cdot 10^4$ kJ/kg).

R. *a)* $\eta = 48{,}4\%$; *b)* $F = 4\,800$ N; *c)* $P \approx 70\%\ P_{max}$

2.199. O pompă cu randamentul de 80% și debitul de 0,5 m³/s refulează un lichid de densitate 1,2 g/cm³ cu viteza de 1 m/s. Motorul cu ardere internă ce acționează pompa are randamentul de 50% și folosește combustibil cu puterea calorică de $5 \cdot 10^7$ J/kg. Să se calculeze consumul de combustibil în 24 ore. Dar ca să ridice lichidul la 5 m înălțime?

R. $m = 1{,}296$ kg; *b)* $m_1 = 127$ kg.

2.200. Într-un cilindru se comprimă izoterm 64 g oxigen la temperatura de 27 °C de la 1 atm la 8 atm. Să se calculeze cantitatea de căldură cedată mediului exterior.

R. $Q = L = \frac{m}{M} RT \ln \frac{P_2}{P_1} \approx 10\,380$ J

2.201. Un metru cub de aer se găsește într-un cilindru cu piston de masă neglijabilă și care se mișcă fără frecare. Presiunea atmosferică este de 760 torr și temperatura de 0 °C. Să se calculeze: 1° cantitatea de căldură necesară încălzirii gazului pînă la 346 °C cînd: *a)* pistonul este imobil; *b)* pistonul este mobil; 2° căldura specifică sub presiune constantă. ($\rho = 1{,}3$ kg/m³, $c_v = 700$ J/kg·grd)

R. 1° *a)* $Q_1 = 496\,860$ J; *b)* $Q_2 = 699\,510$ J; 2° $c_p = 985$ J/kg · grd

2.202. O eprubetă are volumul de 101 cm³, limitat de un dop. Ea cuprinde 1 cm³ eter lichid și restul aer la temperatura de 0 °C. Forța de frecare dintre dop și pereții eprubetei este de 40π N, diametrul eprubetei este de 2 cm, iar presiunea atmosferică are valoarea considerată normală de 10^5 N/m². Să se calculeze: *a)* temperatura de încălzire a conținutului eprubetei ca dopul să se deplaseze pe distanța de 1 cm; *b)* cantitatea de căldură consumată la încălzirea conținutului eprubetei pînă la temperatura calculată la punctul *a)*.

($\rho_{eter} = 0{,}74$ g/cm³, $\rho_{aer} = 1{,}3$ g/l, $c_{v(aer)} = c_{v(eter)} = 600$ J/kg grd, $c_{eter} = 2\,400$ J/kg · grd, $t_{fierbere} = 35$ °C, $l_v = 360$ kJ/kg).

R. *a)* $t = 165$ °C; *b)* $Q \approx 447{,}7$ J

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul III

ELECTRICITATEA

A. ELECTROSTATICA

Considerații teoretice

Acțiunea reciprocă dintre două sarcini electrice punctuale q_1 și q_2, aflate într-un mediu cu permitivitatea ε la distanța r una de alta, este dată de legea lui Coulomb, care în SI se exprimă prin relația

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon r^2} \tag{1}$$

unde q_1 și q_2, sarcinile electrice sînt date în coulombi, r, distanța în metri ε în farazi pe metru, iar forța F, rezultă în newtoni, permitivitatea $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ unde ε_r este permitivitatea relativă a mediului, iar

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \cdot 9^{-1} \cdot 10^{-9} \frac{\text{F}}{\text{m}} = 8{,}856 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \tag{2}$$

este permitivitatea vidului.

Avînd în vedere valoarea lui ε_0 în SI, legea lui Coulomb se mai scrie

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1 q_2}{\varepsilon_r r^2} \tag{3}$$

deoarece $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$.

Permitivitatea relativă ε_r a unui mediu dielectric este raportul dintre permitivitatea (absolută) ε a acelui mediu și permitivitatea vidului ε_0 adică

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \tag{4}$$

Permitivitatea relativă este un număr fără dimensiuni.

Obs. În toate problemele din această lucrare, permitivitatea este dată prin valoarea ei relativă.

Densitatea electrică superficială σ este cantitatea de electricitate Q repartizată uniform pe unitatea de suprafață S a unui conductor electrizat

$$\sigma = \frac{Q}{S} \tag{5}$$

Orice cantitate de electricitate Q este formată dintr-un număr întreg n de sarcini elementare e

$$Q = ne, \tag{6}$$

Scanned with OKEN Scanner

în care $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$C. Particula încărcată cu această sarcină elementară negativă se numește electron; masa electronului (m_e) este

$$m_e = 9{,}107 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Intensitatea cîmpului electric E are expresia

$$E = \frac{F}{q}. \tag{7}$$

Intensitatea cîmpului electric E produs într-un punct A de mai multe sarcini punctuale $q_1, q_2 \ldots$ aflate la distanțele $r_1, r_2 \ldots$ de A este egală cu rezultanta vectorială a intensităților $E_1, E_2 \ldots$ produse respectiv de sarcinile $q_1, q_2 \ldots$ în acel punct (fig. 3.1).

Înlocuind forța prin valoarea ei dată de legea lui Coulomb, expresia intensității cîmpului electric, este

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon \cdot r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Q}{\varepsilon_r r^2} \tag{8}$$

În cazul cîmpului electrostatic omogen, se poate folosi formula

$$E = \frac{U}{r} \tag{9}$$

Unitatea SI a intensității cîmpului electrostatic este deci V/m (volt pe metru)

$$1 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}} \tag{10}$$

Un volt pe metru reprezintă intensitatea unui cîmp electrostatic în care asupra unei sarcini de un coulomb acționează o forță de un newton.

Intensitatea cîmpului unui plan infinit încărcat în mod uniform este

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon}. \tag{11}$$

Fluxul electric Φ care trece prin suprafața S, a cărei normală N face unghiul α cu direcția liniilor de forță ale cîmpului E (fig. 3.2), este dat de formula

$$\Phi = ES \cos \alpha = ES_0.$$

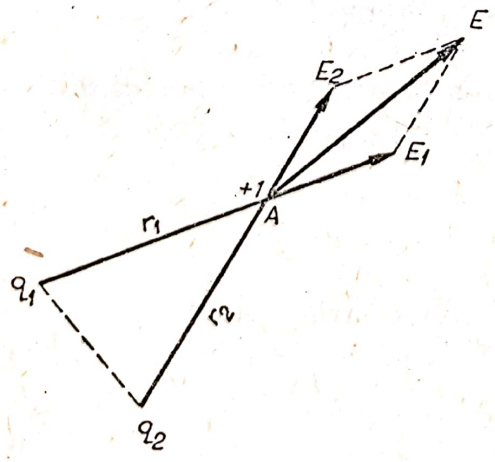


Fig. 3.1

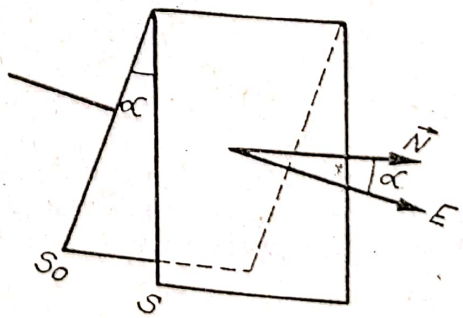


Fig. 3.2

unde S_0 este proiecția $S_0 = S \cos \alpha$ a suprafeței S pe un plan perpendicular pe liniile de forță.

Tensiunea electrică U produsă între două puncte A și B ale cîmpului electric, de către o sarcină punctuală q aflată la distanțele r_1 și r_2 de cele două puncte, are expresia

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \tag{13}$$

Potențialul produs de o sarcină punctuală q într-un punct aflat la distanța r de ea va fi

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon \cdot r} \Rightarrow V = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{\varepsilon_r \cdot r} \cdot \tag{14}$$

Potențialul produs de mai multe sarcini punctuale este

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i \tag{15}$$

În SI potențialul și tensiunea electrică se măsoară în volți (V). Pornind de la relația $L = U \cdot q$, rezultă $1\ \mathrm{V} = \frac{1\mathrm{J}}{1\mathrm{C}}$.

Un conductor încărcat cu sarcina Q, posedă un potențial V; raportul constant Q/V, se numește capacitatea conductorului respectiv

$$C = \frac{Q}{V} \tag{16}$$

Unitatea SI de capacitate electrică este faradul

$$1\mathrm{F} = \frac{1\mathrm{C}}{1\mathrm{V}} \tag{17}$$

Dacă conductorul este o sferă de rază r capacitatea sa este dată de formula

$$C = \frac{Q}{V} = Q \cdot \frac{4\pi\varepsilon r}{Q} = 4\pi\varepsilon r \Rightarrow C = \frac{1}{9 \cdot 10^9}\varepsilon_r \cdot r \tag{18}$$

Capacitatea C a unui condensator plan se măsoară prin raportul dintre sarcina unei plăci și diferența de potențial dintre plăci,

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} \tag{19}$$

Capacitatea C a unui condensator plan avînd aria comună a armăturii egală cu S, distanța dintre armături d și între armături un dielectric cu permitivitatea ε va fi

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} \tag{20}$$

Scanned with OKEN Scanner

Între capacitatea C_0 a unui condensator avînd ca dielectric vidul și între capacitatea lui C cînd are între armături un dielectric cu permitivitatea absolută ε, există relația

$$C = C_0 \cdot \varepsilon \tag{21}$$

Permitivitatea absolută a dielectricului este o mărime dimensională.

Capacitatea echivalentă C a unui sistem de condensatoare $C_1, C_2, C_3 \ldots$ legate în paralel este

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i \tag{22}$$

Capacitatea echivalentă C a unui sistem de condensatoare $C_1, C_2, C_3 \ldots$ legate în serie este dată de relația

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \tag{23}$$

Energia unui condensator de capacitate C, încărcat la tensiunea U dintre armături, este dată de formula

$$W = \frac{1}{2} CU^2. \tag{24}$$

APLICAȚII

Legea lui Coulomb

3.1. Două sarcini punctuale $q_1 = +5 \cdot 10^{-7}$ C și $q_2 = -5 \cdot 10^{-7}$ C se găsesc în aer la $d = 10$ cm una de alta. Ce intensitate are cîmpul produs de ele în punctul A aflat la $r_1 = 20$ cm de prima sarcină și la $r_2 = 15$ cm de a doua sarcină?

R e z o l v a r e. Intensitatea cîmpului E va fi rezultanta intensităților E_1 și E_2 produse în A de cele două sarcini q_1 și q_2 (fig. 3.3):

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha} \tag{1}$$

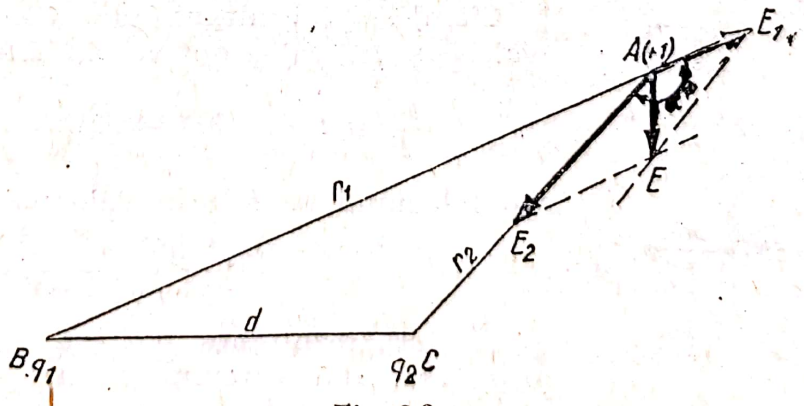


Fig. 3.3

unde:

$$E_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{q_1}{\varepsilon_r \cdot r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot (20 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{45}{4} \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} \tag{2}$$

$$E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{q_2}{\varepsilon_r \cdot r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot (15 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{45}{2{,}25} 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} \tag{3}$$

Pentru a calcula pe cos α se aplică teorema generalizată a lui Pitagora în triunghiul ABC. Se obține:

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos \alpha$$

de unde

$$\cos \alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2} = \frac{10^2 - 20^2 - 15^2}{2 \cdot 20 \cdot 15} = -\frac{525}{600} \tag{4}$$

Ținînd seamă de (2), (3) și (4), relația (1) devine:

$$E = \sqrt{\left(\frac{45}{4}\right)^2 \cdot 10^8 + \left(\frac{45}{2{,}25}\right)^2 \cdot 10^8 - 2 \cdot \frac{45}{4} \cdot \frac{45}{2{,}25} \cdot 10^8 \frac{525}{600}} = 1{,}15 - 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot$$

3.2. Trei bile identice de greutate p sînt suspendate în aer de un același punct prin fire de aceeași lungime l. Ele sînt încărcate cu aceeași cantitate de electricitate q. Fie R raza cercului care trece prin centrele celor trei bile. Ce relație există între q, R, p și l?

Ca aplicație se va determina q, presupunînd $R = 10$ cm, $l = 20$ cm și $p = 12{,}96 \cdot 10^{-3}$ N.

Rezolvare. Centrele celor trei bile formează un triunghi echilateral înscris într-un cerc orizontal de rază R (fig. 3.4). Distanțele dintre ele sînt

$$AB = AC = BC = r = R\sqrt{3}$$

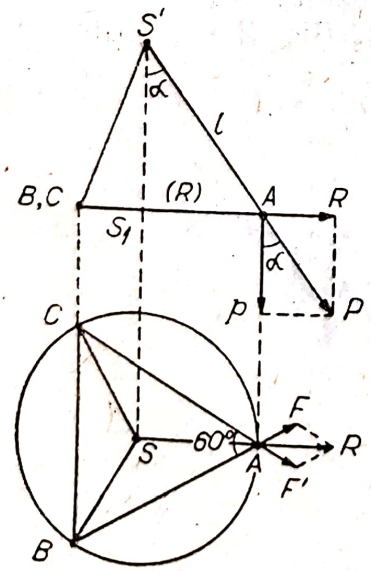


Fig. 3.4

Forța F cu care bila A, de exemplu este respinsă fie de B, fie de C, are valoarea

$$F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon r^2} = \frac{q^2}{12\pi\varepsilon R^2}$$

Cît, despre rezultanta AR a celor două forțe egale F și F', ea se obține din relația

$$\frac{AR}{2} = F \cos 30° \Rightarrow \overline{AR} = F \cdot \sqrt{3}$$

sau înlocuind pe F prin valoarea sa, avem

$$AR = \frac{q^2}{4\sqrt{3}\pi\varepsilon R^2} \tag{1}$$

Această rezultantă AR este, ca și cele două forțe, în planul cercului și, mai mult, în prelungirea razei SA.

Bila A rămîne în echilibru sub acțiunea celor două forțe: una AR orizontală, alta egală cu greutatea sa p, verticală; rezultanta forțelor AR și p este deci dirijată după direcția firului de care este suspendată bila A, proiectată în adevărata mărime pe $S'A$. Să studiem proiecția verticală a sistemului: în triunghiul $R'A'P$ avem

$$AR = p \operatorname{tg} \alpha \tag{2}$$

și în triunghiul $S_1S'A$:

$$R = \sqrt{l^2 - R^2} \operatorname{tg} \alpha \tag{3}$$

Împărțind membru cu membru relațiile (2) și (3) se obține

$$\frac{AR}{R} = \frac{p}{\sqrt{l^2 - R^2}}$$

și înlocuind pe AR prin valoarea sa dată de ecuația (1), se obține relația cerută

$$\frac{q^2}{4\sqrt{3}\varepsilon\pi R^3} = \frac{p}{\sqrt{l^2 - R^2}}$$

sau

$$q^2 = \frac{4\sqrt{3}\varepsilon\pi R^3 p}{\sqrt{l^2 - R^2}}.$$

Înlocuind valorile numerice, se obține:

$$q = 12 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

3.3. Cu ce forță acționează reciproc sarcinile de $2 \cdot 10^{-8}$C și de $3{,}3 \cdot 10^{-8}$C aflate în ulei de transformator la distanța de 10 cm una de alta? Să se compare această forță cu aceea care s-ar exercita în cazul cînd aceleași sarcini s-ar găsi în vid la aceeași distanță.

R. $2{,}7 \cdot 10^{-4}$ N; 2,2 ori mai mare

3.4. Două sarcini electrice sînt fixate în vid la 15 cm una de alta. O sarcină are 10 și alta are 30 nC. Unde trebuie așezată o sarcină de 1 nC pentru ca să se găsească în echilibru? Să se analizeze cazul cînd cele două sarcini sînt de același semn și cazul cînd ele sînt de semne contrare.

R. Dacă sarcinile sînt de același semn, sarcina de 1 nC se va așeza între ele la 5,49 cm de sarcina mai mică; dacă sînt de semn contrar, se va așeza exterior la 20,49 cm de sarcina mai mică.

3.5. În vîrfurile unui triunghi echilateral cu latura de 2 cm se găsesc trei sarcini electrice: una de -30 nC și două de cîte $+30$ nC. Cu ce forță acționează aceste sarcini electrice asupra sarcinii de 1 nC așezată în punctul de intersecție al medianelor triunghiului echilateral?

R. $2 \cdot 10^{-3}$ N

Scanned with OKEN Scanner

3.6. Cu ce forță este atras de nucleu electronul unui atom, dacă diametrul atomului este de aproximativ $2 \cdot 10^{-8}$ cm?

R. $2{,}3 \cdot 10^{-8}$ N

3.7. În vîrfurile unui triunghi echilateral, cu latura de 4 cm, se găsesc trei sarcini electrice de același semn. Prima și a doua sarcină se resping cu $3{,}6 \cdot 10^{-6}$ N, a doua și a treia se resping cu $1{,}6 \cdot 10^{-6}$ N, iar prima sarcină și a treia se resping cu $2{,}5 \cdot 10^{-6}$ N. Totul fiind în vid, să se calculeze cele trei sarcini.

R. 10^{-9} C; $6{,}36 \cdot 10^{-9}$ C; $0{,}44 \cdot 10^{-9}$C.

3.8. Pe o circumferință cu raza de 5 cm se găsesc, la distanțe egale una de alta, patru sarcini electrice, două de cîte $+\frac{5}{3} 10^{-8}$C și două de cîte $-\frac{5}{3} 10^{-8}$C. Cu ce forță acționează aceste patru sarcini asupra sarcinii de $\frac{1}{3} 10^{-9}$C aflate în centrul cercului, atunci cînd: *a)* sarcinile sînt așezate alternativ, una pozitivă, alta negativă; *b)* sarcinile sînt așezate astfel ca două dintre sarcinile vecine să fie de același semn.

R. 0; $4 \cdot 10^{-5}$N

3.9. Două sfere metalice identice, suspendate de fire lungi de mătase și încărcate electric, una cu $+\frac{5}{3} 10^{-8}$C, iar cealaltă cu -10^{-8}C, vin în atingere, după care se îndepărtează una de alta la o distanță de 0,05 m. Să se calculeze forța de acțiune reciprocă dintre cele două sfere.

R. $6 \cdot 10^{-4}$N.

3.10. O sferă metalică cu diametrul de 50 cm are sarcina electrică egală cu 1,256 μC. Să se calculeze densitatea superficială a sarcinii electrice de pe sferă, exprimată în unități SI.

R. $1{,}6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$

3.11. Cîți electroni cuprinde 1 coulomb de electricitate negativă?

R. $6{,}25 \cdot 10^{18}$ electroni.

Intensitatea cîmpului electric
Potențial și tensiune electrică

3.12. Două sarcini electrice, una $q = +\frac{5}{3} \cdot 10^{-6}$C și alta $q' = -\frac{2}{3} 10^{-7}$ C, sînt așezate în două puncte A și B la 0,8 m una de alta în aer (fig. 3.5).

Scanned with OKEN Scanner

Sarcina q' se deplasează pînă într-un punct C, astfel că $AC = 1{,}1$ m. Se cer: *a)* valorile intensității cîmpului electric și ale potențialului în B și C, datorită sarcinii q; *b)* lucrul mecanic efectuat cu ocazia deplasării și dacă este pozitiv sau negativ.

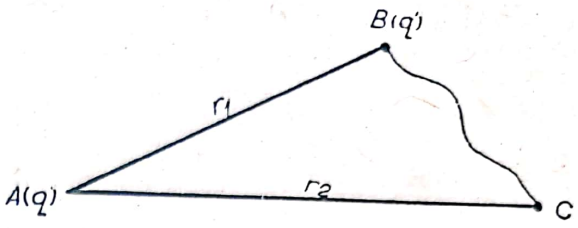


Fig. 3.5

Rezolvare. *a)* Intensitatea cîmpului în B este

$$E_B = 9 \cdot 10^9 \frac{Q}{\varepsilon_r r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\frac{5}{3} \cdot 10^{-6}}{0{,}8^2} = 23{,}4 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

și în C

$$E_C = 1{,}24 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Potențialul în B este

$$V_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{\varepsilon_r r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{\frac{5}{3} \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^{-1}} = 1{,}85 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Potențialul în C este

$$V_C = 1{,}36 \cdot 10^4 \text{V}$$

b) Lucrul mecanic efectuat este dat de expresia

$$L = q'(V_B - V_C) = \frac{2}{3} \cdot 10^{-7} \cdot 10^4 (1{,}85 - 1{,}36) = 3{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

q' este negativ, V_B este mai mare decît V_C, deci lucrul mecanic este negativ.

3.13. O sferă cu masa de 1 g este încărcată pozitiv cu $\frac{1}{3} \cdot 10^{-7}$C. Se suspendă această sferă de un fir izolant de masă neglijabilă, avînd lungimea de 1 m, astfel încît constituie un pendul. Este făcut apoi să oscileze într-un cîmp electric uniform și vertical al cărui sens este întîi de sus în jos, apoi de jos în sus. Știind că, în primul caz, perioada de oscilație a pendulului este de 1,69 s și în al doilea caz de 2,58 s, să se calculeze în volți pe metru intensitatea cîmpului electric.

Rezolvare. Notăm prin m masa, în g, a sferei pendulului, cu l lungimea pendulului, în cm, cu q accelerația gravitației în cm/s², cu E intensitatea cîmpului electric.

Perioada de oscilație a pendulului simplu este

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{mg}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{\text{forța care acționează asupra corpului de masă } m}}$$

Cînd cîmpul este dirijat de sus în jos, cîmpul electric exercită o forță qE care se adaugă forței de gravitație și perioada devine

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{mg + qE}} = 2\pi \sqrt{\frac{10^{-3}}{10^{-3}\, g + \frac{1}{3} \cdot 10^{-7} E}} = 1{,}69 \text{ s}$$

Cînd cîmpul este dirijat de jos în sus, forța electrică se scade apoi din forța de gravitație, iar perioada devine

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{mg - qE}} = 2\pi \sqrt{\frac{10^{-3}}{10^{-3} \cdot g - \frac{1}{3} \cdot 10^{-7} E}} = 2{,}58 \text{ s}$$

Rezultă două ecuații

$$g + \frac{1}{3} \cdot 10^{-4} E = \frac{4\pi^2}{1{,}69^2};$$

de unde:

$$g - \frac{1}{3} \cdot 10^{-4} E = \frac{4\pi^2}{2{,}58^2} \Rightarrow E \approx 12 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

3.14. Ce intensitate are cîmpul electric produs de o sarcină electrică de $\frac{16}{3} \cdot 10^{-8}$C într-un punct aflat în vid la 40 mm de sarcină?

R. $3 \cdot 10^5$ V/m

3.15. Două sarcini electrice de 2μC și -2μC, se găsesc în aer la 1 m una de alta în punctele A și B. Să se calculeze: *a)* intensitatea cîmpului electrostatic într-un punct C, aflat la 50 cm de mijlocul distanței dintre cele două sarcini pe perpendiculara dusă din mijloc și să se stabilească orientarea vectorului intensitate; *b)* potențialul electric în acest punct; *c)* lucrul mecanic efectuat la deplasarea sarcinii de 50 nC din punctul considerat (C) pînă într-un alt punct D, situat pe perpendiculara ce unește pozițiile sarcinilor inițiale, ridicată din al doilea punct (B), la distanța de 50 cm, dacă mișcarea se face după un arc de cerc cu diametrul egal cu distanța dintre punctele de mișcare.

R. $36\sqrt{2} \cdot 10^3$V/m; paralel cu AB și orientat în sensul AB; *b)* 0; *c)* $W = 99 \cdot 10^{-5}$J

3.16. Într-un punct aflat la 10 cm de sarcina care creează cîmpul, se găsește o sarcină de $\frac{4}{3} \cdot 10^{-8}$C care este acționată de cîmpul electric cu o forță de $8 \cdot 10^{-4}$N. Să se calculeze intensitatea cîmpului în acel punct și valoarea sarcinii care creează cîmpul.

R. $6 \cdot 10^4$ V/m; $\frac{2}{3} \cdot 10^{-8}$C.

Scanned with OKEN Scanner

3.17. La distanța de l m una de alta, se găsesc două sarcini punctuale egale cu q C și de același semn. Să se calculeze intensitatea cîmpului și potențialul produs în: *a)* punctul aflat la mijlocul distanței dintre sarcini; *b)* centrul triunghiului echilateral construit, folosind un punct de pe distanța dintre cele două sarcini; *c)* vîrful acestui triunghi.

R. $E = 0$; $3q/l^2$; $3q/l^2$

3.18. Aceeași problemă ca mai sus, în cazul cînd cele două sarcini sînt egale și de semne contrare.

R. $E = 8\ q/l^2$; $3\sqrt{3}\ q/l^2$; q/l^2 ; $V = 0$; 0; 0.

3.19. Pentru a transporta sarcina de 2 μC dintr-un punct al unui cîmp electric pînă la pămînt a fost nevoie de un lucru mecanic de $3 \cdot 10^{-5}$ J. Ce valoare are potențialul în acel punct?

R. 15 V.

3.20. Pentru a deplasa sarcina de 10^{-7}C între două puncte ale unui cîmp electric, este necesar un lucru mecanic de $6 \cdot 10^{-4}$ J. Care este valoarea tensiunii electrice dintre cele două puncte ale cîmpului?

R. 6000 V.

3.21. Ce lucru mecanic este necesar pentru a deplasa o sarcină punctuală de $\frac{5}{3} \cdot 10^{-8}$C dintr-un punct al cîmpului cu potențialul de 150 V într-un punct cu potențialul 30 V?

R. $2 \cdot 10^{-6}$ J.

3.22. Să se calculeze lucrul mecanic necesar pentru ca două sarcini punctuale de $\frac{4}{3} \cdot 10^{-8}$ și $2 \cdot 10^{-8}$C, aflate la 100 cm una de alta, să fie apropiate la 10 cm prin deplasarea uneia din sarcini.

R. $21{,}6 \cdot 10^{-7}$ J.

3.23. Să se calculeze lucrul mecanic efectuat de forțele electrice la deplasarea sarcinii de 10^{-9}C: *a)* din punctul A în punctul B (fig. 3.6); *b)* din punctul C în punctul D, dacă $r = 6$ cm, $a = 8$ cm, $q_1 = \frac{1}{3} \cdot 10^{-8}$C și $q_2 = -\frac{1}{3} \cdot 10^{-8}$C.

Aceleași întrebări pentru cazul cînd

$$q_1 = q_2 = \frac{1}{3} \cdot 10^{-8}\ \text{C}.$$

R. $\approx 4 \cdot 10^{-7}$ J; 0; 0; $\approx 9 \cdot 10^{-7}$ J.

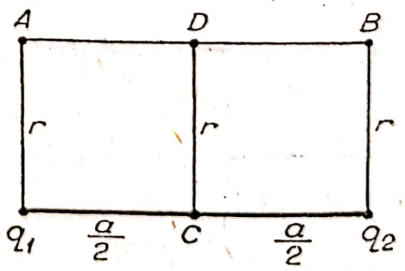


Fig. 3.6

3.24. Ce intensitate are cîmpul electric omogen, care produce un flux electric de 100 Vm, atunci cînd trece prin suprafaţa de 10 cm² formînd un unghi de 60° cu normala la suprafaţă?

R. $2 \cdot 10^5$ V/m.

3.25. Un pendul electric dublu, are bobiţele acoperite cu foiţă de staniol, fiecare cu masa m. La electrizarea prin contact, unul din pendule este respins de un unghi α, celălalt fiind blocat în poziţie verticală.

Dacă lungimea pendulului este l, să se calculeze sarcina fiecărei bobiţe şi potenţialul în punctul de legătură.

R. $q = 4l \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{2\pi\varepsilon mg \sin \frac{\alpha}{2}}$; $\qquad V = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{2mg}{\pi\varepsilon} \sin \frac{\alpha}{2}}$.

Capacitatea electrică. Condensatoare

3.26. Două sfere mici A şi B de metal, de aceeaşi rază, sînt fixate pe cîte un suport izolator, între centrele lor fiind o distanţă de 20 cm. Sfera A este încărcată cu o sarcină electrică de $\frac{8}{3} \cdot 10^{-8}$ C, iarsfera B este neutră. Atingem un moment sfera A cu o a treia sferă identică C neutră, prevăzută cu mîner izolator. Apoi sfera C atinge un moment sfera B (fig. 3.7). În ce punct al dreptei AB trebuie aşezată sfera C pentru ca să rămînă în echilibru?

Rezolvare. Cînd sfera C atinge sfera A, ele îşi egalează potenţialele; fiind de rază egală, îşi vor egala sarcinile ($q = CV$). Pe baza conservării sarcinilor electrice, cele două sfere vor avea sarcinile

$$q_1 = \frac{q}{2}$$

Cînd sfera neutră B atinge sfera C, ca şi mai sus, ele îşi vor împărţi sarcinile şi vor avea fiecare sarcina:

$$q_2 = \frac{q_1}{2} = \frac{q}{4}$$

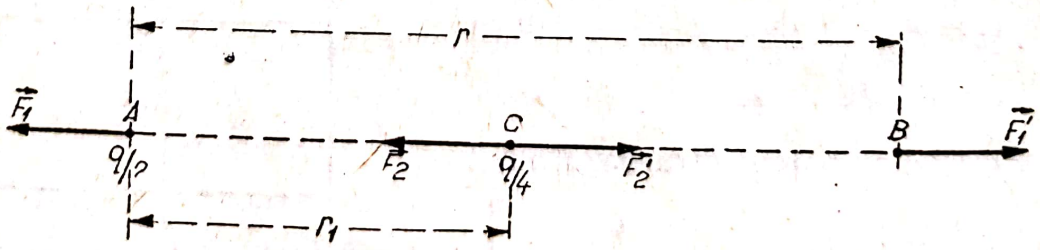


Fig. 3.7.

Se poate alcătui următorul tabel

	Sfera A	Sfera B	Sfera C
Starea inițială	q	—	—
După prima atingere	$\frac{q}{2}$	—	$\frac{q}{2}$
Starea finală	$\frac{q}{2}$	$\frac{q}{4}$	$\frac{q}{4}$

Pentru ca sfera C să fie în echilibru, trebuie așezată între sferele A și B. Forțele de respingere reciprocă dintre sferele A și B

$$F_1 = F_1' = 9 \cdot 10^9 \frac{\frac{q}{2} \cdot \frac{q}{4}}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{q^2}{8r^2}$$

Sfera C va fi respinsă de sfera B cu forța F_2 și de sfera A cu forța egală F_2'. Condiția de echilibru este

$$F_2 = F_2'$$

sau, simplificînd cu $9 \cdot 10^9$, avem

$$\frac{\frac{q}{4} \cdot \frac{q}{4}}{(r - r_1)^2} = \frac{\frac{q}{2} \cdot \frac{q}{4}}{r_1^2}$$

unde r este distanța AB, iar r_1 este distanța necunoscută AC.

Se va putea deci scrie succesiv

$$\frac{q^2}{16(r - r_1)^2} = \frac{q^2}{8r_1^2}$$

de unde

$$r_1^2 = 2(r - r_1)^2,$$

$$r_1^2 - 4rr_1 + 2r^2 = 0,$$

care are soluția

$$r_1 = 2r \pm \sqrt{4r^2 - 2r^2},$$
$$r_1 = 2r \pm r\sqrt{2}$$

sau

$$r_1 = 40 + 20\sqrt{2} \approx 68{,}28 \text{ cm}$$

și

$$r_1 = 40 - 20\sqrt{2} = 11{,}78 \text{ cm}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Convine numai soluția $r_1 = 11{,}78$ cm, deci sarcina C va trebui să fie așezată la 11,78 cm de sarcina A ; $r_1 = 68{,}28$ cm corespunde pentru $+ q_A$, $- q_B$, $- q_C$ ($q_B = q_C$) și de aceea nu convine (contrarie enunțului).

3.27. Un conductor sferic cu raza 0,5 cm are un potențial 3 000 V, iar altul cu raza de 1 cm are un potențial 4 500 V. Se unesc printr-un fir conductor lung și subțire, apoi se separă, pînă la o distanță de 10 cm între centrele lor. Se întreabă: *a)* care este potențialul comun? *b)* care este forța de respingere dintre cele două sfere?

Rezolvare. Aplicăm relația

$$CV + C'V' = (C + C')V_1$$

unde prin înlocuirea valorilor se obține

$$\left(\frac{5}{9}\,10^{-12} \cdot 3\,000\right) + \left(\frac{1}{9}\,10^{-11} \cdot 4\,500\right) = \left(\frac{5}{9}\,10^{-12} + \frac{1}{9}\,10^{-11}\right) V_1$$

de unde

$$V_1 = \frac{4 \cdot 10^{-9}}{10^{-12}} = 4 \cdot 10^3 \text{ volți}$$

b) Cantitățile de electricitate pe care le posedă fiecare sferă sînt:

$$q = \frac{5}{9}\,10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^3 = \frac{20}{9}\,10^{-9}\ \text{C}$$

$$q' = \frac{1}{9}\,10^{-11} \cdot 4 \cdot 10^3 = \frac{40}{9}\,10^{-9}\ \text{C}$$

Forța de respingere este, după legea lui Coulomb

$$F = 9 \cdot 10^9\,\frac{20}{9} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{40}{9} \cdot 10^{-9}\,\frac{1}{10^{-2}}$$

și, cum $r^2 = 10^2$ se obține

$$F = \frac{8}{9}\,10^{-5}\ \text{N}$$

3.28. Un condensator este format din două plăci metalice cu suprafața de 100 cm² și separate printr-un strat de aer cu grosimea de 1 mm (fig. 3.8). *a)* Care este capacitatea sa, în pF? ; *b)* între armături, în plan median, se introduce o placă de ebonită ($\varepsilon_r = 3$), groasă de 0,4 mm și avînd aceeași suprafață ca și armăturile. Care este noua valoare a capacității? ; *c)* Se înlocuiește placa de ebonită cu o placă metalică de aceeași grosime. Care este în acest caz capacitatea condensatorului? ; *d)* Cînd dielectricul este numai aerul, se pune în legătură o armătură cu un conductor al cărui potențial este 3 000 V ; cealaltă armătură este legată la pămînt. Care este sarcina care se acumulează pe o armătură a condensatorului? ; *e)* Care este, în condițiile punctului precedent, forța de atracție care se exercită între armături?

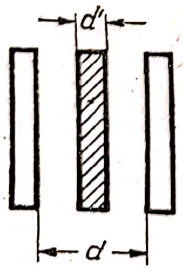


Fig. 3.8

Rezolvare. *a)* Capacitatea condensatorului este

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} = 8{,}8 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2 \cdot \frac{1}{10^{-3}\ \text{m}} = 88\ \text{pF}$$

S-a ţinut seama că $\varepsilon_r = 1$ şi $\varepsilon_0 \approx 8{,}8 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$

b) Formula capacităţii condensatorului plan

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d}{\varepsilon_r}}$$

Deci, o grosime de dielectric d echivalează cu o grosime de aer $\frac{d}{\varepsilon_r}$. Noua valoare a capacităţii va fi

$$C' = \frac{\varepsilon_0 S}{d - d' + \frac{d'}{\varepsilon_r}} = \frac{8{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}}{0{,}0006 + \frac{0.0004}{3}} = \frac{3 \cdot 8{,}8 \cdot 10^{-14}}{0{,}0022}\ \text{F} =$$

$$= \frac{3 \cdot 8{,}8 \cdot 10^{-14}}{22 \cdot 10^{-4}}\ \text{F} = 120 \cdot 10^{-12}\ \text{F} = 120\ \text{pF}$$

c) În acest caz, avem de-a face cu două condensatoare identice, legate în serie cu dielectric aer de grosime

$$\frac{d - d'}{2}$$

Capacitatea va deveni C'', astfel că

$$\frac{1}{C''} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C}$$

(C este capacitatea fiecăruia din cele două condensatoare legate în serie).

$$C'' = \frac{1}{2} C = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{d' - d}{\varepsilon_r}} = \frac{1}{2} \frac{8{,}8 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-2}}{\frac{6 \cdot 10^{-4}}{2}} = 146\ \text{pF}$$

$$(\varepsilon_r = 1)$$

d) Sarcina acumulată de condensator va fi

$$q = CU = 88 \cdot 10^{-12} \cdot 3\,000 = 264 \cdot 10^{-9}\ \text{C}.$$

e) Un plan nedefinit, uniform încărcat (densitate electrică σ), creează un cîmp $E = 2\pi\sigma$, adică exercită o forţă $f = 2\pi\sigma$ pe unitatea de sarcină

Scanned with OKEN Scanner

electrică; pentru întreaga sarcină a celuilalt plan, $q = \sigma S$, această forță va fi

$$F = 2\pi\sigma \cdot \sigma S = 2\pi\sigma^2 S.$$

$$F = 0{,}4 \text{ N}$$

3.29. Dispunem de condensatoare având fiecare o capacitate de 2μF și capabile să suporte o diferență de potențial de 1 000 V. Se formează cu aceste condensatoare o baterie având o capacitate totală de 10 μF și capabilă să suporte o diferență de potențial de 4 000 V. *a)* Cum vor trebui grupate aceste condensatoare, care va fi numărul lor și care va fi energia bateriei astfel constituite? *b)* Se descarcă această baterie și întreaga sa energie trece printr-un fir de platină de 5 cm lungime și 1 mm^2 secțiune. Ce creștere de temperatură va suferi acest fir, dacă se presupune că, căldura degajată în platină corespunde energiei de descărcare în totalitatea ei (densitatea platinei $21{,}15 \cdot 10^3$ kg/m^3, iar căldura specifică 125,4 J/kg·grd?

Rezolvare. *a)* Pentru că fiecare condensator poate să suporte 1 000 V, se va forma o grupare în serie cu patru din aceste condensatoare pentru a suporta diferența de potențial de 4 000 V.

Capacitatea acestei grupări va fi egală cu un sfert din capacitatea unui singur condensator, adică va fi

$$\frac{1}{2}\mu\text{F}.$$

Va trebui deci să se grupeze în paralel 20 din aceste grupări în serie, pentru a avea o capacitate totală de 10 μF, iar numărul condensatoarelor întrebuințate va fi deci de 80.

Energia unei grupări în serie formată din n condensatoare va fi

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{C}{n} \cdot U^2;$$

energia celor p grupări în serie identice, dispuse în paralel, va fi

$$W = \frac{1}{2}\,\frac{p}{n}\,CU^2,$$

formulă în care C este capacitatea unui condensator și U, diferența de potențial a bateriei. Avem

$$C = 2 \cdot 10^{-6}\text{F}, \qquad U = 4 \cdot 10^3\text{V}, \frac{p}{n} = \frac{20}{4}$$

și

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{4} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 4^2 \cdot 10^6 = 80 \text{ J}.$$

b) Această energie este egală cu cantitatea de căldură degajată

$$W = mc\Delta t = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-6} \cdot 21{,}15 \cdot 10^{3} \cdot 125{,}4\Delta t = 80$$

de unde

$$\Delta t = \frac{80}{5 \cdot 10^{-2} \cdot 21{,}15 \cdot 10^{-3} \cdot 125{,}4} \approx 600\,^{\circ}\mathrm{C}$$

3.30. Ce sarcină electrică este acumulată pe armătura unui condensator cu capacitatea de 1 μF, încărcat la tensiunea de 1 000 V?

R. 1 mC

3.31. Două discuri metalice cu diametrul de 20 cm se găsesc în petrol la 4 mm depărtare unul de altul. Ce capacitate are condensatorul format? Ce sarcină electrică este acumulată de acest condensator, dacă la plăci se aplică o tensiune de 600 V? Ce valoare are intensitatea cîmpului electric dintre plăci?

R. $1{,}38 \cdot 10^{-10}$ F; $8{,}3 \cdot 10^{-8}$C; $1{,}5 \cdot 10^{5}$ V/m.

3.32. Plăcile condensatorului din problema precedentă sînt separate de sursă și apoi depărtate la 8 mm una de alta. Ce devin capacitatea, tensiunea și intensitatea cîmpului electric în acest caz?

R. $6{,}9 \cdot 10^{-11}$ F; 1200 V; 150 000 V/m.

3.33. Vrem să construim un condensator plan care să aibă capacitatea de 1 μF. Pentru aceasta dispunem de foițe de staniol cu dimensiunile de 24 × 30 cm, precum și de hîrtie parafinată cu grosimea de 0,02 cm. Cîte astfel de foițe sînt necesare?

R. ≈ 176

3.34. Trebuie construit un condensator de 500 pF care să suporte o tensiune de 1 500 V, avînd ca dielectric o foaie de preșpan. Acest dielectric este străpuns cînd cîmpul electric depășește $12 \frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{mm}}$. Condensatorul funcționează normal cînd cîmpul electric are valoarea de 0,25 din valoarea de străpungere. Ce suprafață trebuie să aibă armăturile și ce grosime să aibă dielectricul?

R. 10^{-2} m²; 0,5 mm.

3.35. Se dau patru condensatoare de 1; 0,1; 0,25 și 0,2 μF, care sînt legate în serie. Se aplică bateriei formate o tensiune de 500 V. Se cer: *a)* capacitatea bateriei; *b)* tensiunea la bornele fiecărui condensator.

R. 0,05 μF; 25 V; 250 V; 100 V; 125 V.

3.36. Un condensator plan are suprafața armăturilor de 2 dm² și distanța dintre ele 1 cm. Tensiunea dintre armături este de 100 V. Să se calculeze: *a)* densitatea electrică superficială; *b)* forța cu care o armătură o atrage pe cealaltă; *c)* capacitatea condensatorului cînd între armă-

Scanned with OKEN Scanner

turi se introduce o foaie de tablă cu aceeaşi suprafaţă ca a armăturilor, groasă de 1 mm şi situată la distanţă egală de ele ; *d)* capacitatea electrică, atunci cînd în locul foii de tablă se introduce o placă de sticlă de aceleaşi dimensiuni şi cu $\varepsilon_r = 10$.

R. $8{,}856 \cdot 10^8$ C/m²; $8{,}856 \cdot 10^{-6}$ N; 19,68 pF; 19,4 pF

3.37. Între armăturile unui condensator plan, aflate la 2,5 cm una de alta, încărcate sub o tensiune de 1 000 V, se găseşte un electron. Să se calculeze forţa pe care cîmpul o exercită asupra electronului şi lucrul mecanic necesar pentru ca acesta să se deplaseze de la o armătură la alta.

R. $6{,}4 \cdot 10^{-15}$ N; 10^3eV.

3.38. O baterie formată din şase butelii Leyda, avînd fiecare 0,005 μF, legate în paralel, se încarcă la potenţialul de 20 000 V. Ce cantitate de căldură se degajează la descărcarea acestei baterii?

R. 6 J.

3.39. Două armături cu aria de 2 dm² se află în petrol la distanţa de 4 mm una de alta. Cu ce forţă acţionează una asupra celeilalte, dacă sînt legate la tensiunea de 150 V?

R. $25 \cdot 10^{-5}$ N.

3.40. Între două plăci paralele şi orizontale cu distanţa între ele de 2 cm, se găseşte o picătură de ulei cu raza de 10^{-2} cm şi densitatea 0,9 g/cm³ şi cu sarcina electrică de 10 pC. Să se calculeze: *a)* tensiunea dintre cele două plăci pentru ca picătura să se găsească în echilibru; *b)* timpul de mişcare a picăturii între cele două plăci, cînd cea negativă este jos; *c)* lucrul mecanic făcut de cîmpurile existente; *d)* energia electrică a condensatorului în condiţiile de tensiune calculate mai sus şi cu suprafaţa armăturilor de 1 dm².

R. $\approx 73{,}8$ V; $\sqrt{\dfrac{2d}{g + \dfrac{Uq}{md}}}$; $Uq + mgd$; $\dfrac{CU}{2}$.

B. ELECTROCINETICA

Consideraţii teoretice

Intensitatea curentului I este dată de formula

$$I = \frac{Q}{t} \tag{1}$$

unde Q este sarcina care trece în timpul t printr-o secţiune transversală a circuitului electric.

Scanned with OKEN Scanner

Densitatea curentului i într-o secțiune de circuit este dată de expresia

$$i = \frac{I}{S} \tag{2}$$

S fiind aria secțiunii transversale a conductorului.

Legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit exprimă relația dintre tensiunea U de la capetele acelei porțiuni de circuit, rezistența ei R și intensitatea I.

$$I = \frac{U}{R} \tag{3}$$

Relația $U = RI$ reprezintă *căderea de tensiune* U dintre capetele unui rezistor R, parcurs de curentul I.

Dacă un rezistor are lungimea l, secțiunea S și rezistivitatea ρ, rezistența lui electrică R se calculează cu formula

$$R = \rho \frac{l}{S} \tag{4}$$

$$[\rho]_{SI} = \Omega \cdot \text{m} \tag{5}$$

Rezistivitatea variază cu temperatura după expresia

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \tag{6}$$

ρ_0 fiind rezistivitatea la 0°C, α — coeficientul termic al rezistenței și t — temperatura.

Legea lui Ohm poate fi *generalizată* la un circuit întreg

$$I = \frac{E}{R + r} \tag{7}$$

E fiind tensiunea electromotoare a generatorului, r — rezistența interioară a generatorului și R — rezistența exterioară.

Tensiunea la bornele generatorului este

$$U = E - u, \tag{8}$$

unde E este t.e.m., iar u — căderea interioară de tensiune.

Legile lui Kirchhoff se aplică la curenții ramificați și sînt în număr de două.

a) Prima se aplică la nodul unei rețele, arătînd că suma algebrică a intensităților curenților care se întîlnesc într-un nod este nulă

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0. \tag{9}$$

Scanned with OKEN Scanner

b) A doua se aplică unui ochi de rețea, și anume: suma algebrică a căderilor de tensiune de-a lungul unui ochi de rețea este egală cu suma algebrică a tensiunilor electromotoare.

$$\sum_{k=1}^{n} R_k I_k = \sum_{k=1}^{n} E_k \tag{10}$$

Rezistența echivalentă R a unui grup de rezistoare, legate în serie avînd rezistențele $R_1, R_2, \ldots R_k$ este dată de formula

$$R = \sum_{k=1}^{n} R_k. \tag{11}$$

Rezistența echivalentă R a unui grup de rezistoare, legate în paralel, avînd rezistențele $R_1, R_2, \ldots, R_n$ este dată de formula:

$$\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k} \tag{12}$$

Două rezistoare legate în paralel au deci rezistența echivalentă:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \tag{12'}$$

Dacă n elemente voltaice identice, de tensiune electromotoare E și rezistență interioară r, sînt legate în serie cu o rezistență exterioară R, ele dau curentul

$$I = \frac{nE}{R + nr} \tag{13}$$

Aceleași elemente legate în paralel produc în rezistența exterioară R un curent I

$$I = \frac{E}{R + \frac{r}{n}} \tag{14}$$

Energia electrică W produsă în timp de t secunde de către un curent electric I, într-o porțiune de circuit cu rezistența R, se poate exprima prin una din următoarele formule

$$W = RI^2t \tag{15}$$

sau

$$W = UIt, \tag{16}$$

U fiind tensiunea de la capetele porțiunii de circuit, sau

$$W = \frac{U^2}{R} t \tag{17}$$

Unitatea de energie în SI este 1 J = 1 VAs.

Scanned with OKEN Scanner

Puterea electrică P are expresia

$$P = RI^2 \tag{18}$$

sau

$$P = UI \tag{19}$$

sau încă

$$P = \frac{U^2}{R} \tag{20}$$

Legile electrolizei

$$m = \frac{1}{96\,521} \cdot \frac{A}{n} \cdot It \tag{21}$$

dau cantitatea de substanță m, în g, dintr-un corp cu masa atomică A și valența n, depusă de către un curent de I amperi, în t secunde; m se mai poate exprima prin

$$m = kIt = kq, \tag{22}$$

k fiind echivalentul electrochimic al substanței depuse.

Capacitatea unui acumulator (cantitatea de electricitate q pe care acumulatorul o poate furniza la descărcare pînă la limita admisibilă de 1,83 V la acumulatorul cu plumb) este

$$q = It. \tag{23}$$

APLICAȚII

Circuit electric, legea lui Ohm pentru o porțiune din circuit

3.41. Dintr-un rezistor de nichelină cu diametrul de 0,6 mm, se cere să confecționăm un încălzitor electric pentru tensiunea de 110 V, care să suporte curentul de 4,54 A. Care va fi masa firului de nichelină necesară? (Se neglijează variația rezistenței cu temperatura).

Rezolvare.

$$\rho = 42 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$$

$$d = 8{,}8 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

Masa va fi dată de formula

$$m = Vd \tag{1}$$

unde V este volumul firului necesar, iar d densitatea luată din tabele.

Scanned with OKEN Scanner

Volumul se calculează cu formula

$$V = \pi r^2 l, \tag{2}$$

r fiind raza firului şi l lungimea lui. Relaţia (1) devine:

$$m = \pi r^2 l d. \tag{3}$$

Valoarea lui l se obţine din formula rezistenţei

$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow l = \frac{RS}{\rho} \tag{4}$$

Valoarea lui R se obţine din legea lui Ohm

$$R = \frac{U}{I} \tag{5}$$

Ţinînd seamă de (4) şi (5), relaţia (3) devine

$$m = \pi r^2 \cdot \frac{U \pi r^2}{I \rho} \cdot d = \frac{\pi^2 r^4 U d}{\rho I}.$$

Introducînd datele numerice şi efectuînd calculele se obţine

$$m = \frac{3{,}14^2 \cdot 3^4 \cdot 10^{-16} \cdot 110 \text{ V} \cdot 88 \cdot 10^2}{42 \cdot 10^{-8} \cdot 4{,}54} \approx 0{,}040 \text{ kg}.$$

3.42. Un generator de c.c. a cărui t.e.m. este de 120 V şi rezistenţa interioară 0,048 Ω, alimentează cu un curent de 20 A un motor situat la o distanţă de 300 m. Cablul de alimentare este din cupru ($\rho = 1{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ω·m) de 4 mm diametru; rezistenţa interioară a motorului este de 0,5 Ω. Se cer: *a)* rezistenţa conductoarelor de alimentare; *b)* tensiunea la bornele generatorului; *c)* căderea de tensiune; *d)* tensiunea la bornele motorului; *e)* tensiunea contraelectromotoare a motorului; *f)* secţiunea pe care trebuie să o aibă cablul de transport cînd căderea de tensiune admisă nu este decît 5 V.

Rezolvare. *a)* Rezistenţa conductoarelor de alimentare:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot 600}{\pi \cdot 2^2 \cdot 10^{-6}} = 0{,}86 \ \Omega$$

b) Tensiunea la bornele generatorului

$$U_G = E - rI = 120 - 0{,}048 \cdot 20 = 119 \text{ V}.$$

c) Căderea de tensiune pe linie

$$\Delta U = 20 \cdot 0{,}86 = 17 \text{ V} \Rightarrow \approx 14\%.$$

d) Tensiunea la bornele motorului

$$U_m = 119 - 17 = 102 \text{ V}$$

e) Tensiunea contraelectromotoare a motorului

$$E' = U_m - r'I = 102 - 0{,}5 \cdot 20 = 102 - 10 = 92 \text{ V}$$

Scanned with OKEN Scanner

f) Pentru a avea o cădere de tensiune de 5 V, (în conductoarele de alimentare) secțiunea S' va fi dată de relația

$$\Delta U = \rho \frac{l}{S'} I \Rightarrow S' = \frac{\rho l I}{\Delta U}$$

și înlocuind valorile numerice:

$$S' = \frac{1{,}8 \cdot 10^{-8} \cdot 600 \cdot 20}{5} = 43 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 43 \text{ mm}^2$$

3.43. Să se calculeze cantitatea de electricitate care trece timp de o oră prin secțiunea unui circuit parcurs de un curent cu intensitatea de 2A.

R. 7 200 C.

3.44. Un ciocan electric, de lipit, alimentat la priza de 110 V, are rezistența de 220 Ω. De ce curent este străbătut?

R. 0,5 A.

3.45. Ce rezistență are un bec pentru iluminat scala unui aparat de radio, care are scris pe soclul său 6,3 V/0,3 A?

R. 21 Ω.

3.46. Voltmetrul conectat la bornele unui consumator electric indică 120 V, iar ampermetrul din circuit indică 2 A. Ce rezistență are consumatorul?

R. 60 Ω.

3.47. Un aparat electric de măsurat poartă inscripția 0,5 mA/1 kΩ. Care este tensiunea maximă la care poate fi utilizat acest aparat de măsurat?

R. 0,5 V.

3.48. Un releu electromagnetic are bobina confecționată din fir de cupru izolat, lung de 200 m. Ce diametru trebuie să aibă firul, dacă prin el circulă un curent de 0,5 A cînd se aplică la bornele bobinei tensiunea de 6 V?

R. 0,6 mm.

3.49. Trebuie confecționat un reostat din constantan care să aibă rezistența de 600 Ω. Ce lungime trebuie să aibă firul, dacă diametrul lui este de 0,2 mm?

R. 37,68 m.

3.50. Un conductor de cupru trebuie să fie înlocuit printr-un conductor de aluminiu de aceeași lungime și aceeași rezistență electrică. În ce raport trebuie să fie secțiunile lor?

R. $S_1/S_2 = \rho_1 \cdot \rho_2$.

Scanned with OKEN Scanner

3.51. Să se calculeze rezistența unui fir de cupru cu diametru de 0,2 mm, avînd masa de 150 g.

R. 307 Ω.

3.52. Un circuit format dintr-un încălzitor electric cu rezistența de 21 Ω, un reostat cu rezistența de 40 Ω, un răcitor cu rezistența de 60 Ω și un ampermetru cu rezistența de 0,2 Ω se conectează la rețeaua de iluminat. Să se calculeze căderea de tensiune la bornele fiecărui consumator, știind că ampermetrul indică 0,905 A. Ce tensiune are rețeaua de iluminat?

R. 19 V; 36,2 V; 54,3 V; 0,181 V; 110 V.

3.53. Cu cît trebuie să crească temperatura unui conductor de cupru, pentru ca rezistența lui să devină de două ori mai mare?

R. 250 °C.

3.54. Ce temperatură finală atinge bobina unui electromagnet din fir de aluminiu, dacă la 20 °C are rezistența de 850 Ω, iar în timpul lucrului, rezistența devine 1 071 Ω?

R. 85 °C.

3.55. Pentru motive de economie, sîrma de cupru se înlocuiește cu sîrmă de aluminiu. Ce secțiune trebuie să aibă un conductor din aluminiu pentru a înlocui un conductor de cupru cu secțiunea de 5 mm²? Care este raportul maselor celor două linii?

R. 8 mm²; 2,06.

3.56. Un bec de 100 W, cu filamentul de wolfram, pentru rețeaua de 110 V are rezistența la rece de 11 Ω. Care este temperatura de incandescență a filamentului?

R. 2 000 °C.

3.57. Trebuie confecționat un reostat cu cursor cu rezistența maximă de 100 Ω, prin înfășurarea sîrmei de manganină cu diametrul de 1 mm pe un cilindru de porțelan cu diametrul de 8 cm. Cîte spire se vor înfășura?

R. 708 spire.

3.58. O bobină din sîrmă de constantan emailat, cu secțiunea de 0,1 mm², are masa de 440 g. Ce rezistență are sîrma, dacă masa emailului reprezintă 5% din masa totală?

R. 2,375 MΩ.

3.59. Ce rezistență are izolatorul unei antene de televiziune, dacă la o tensiune de 300 V lasă să treacă prin el un curent de 0,3 μA?

R. 10^9 Ω.

Scanned with OKEN Scanner

3.60. La bornele unui dinam se conectează un rezistor de 0,4 Ω prin care circulă un curent de 300 A. Care este tensiunea la bornele dinamului?

R. 120 V.

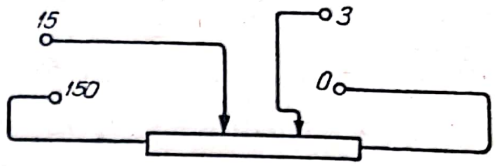


Fig. 3.9

3.61. Scala unui voltmetru cu schema dată în figura 3.9 are 150 diviziuni. Voltmetrul are patru borne pentru măsurarea tensiunilor de la 0 pînă la 3 V, 15 V și pînă la 150 V. La trecerea prin instrument a unui curent de 1 mA, acul lui deviază cu 50 diviziuni. Care este rezistența instrumentului pentru diferite sensibilități?

R. 1 000 Ω; 5 kΩ; 50 kΩ.

Legea lui Ohm aplicată circuitului întreg
Legile lui Kirchhoff

3.62. O sursă electrică de rezistență interioară necunoscută x se introduce într-un circuit a cărui rezistență este de 2 Ω. Diferența de potențial la borne este în acest caz de 1 V. Știind că tensiunea electromotoare a sursei este de 1,8 V, să se găsească valoarea rezistenței x.

Rezolvare. Legea lui Ohm $I = \frac{U}{R}$, aplicată unui conductor cu rezistența de 2 Ω, străbătut de un curent de intensitate I, dă

$$I = \frac{1}{2}\ \text{A}.$$

Aceeași lege, aplicată circuitului întreg

$$I = \frac{E}{R + r}, \quad \text{dă} \quad I = \frac{1{,}8}{2 + x}\ \text{A},$$

de unde

$$x = 1{,}6\ \Omega.$$

3.63. Două puncte A și B sînt legate prin trei conductoare (fig. 3.10). Pe primul este intercalată o pilă cu t.e.m. de 1,751 V. Pe al doilea este intercalată o pilă identică. Rezistența totală r_1 a primului conductor, cuprinzînd și pe a pilei, este de 3 Ω; rezistența totală r_2 a celui de al doilea conductor, cuprinzînd și pila, este de 5 Ω; în sfîrșit, al treilea conductor are o rezistență $r_3 = 11$ Ω. Polii pozitivi ai celor două pile sînt spre punctul A. Care sînt intensitățile i_1, i_2, i_3 ale curenților în cele trei ramuri?

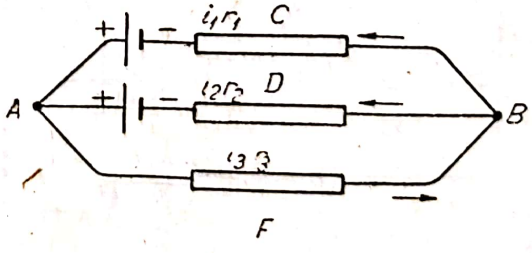


Fig. 3.10

Rezolvare. Aplicăm legile lui Kirchhoff, admiţînd un sens arbitrar al curenţilor,

$$\Sigma IR = \Sigma E = 0 \quad \text{şi} \quad \Sigma I = 0.$$

Pentru circuitul $ACBDA$

$$i_1 r_1 - i_2 r_2 = 0 \tag{1}$$

pentru circuitul $ADBFA$

$$i_2 r_2 + i_3 r_3 = E \tag{2}$$

în sfîrşit

$$i_1 + i_2 = i_3 \tag{3}$$

Ecuaţiile (1), (2) şi (3) formează un sistem de 3 ecuaţii cu trei necunoscute (i_1, i_2, i_3), a cărui soluţie ne dă valorile curenţilor. Pentru aceasta, din ecuaţia (1) se obţine

$$i_2 = \frac{r_1}{r_2} i_1 \tag{4}$$

iar din (3), ţinînd seama de (4)

$$i_3 = i_1 + \frac{r_1}{r_2} i_1 = \frac{r_1 + r_2}{r_2} i_1. \tag{5}$$

Ecuaţia (2) devine cu (4) şi (5):

$$(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3) i_1 = E \cdot r_2$$

de unde

$$i_1 = \frac{E r_2}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} = \frac{1{,}751 \cdot 5}{103} = 0{,}085 \text{ A};$$

apoi

$$i_2 = \frac{i_1 r_1}{r_2} = \frac{0{,}085 \cdot 3}{5} = 0{,}051 \text{ A};$$

şi

$$i_3 = i_1 + i_2 = 0{,}136 \text{ A}.$$

3.64. Circuitul unei pile P_1 de t.e.m. E_1 cuprinde două reostate R_1 şi R_2. Între cele două puncte A şi B ale acestui circuit se stabileşte o derivaţie conţinînd o pilă P_2 şi un galvanometru G (fig. 3.11). Pila P_2 este în opoziţie cu pila P_1. Se fac următoarele două experienţe: *a)* Se dă lui R_1 şi R_2 o astfel de valoare încît să nu treacă curent prin derivaţia AB. *b)* Se măreşte R_1 cu o cantitate ρ_1; prin derivaţia AB trece curent. Se dă atunci lui R_2 o creştere ρ_2, astfel ca acul galvanometrului să arate diviziunea zero.

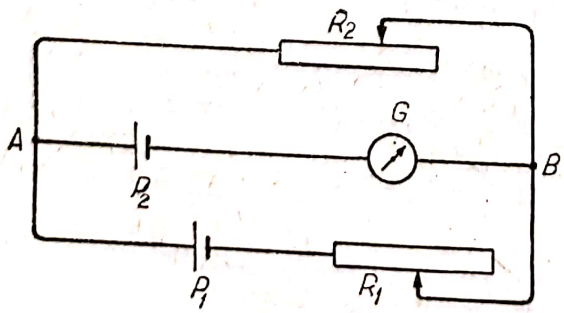


Fig. 3.11

Să se determine raportul celor două tensiuni electromotoare ale pilelor P_1 și P_2 în funcție de ρ_1 și ρ_2.

Aplicație numerică pentru $E_1 = 2$ V, $\rho_1 = \rho_2 = 10\ \Omega$.

Să se calculeze t.e.m. E_2 a pilei P_2.

Rezolvare. Notăm prin r_1 rezistența pilei P_1 mărită de aceea a firelor care leagă polii săi cu R_2 și R_1; la fel, prin r_2 — suma rezistențelor din ramura AP_2GB.

Aplicăm legile lui Kirchhoff circuitului $AR_2BR_1P_1$ și circuitului AR_2BGP_2 în cele două experiențe, observînd că nici un curent nu trece prin ramura AGB.

a) Prima experiență. Din circuitul $AR_2BR_1P_1$ intensitatea curentului fiind I și tensiunea electromotoare E_1 rezultă

$$I(R_2 + R_1 + r_1) = E_1, \tag{1}$$

iar din circuitul AR_2BGP_2

$$IR_2 = E_2; \tag{2}$$

împărțind aceste egalități, membru cu membru, se obține

$$\frac{R_2 + R_1 + r_1}{R_2} = \frac{E_1}{E_2} \tag{3}$$

b) A doua experiență. Se adaugă ρ_1 la R_1 și ρ_2 la R_2 și nici un curent nu trece prin galvanometru. Fie I' noua intensitate, pentru aceleași circuite ca în cazul precedent, avem:

$$I'(R_2 + \rho_2 + R_1 + \rho_1 + r_1) = E_1 \tag{1'}$$

și

$$I'(R_2 + \rho_2) = E_2 \tag{2'}$$

Împărțind membru cu membru (1') și (2'), se obține;

$$\frac{R_2 + R_1 + r_1 + \rho_1 + \rho_2}{R_2 + \rho_2} = \frac{E_1}{E_2} \tag{3'}$$

Compararea egalităților (3) și (3') duce în cele din urmă la următoarele raporturi egale:

$$\frac{R_2 + R_1 + r_1 + \rho_1 + \rho_2}{R_2 + \rho_2} = \frac{R_2 + R_1 + r_1}{R_2} = \frac{E_1}{E_2}$$

și, aplicînd o proprietate cunoscută a proporțiilor, diferența numărătorilor etc., obținem o nouă proporție:

$$\frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_2} = \frac{E_1}{E_2},$$

care dă valoarea raportului cerut.

Scanned with OKEN Scanner

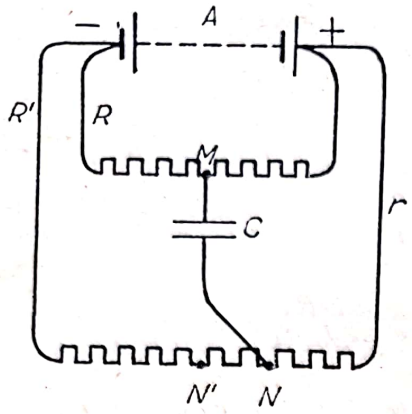


Fig. 3.12

Aplicație. $\rho_1 = \rho_2 = 10\ \Omega$; $E_1 = 2$ V;

$$\frac{20}{10} = \frac{2}{E_2}$$

de unde:

$$E_2 = 1 \text{ V}.$$

3.65. Două rezistoare R și R' sînt fixate prin extremitățile lor la polii unei baterii de acumulatoare A de t.e.m. E și de rezistență neglijabilă (fig. 3.12).

Una din armăturile unui condensator de capacitate C este sudată la mijlocul rezistorului R și cealaltă armătură — într-un punct care împarte rezistorul R' în două părți, al căror raport este x. Se cere: *a)* să se calculeze intensitățile i și i' ale curenților care străbat cele două rezistoare; *b)* să se studieze cum variază sarcina condensatorului în funcție de x.

Aplicație numerică. $R = 100\ \Omega$; $R' = 150\ \Omega$; $E = 40$ V; $C = 1\ \mu$F; $x = \frac{3}{4}$. Se va calcula i, i' și sarcina condensatorului.

Rezolvare. *a)* Rezistența acumulatoarelor fiind neglijabilă, diferența de potențial la cei doi poli ai bateriei este egală cu E și, notînd cu i și i' intensitățile curenților care trec prin R și R' avem

$$iR = i'R' = E.$$

Putem scoate de aici valorile lui i și i'

$$i = \frac{E}{R} \quad \text{și} \quad i' = \frac{E}{R'}$$

Dacă notăm prin r rezistența părții din firul R' cuprinsă între polul pozitiv al bateriei și punctul de legătură N al armăturii condensatorului, $R' - r$ va fi rezistența celeilalte părți; cum rezistențele sînt proporționale cu lungimile, rezultă

$$\frac{r}{R' - r} = x \Rightarrow r = R' \frac{x}{x + 1}.$$

Pe de altă parte, după cum se știe (legea lui Ohm), căderea de potențial e de-a lungul unui fir de rezistență r este egală cu ir; deci tensiunea U la extremitatea N a firului de rezistență r are valoarea

$$U = E - ir = E - iR' \frac{x}{x + 1} = E - \frac{Ex}{x + 1}$$

În punctul M, mijlocul rezistorului R, tensiunea U' este

$$U' = E - \frac{i'R'}{2} = E - \frac{E}{2} = \frac{E}{2}$$

Scanned with OKEN Scanner

Diferența de potențial $U - U'$ dintre cele două armături va fi

$$U - U' = \frac{E}{2} - \frac{Ex}{x+1} = \frac{E}{2} \cdot \frac{1-x}{1+x}$$

și sarcina q a condensatorului va fi

$$q = C(U - U') = \frac{CE}{2} \cdot \frac{1-x}{1+x}$$

Se vede că sarcina este nulă cînd punctul N este în N', mijlocul lui R', cele două puncte M și N' avînd același potențial; ele schimbă apoi semnul, armătura legată în N devine acum negativă și acea legată în M devine pozitivă.

Variația sarcinii condensatorului în funcție de x este o porțiune dintr-o iperbolă echilateră.

Aplicație:

$$i = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}\,\text{A}; \quad i' = \frac{40}{150} = \frac{4}{15}\,\text{A}$$

$$q = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10^{-6}} \cdot 40 \cdot \frac{1 - \frac{3}{4}}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{350\,000}\,\text{C}.$$

3.66. Să se calculeze rezistența echivalentă a instalației din figura 3.13, *a*, în care se dau: $R_1 = 80\ \Omega$; $R_2 = R_4 = 200\ \Omega$; $R_3 = 100\ \Omega$ și $R_5 = 500\ \Omega$.

Rezolvare. Instalația reprezintă o grupare mixtă de rezistoare. Facem mai întîi schema aceleiași instalații în așa fel ca să apară evidentă gruparea în serie a rezistoarelor R_3 și R_4, legate în paralel cu R_2 (fig. 3.13, *b*). Înlocuim rezistoarele R_3 și R_4 prin echivalentul lor $R_{3,4} = R_3 + R_4$ (fig. 3.13 *c*).

Înlocuim apoi rezistoarele $R_{3,4}$ și R_2 legate în paralel prin echivalentul lor $R_{2,3,4}$ și obținem o grupare în serie (fig. 3.13, *d*)

$$R_{2,3,4} = \frac{R_2 \cdot R_{3,4}}{R_2 + R_{3,4}} = \frac{200 \cdot 300}{500} = \frac{60\,000}{500} = 120\ \Omega.$$

Iar cele trei rezistoare R_1, $R_{2,3,4}$ și R_5 legate în serie, dau rezistența echivalentă R.

$$R = R_1 + R_{2,3,4} + R_5 = 80 + 120 + 500 = 700\ \Omega$$

3.67. Din greșeală s-au conectat în paralel două elemente galvanice cu t.e.m. diferite, una $E_1 = 1{,}9$ V, alta $E_2 = 1{,}1$ V, care au rezistențele interioare $r_1 = 0{,}1\ \Omega$ și respectiv $r_2 = 0{,}8\ \Omega$. Circuitul elementelor se închide printr-un rezistor exterior $R = 10\ \Omega$ (fig. 3.14). Cum circulă curenții prin elemente? Care este tensiunea la capetele rezistorului exterior?

Scanned with OKEN Scanner

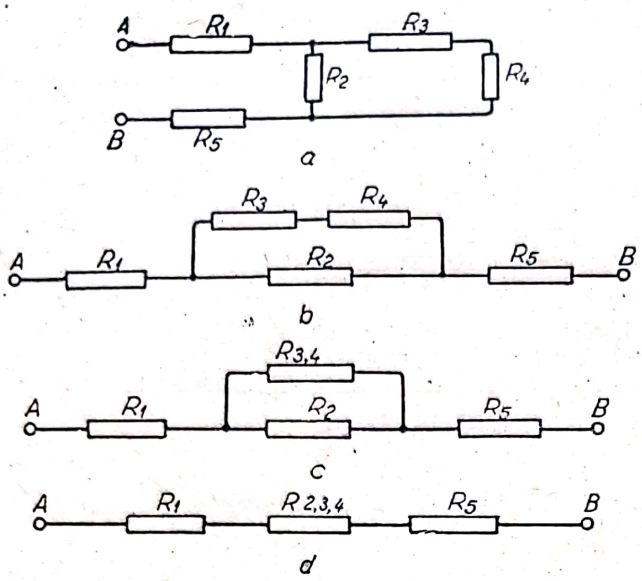


Fig. 3.13

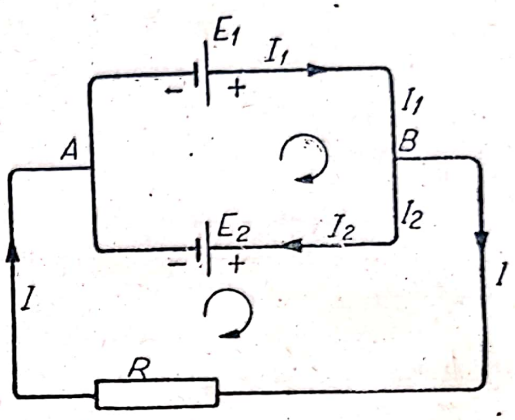


Fig. 3.14

Rezolvare.
Se aplică prima lege a lui Kirchhoff la nodul A

$$I_1 = I + I_2$$

Se aplică a doua lege a lui Kirchhoff în ochiul AE_1BE_2A.

$$r_1 I_1 + r_2 I_2 = E_1 - E_2$$

apoi în ochiul din rețea $BRAE_2B$

$$RI - r_2 I_2 = E_2.$$

Înlocuind cu datele problemei, se obține un sistem de trei ecuații cu trei necunoscute I, I_1 și I_2.

$$\begin{cases} I + I_2 = I_1, \\ 0{,}1\, I_1 + 0{,}8 I_2 = 1{,}9 - 1{,}1 = 0{,}8 \\ 10\, I - 0{,}8\, I_2 = 1{,}1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \approx 0{,}18 \text{ A}, \\ I_1 \approx 1{,}05 \text{ A} \\ I_2 \approx 0{,}87 \text{ A}. \end{cases}$$

Tensiunea la bornele rezistorului R va fi deci

$$U = RI = 10 \cdot 0{,}18 = 1{,}8 \text{ V}.$$

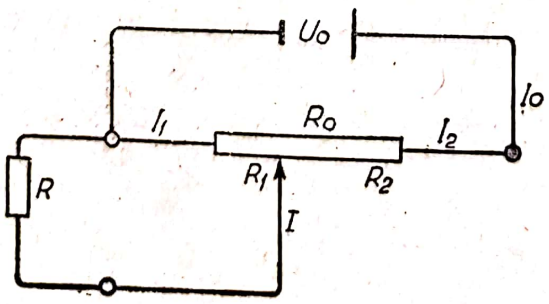


Fig. 3.15

3.68. Cursorul unui potențiometru împarte rezistorul total R_0 de 600 kΩ în raportul $\frac{1}{2}$ (fig. 3.15). La bornele potențiometrului se aplică o tensiune $U_0 = 240$ V. Rezistorul de utilizare $R = 100$ kΩ. Se cer: *a)* tensiunea la bornele rezistorului de utilizare; *b)* intensitățile în fiecare ramură de circuit.

Rezolvare

Din $R_1 + R_2 = R_0$ și $R_2 = 2\ R_1$, se deduce

$$R_1 = \frac{R_0}{3} = \frac{600}{3} = 200\ \text{k}\Omega,$$

$$R_2 = 2R_1 = 400\ \text{k}\Omega.$$

Rezistența echivalentă a rezistoarelor

R_1 și R va fi

$$R_e = \frac{R_1 R}{R_1 + R} = \frac{200 \cdot 100}{200 + 100} = \frac{20\,000}{300} \approx 67\ \text{k}\Omega.$$

Rezistența echivalentă a rezistoarelor R_e și R_2 va fi

$$R_t = R_e + R_2 = 67 + 400 = 467\ \text{k}\Omega.$$

Intensitatea curentului principal va fi deci

$$I_0 = \frac{U_0}{R_t} = \frac{240}{467\,000} = 0{,}51\ \text{mA}.$$

Tensiunea la bornele lui R va fi

$$U = R_e I_0 = 67\,000 \cdot 0{,}00051 = 34{,}1\ \text{V}.$$

Apoi, succesiv

$$I = \frac{U}{R} = \frac{34{,}1}{100\,000} = 0{,}341\ \text{mA}.$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{34{,}1}{100\,000} = 0{,}17\ \text{mA}.$$

$$I_2 = I_0 = I_1 + I = 0{,}341 + 0{,}17 = 0{,}511\ \text{mA}.$$

3.69. Două baterii de acumulatoare au respectiv t.e.m. $E_1 = 100$ V și $E_2 = 90$ V și rezistențele interioare $r_1 = 0{,}5$ și $r_2 = 0{,}2\ \Omega$. Se leagă polii la bornele unui motor (fig. 3.16) a cărui rezistență interioară este de

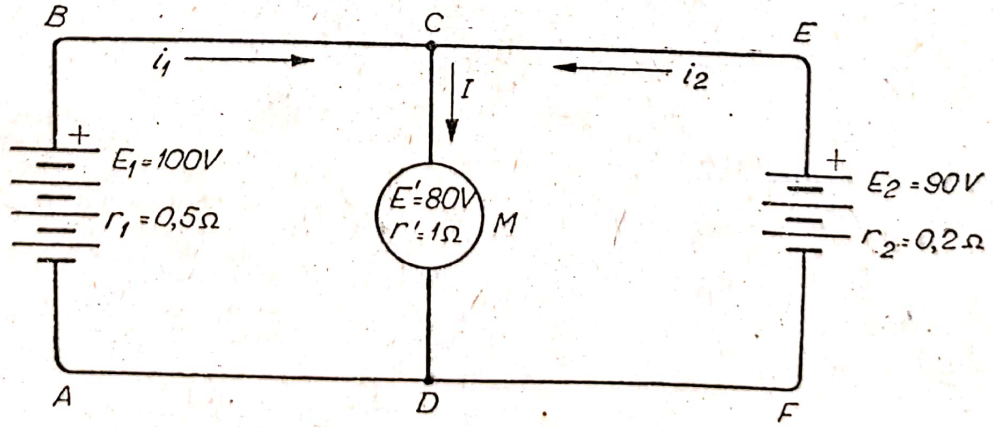


Fig. 3.16

1 Ω și care dezvoltă o t.e.m. de 80 V. Rezistențele conductoarelor de conexiune sînt neglijabile. Se cere: *a)* să se determine curenții I, i_1 și i_2 din diferitele derivații; *b)* să se rezolve aceeași problemă presupunînd motorul oprit; *c)* să se examineze cazul cînd mașina funcționează ca generator (dînd o t.e.m. de 80 V), însă bateriile de acumulatoare sînt înlocuite prin reostate avînd aceleași rezistențe ca și bateriile respective.

Rezolvare. *a)* Să fixăm în mod arbitrar un sens curentului din fiecare ramură. Să convenim că în fiecare circuit sensul pozitiv este sensul mersului acelor de ceasornic.

Să aplicăm prima lege a lui Kirchhoff la nodul C

$$I = i_1 + i_2 \tag{1}$$

Să aplicăm a doua lege a lui Kirchhoff circuitului $ABCDA$

$$E_1 - E' = r_1 i_1 + r' I \Rightarrow 20 = 0{,}5 i_1 + I. \tag{2}$$

Să aplicăm a doua lege a lui Kirchhoff circuitului $ABEFA$

$$E_1 - E_2 = r_1 i_1 - r_2 i_2 \Rightarrow 10 = 0{,}5 i_1 - 0{,}2 i_2 \tag{3}$$

Rezolvăm sistemul de ecuații (1), (2), (3) și obținem

$$i_1 = 17{,}5 \text{ A}$$

și

$$I = i_1 + i_2 = 17{,}5 - 6{,}25 = 11{,}25 \text{ A}.$$

Observație. Semnul minus indică sensul invers al curentului i_2 față de cel ales în mod arbitrar.

b) Cînd motorul este oprit, avem $E' = 0$ și ecuațiile (1), (2), (3) devin

$$I = i_1 + i_2; \tag{1}$$

$$E_1 = r_1 i_1 + r' I \text{ sau } 100 = 0{,}5 i_1 + I; \tag{2}$$

$$E_1 - E_2 = r_1 i_1 - r_2 i_2 \text{ sau } 10 = 0{,}5 i_1 - 0{,}2 i_2 \tag{3}$$

Ecuația (2) se scrie

$$100 = 0{,}5 i_1 + i_1 + i_2 = 1{,}5 i_1 + i_2 \tag{2'}$$

Scăzînd din aceasta ecuația (3) multiplicată prin 3.

$$70 = i_2 + 0{,}6 i_2 = 1{,}6\, i_2 \Rightarrow i_2 = 43{,}75 \text{ A}.$$

Se deduce imediat că

$$i_1 = 37{,}5 \text{ A}, \quad I = 81{,}25 \text{ A}.$$

c) În această din urmă ipoteză, o singură t.e.m. este aplicată circuitului. Rezistența mașinii funcționînd ca generator este $r' = 1\ \Omega$. Rezistența R echivalentă a celor două rezistențe r_1 și r_2, în paralel, permite să scriem

$$R = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}2}{0{,}5 + 0{,}2} \approx 0{,}143\ \Omega.$$

Scanned with OKEN Scanner

Curentul I debitat de generator este

$$I = \frac{E}{r' + R} = \frac{80}{1 + 0{,}143} = 70 \text{ A}.$$

Tensiunea între D și C este

$$U_{DC} = E - r'I = 80 - 70 = 10 \text{ V}$$

și rezultă

$$i_1 = \frac{10}{0{,}5} = 20 \text{ A}, \quad i_2 = \frac{10}{0{,}2} = 50 \text{ A}$$

3.70. Într-o primă experiență se pune un galvanometru de rezistență necunoscută G în serie cu un rezistor $R = 5\,000\ \Omega$ și o pilă de rezistență $r = 2\ \Omega$ și de t.e.m. $E = 1$ V. Deviația este de 100 diviziuni de scală.

Într-o a doua experiență, se șuntează galvanometrul cu un rezistor $s = 10\ \Omega$ și se constată că, reducîndu-se R la valoarea $R' = 200\ \Omega$, deviația este de 99 diviziuni.

Să se afle: *a)* rezistența galvanometrului (nu se vor da decît primele patru cifre); *b)* valoarea în microamperi a unei diviziuni a scalei (deviația se presupune proporțională cu intensitatea curentului care trece prin galvanometru); *c)* eroarea relativă care se face neglijîndu-se în calculul lui G rezistența pilei. Această eroare poate merge pînă la a patra cifră?

Rezolvare. *a)* Fie I intensitatea curentului în prima experiență. Legea lui Ohm dă

$$E = I(G + R + r) \tag{1}$$

În a doua experiență galvanometrul și șuntul sînt în derivație, rezistența lor echivalentă fiind

$$r_e = \frac{Gs}{G + s}$$

Notînd respectiv prin i și I' intensitățile curenților care trec prin galvanometru și prin circuitul principal, se scrie

$$iG = I'r_e = I'\frac{Gs}{G + s}, \Rightarrow I' = i\frac{G + s}{s}$$

Pe de altă parte

$$E = I'(r_e + R' + r) = i\frac{G + s}{s}\left(\frac{Gs}{G + s} + R' + r\right),$$

$$E = \frac{i}{s}[(R' + r)(G + s) + Gs], \tag{2}$$

Împărțind membru cu membru relațiile (1) cu (2) și punînd $\frac{i}{I} = k$, se obține

$$k = \frac{s(R + r + G)}{(R' + r)(G + s) + Gs}$$

de unde

$$G = \frac{s[(R + r) - k(R' + r)]}{k(s + R' + r) - s} \qquad (3)$$

Înlocuind mărimile cunoscute prin valorile lor numerice, şi observînd că $k = 0{,}99$, avem

$$G = \frac{10[5\,002 - (0{,}99 \cdot 202)]}{(0{,}99 \cdot 212) - 10} = \frac{48\,020{,}2}{199{,}88} = 240{,}2\ \Omega.$$

b) Relaţia (1) ne dă,

$$I = \frac{1}{5\,000 + 2 + 240{,}2}\ \text{A} = 100\ \text{diviziuni},$$

deci,

$$1\ \text{diviziune} = \frac{1}{524\,220} = 1{,}9\ 10^{-6}\ \text{A} = 1{,}6\ \mu\text{A}.$$

c) Dacă în formula (3) se neglijează r, eroarea comisă asupra deîmpărţitului este $sr\ (1 - k) = 0{,}2$, eroarea asupra împărţitorului este $kr = 1{,}98$. Erorile relative ale deîmpărţitului şi împărţitorului sînt deci

$$\varepsilon_1 = \frac{2}{480\,202} \quad \text{şi} \quad \varepsilon_2 = \frac{198}{19\,988}$$

Eroarea relativă făcută asupra cîtului sau asupra valorii lui G este cuprinsă între suma şi diferenţa celor două erori ε_1 şi ε_2 adică între

$$\frac{198}{19\,988} + \frac{2}{480\,202} \text{ sau } \frac{1}{100} - \frac{1{,}88}{19\,988} + \frac{2}{480\,202},$$

$$\frac{198}{19\,988} - \frac{2}{480\,202} \text{ sau } \frac{1}{100} - \frac{188}{19\,988} - \frac{2}{480\,202}.$$

Ea este puţin inferioară lui 1/100 şi merge deci pînă la ultimele două cifre ale numărului 240,2 obţinut pentru valoarea lui G.

3.71. Pentru a compara tensiunile electromotoare E şi E' a două surse de rezistenţe r şi r' necunoscute, ele se pun în circuit cu un galvanometru de rezistenţă G, de asemenea necunoscută.

În prima experienţă, sursele sînt legate prin polii de nume contrar şi se citeşte deviaţia D la galvanometru. În a doua experienţă, sursele sînt legate prin polii de acelaşi nume şi se citeşte deviaţia d. Admiţînd proporţionalitatea intensităţilor cu deviaţiile, se cere raportul celor două tensiuni electromotoare.

Aplicaţie $D = 56$ diviziuni, $d = 8$ diviziuni.

Rezolvare. În primul caz, tensiunile electromotoare se adună şi de asemenea rezistenţele

$$I = \frac{E + E'}{r + r' + G}$$

În al doilea caz, tensiunile electromotoare se scad

$$I' = \frac{E - E'}{r + r' + G}$$

Împărţind membru cu membru şi ţinînd seama de ipoteza

$$\frac{I}{I'} = \frac{D}{d},$$

avem

$$\frac{D}{d} = \frac{E + E'}{E - E'},$$

de unde putem scoate

$$\frac{D + d}{D - d} = \frac{E}{E'}.$$

Aplicaţie.

$$\frac{E}{E'} = \frac{56 + 8}{56 - 8} = \frac{4}{3}.$$

3.72. Vrem să alimentăm o mică instalaţie electrică de luminat pentru care este necesară o tensiune de 54 V la bornele lămpilor, sub o intensitate totală de 2 A, folosind o baterie formată din elemente cu t.e.m. de 1,8 V şi rezistenţa interioară de 0,6 Ω. Se mai pune condiţia ca debitul fiecărui element să nu depăşească 0,5 A. Să se determine numărul elementelor necesare şi modul cum trebuie să fie grupate.

R e z o l v a r e. Curentul debitat de fiecare element trebuind să nu depăşească 0,5 A, iar intensitatea totală fiind de 2 A, urmează că trebuie să grupăm $\frac{2}{0,5} = 4$ serii în paralel.

Pe de altă parte, dacă notăm cu n numărul elementelor din fiecare serie căderea de potenţial în baterie va fi

$$1,8n - 54.$$

Vom afla pe n aplicînd legea lui Ohm

$$I = \frac{E - u}{R},$$

în baterie. Rezistenţa R a bateriei este $\frac{n\ 0,6}{4}$, deci

$$2 = \frac{n\ 1,8 - 54}{\frac{n\ 0,6}{4}}$$

Scanned with OKEN Scanner

de unde

$$n = 36 \text{ elemente în serie}$$

Va trebui deci să se ia $4 \times 36 = 144$ elemente cu care se vor forma patru serii de cîte 36 elemente, iar aceste serii se vor lega în paralel.

Verificare. Legea lui Ohm aplicată circuitului întreg dă, în adevăr, remarcînd că rezistenţa exterioară este

$$\frac{54}{2} = 27\ \Omega,$$

$$I = \frac{36 \cdot 1{,}8}{27 + \frac{36 \cdot 0{,}6}{4}} = 2\ \text{A}.$$

3.73. Dispunem de 12 elemente avînd fiecare t.e.m. $E = 1{,}06$ V şi rezistenţa interioară $r = 4\ \Omega$. Vrem să utilizăm curentul dat de bateria constituită din aceste elemente într-un circuit exterior a cărui rezistenţă este $R_e = 30\ \Omega$. Care este, dintre grupările posibile ale acestor elemente, gruparea cea mai avantajoasă, adică aceea care să dea în circuitul exterior curentul cu cea mai mare intensitate?

Rezolvare. Fie p numărul total al elementelor; formăm m serii de cîte n elemente şi grupăm seriile în paralel deci realizăm o grupare mixtă al cărui curent exterior este dat de formula

$$I = \frac{nE}{R_e + \frac{nr}{m}} \tag{1}$$

care se mai poate scrie

$$I = \frac{E}{\frac{R_e}{n} + \frac{r}{m}} \tag{2}$$

Intensitatea I va fi maximă cînd numitorul $\frac{R_e}{n} + \frac{r}{m}$ va fi minim. Dar acest numitor este suma a doi termeni al căror produs $\frac{Rr}{nm} = \frac{Rr}{p}$ este constant; rezultă că minimul acestei sume are loc cînd cei doi termeni sînt egali (a se vedea Observaţiile):

$$\frac{R_e}{n} = \frac{r}{m} \Rightarrow R_e = \frac{nr}{m} \tag{3}$$

Scoţînd valoarea lui m din relaţia $p = mn$ şi înlocuind-o în (3) se obţine:

$$n = \sqrt{\frac{pR_e}{r}} \tag{4}$$

Scanned with OKEN Scanner

Deci curentul maxim va fi obținut cînd rezistența exterioară este egală cu rezistența interioară a bateriei.

În cazul considerat, $mn = 12 \Rightarrow m = \frac{12}{n}$.

Înlocuind această valoare în relația precedentă, avem

$$12R = n^2 r \Rightarrow n = \sqrt{\frac{12R}{4}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 30}{4}} = \sqrt{90} \approx 9{,}5.$$

Valoarea lui n nu este un divizor al lui 12; ea este cuprinsă între divizorii 12 și 6. Rămîne deci să știm cum este mai avantajos: să formăm două serii de cîte 6 elemente pe care să le legăm în paralel sau să grupăm cele 12 elemente în serie.

În primul caz, intensitatea este

$$I = \frac{6 \cdot 1{,}06}{30 + \frac{6 \cdot 4}{2}} = 0{,}15 \text{ A}.$$

În al doilea caz, intensitatea este

$$I' = \frac{12 \cdot 1{,}06}{30 + 12 \cdot 4} = 0{,}16 \text{ A}.$$

Gruparea în serie a celor 12 elemente este deci mai avantajoasă.

Observații. a) Pentru a arăta că suma a doi termeni variabili (x și y), al căror produs este constant ($x \cdot y = k$), este minimă atunci cînd cei doi termeni sînt egali, se poate porni de la identitatea algebrică:

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy \tag{5}$$

Membrul întîi al identității va fi minim atunci cînd membrul al doilea va fi minim; cum prin ipoteză $4xy = 4k$ este constant, rezultă că $(x - y)^2$ va trebui să fie minim sau nul și deci

$$x - y = 0 \Rightarrow x = y \tag{6}$$

b) Valoarea maximă a curentului I dat de (1), între m și n existînd relația

$$m \cdot n = p, \qquad m, n, p \in N \tag{7}$$

se poate determina și cu ajutorul calculului diferențial. Ținînd seamă de (7), relația (1) se poate scrie

$$I(n) = pE \frac{n}{pR_e + rn^2}. \tag{8}$$

Considerînd pentru moment $n \in R$, și cum din punct de vedere fizic $p, E, R_e, r \in R_+$, domeniul de definiție al funcției $I(n)$ este $n \in (-\infty, +\infty)$. În aceste condiții, curba are ca asimptotă $I = 0$. Derivînd relația (8), în raport cu n, se obține

$$I' = pE \frac{pR_e - rn^2}{(pR_e + rn^2)^2}. \tag{9}$$

Scanned with OKEN Scanner

Anulînd derivata, rezultă condiţiile de extrem ale funcţiei:

$$pR_e - rn^2 = 0 \Rightarrow n = \pm\sqrt{\frac{pR_e}{r}}. \tag{10}$$

Tabloul de variaţie al funcţiei $I(n)$, $n \in R$ este următorul

n	$-\infty$		$-\sqrt{\frac{pR_e}{R}}$		$\sqrt{\frac{pR_e}{r}}$		$+\infty$
I'		$-$	0	$+$	0	$-$	
I	0	$\searrow$	$-\frac{E}{2}\sqrt{\frac{p}{rR_e}}$	$\nearrow$	$\frac{E}{2}\sqrt{\frac{p}{rR_e}}$	$\searrow$	0

Reprezentarea grafică a funcţiei $I(n)$ pentru $n \in R$ este dată în fig. 3.17. Diagrama s-a obţinut la calculatorul electronic pentru: $E = 2{,}2$ V, $R_e = 0{,}15\ \Omega$, $r = 0{,}05\ \Omega$, $p = 36$ elemente.

Din tabloul de variaţie şi din graficul funcţiei rezultă că $I(n)$ va fi maxim pentru $n = \sqrt{\frac{pR_e}{r}}$. Din realaţia (10), ţinînd seamă de (7) şi împărţind noua egalitate cu n, se obţine

$$n = \frac{mR_e}{r} \Rightarrow R_e = \frac{nr}{m}. \tag{11}$$

c) Din punct de vedere fizic, n, $p \in N$ şi în plus n trebuie să fie divizor al lui p. Deoarece valoarea lui n obţinută din relaţia (10), în general nu îndeplineşte aceste condiţii, în practică se vor lua divizorii n_1 şi n_2 ai lui p, cei mai apropiaţi de valoarea lui n, dată de (10):

$$n_1 < n < n_2 \tag{12}$$

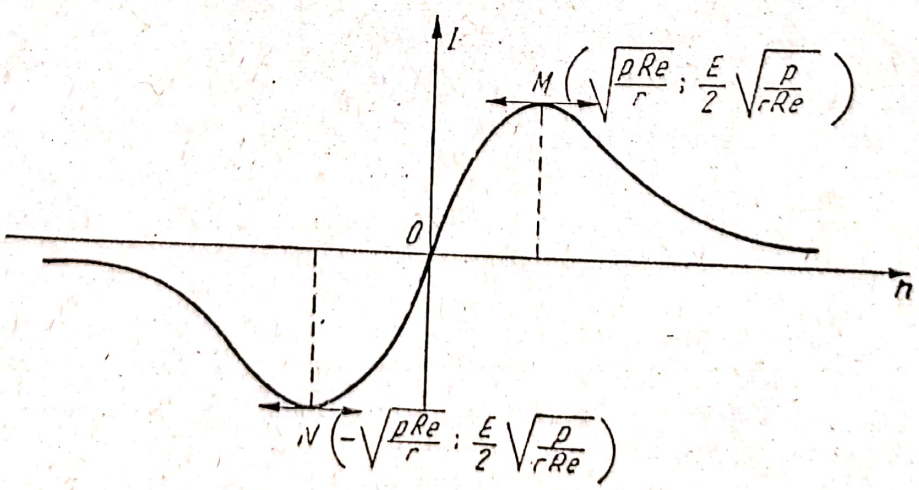


Fig 3.17

Curentul maxim se va obține cu gruparea corespunzătoare lui n_1 sau n_2 care va face pe (1) maximă, adică:

$$I = max\ [I(n_1),\quad I(n_2)].$$

3.74. Un aparat telegrafic cu rezistența de 300 Ω este alimentat de la o baterie de acumulatoare aflată la 12 km, printr-un fir de cupru cu diametrul de 1,5 mm. Bateria are t.e.m. de 25,2 V și rezistența interioară de 0,06 Ω. Să se calculeze: *a)* tensiunea la borne a bateriei; *b)* tensiunea de lucru la bornele aparatului.

R. ≈ 25,2 V; 14,058 V.

3.75. Un rezistor de 3,5 Ω este conectat la un generator cu rezistența interioară de 0,2Ω și este parcurs de un curent de 50 A. Să se calculeze: *a)* t.e.m. a generatorului; *b)* tensiunea la bornele rezistorului; *c)* căderea de tensiune interioară.

R. 185 V; 175 V; 10 V.

3.76. Dacă un generator debitează pe un rezistor de 10 Ω dă un curent de 3 A. Același generator debitează un curent de 1,6 A pe un rezistor de 20 Ω. Să se calculeze: *a)* t.e.m. a generatorului; *b)* rezistența lui interioară.

R. 34,29 V; 1,43 Ω.

3.77. Rezistența exterioară a unui circuit este formată dintr-un conductor de fier cu diametrul de 1,5 mm. Generatorul cu t.e.m. de 10 V și rezistența interioară de 0,2 Ω debitează pe această rezistență un curent de 2A. Să se calculeze: *a)* tensiunea la bornele generatorului, *b)* lungimea conductorului.

R. 9,6 V; 80,7 m.

3.78. Un motor electric este alimentat cu curent de 20 A de la un generator care se află la distanța de 100 m. Știind că t.e.m. a generatorului este de 140 V și rezistența lui interioară de 0,4 Ω, se cere secțiunea pe care trebuie să o aibă conductorul de cupru, așa fel ca tensiunea la bornele electromotorului să fie de 110 V.

R. ≈ 3,2 mm².

3.79. Un element Bunsen are t.e.m. de 1,85 V și rezistența interioară de 0,3 Ω. Din greșeală, bornele elementului au fost scurtcircuitate. Ce curent a trecut prin element?

R. 6,17 A.

3.80. Un acumulator are rezistența interioară de 0,05 Ω și este conectat la un rezistor de 4Ω, producînd un curent de 0,5 A. Să se calculeze:

Scanned with OKEN Scanner

a) t.e.m. a acumulatorului; *b)* tensiunea la bornele lui; *c)* randamentul instalației.

R. 2,025 V; 2V; 98%.

3.81. Un conductor de crom-nichel cu lungimea de 5 m și secțiunea de 0,8 mm² este legat la bornele unui generator cu rezistența interioară de 0,4 Ω. Care este randamentul instalației?

R. 94%.

3.82. Un consumator de energie electrică are rezistența de 2,5 Ω și este conectat la tensiunea de 5 V prin intermediul unui conductor de aluminiu care are secțiunea de 0,8 mm². Lungimea liniei este de 50 m. Ce rezistor trebuie conectat în serie cu consumatorul ca să circule prin el 0,5 A? Să se întocmească schița instalației.

R. 5,75 Ω.

3.83. Un consumator electric cu rezistența de 8 Ω se leagă în serie cu un reostat a cărui rezistență este 12 Ω. Să se calculeze curentul ce trece prin consumator, dacă tensiunea rețelei este de 120 V.

R. 6 A.

3.84. Trebuie împodobit pomul de iarnă cu beculețe, alimentate de la rețeaua de iluminat electric a orașului, cu tensiunea de 120 V. Cum vom proceda, știind că tensiunea unui bec este mult mai mică decît tensiunea rețelei? Cîte becuri vom folosi, știind că un bec are rezistența de 17,5 Ω și necesită pentru iluminarea normală un curent de 0,2 A?

R. În serie; 35 becuri.

3.85. Un aparat de radiorecepție are cinci tuburi electronice ale căror filamente sînt legate în serie, pentru a fi alimentate la rețeaua de 120 V de c. c. Trei din ele funcționează la 6,3 V, iar două la 30 V. Ce rezistor trebuie montat în serie cu ele pentru ca intensitatea curentului să fie de 0,3 A?

R. 137 Ω.

3.86. Două difuzoare au rezistența de 4 000, respectiv 3 600 Ω și sînt conectate în paralel. Care este rezistența lor echivalentă?

R. 1 895 Ω.

3.87. Să se calculeze rezistența unui rezistor care, fiind legat în paralel cu alte două de 1,2 kΩ respectiv 600 Ω, dau o rezistență echivalentă de 172 Ω.

R. 300 Ω.

Scanned with OKEN Scanner

3.88. La rețeaua de iluminat de 110 V se leagă un aparat electric cu rezistența de 220 Ω, un încălzitor cu rezistența de 31 Ω și un ciocan de lipit cu rezistența de 120 Ω, în așa fel încît să poată lucra fiecare și separat. Se cer: *a)* schița instalației; *b)* curenții prin fiecare consumator; *c)* curentul total; *d)* rezistența echivalentă.

R. 0,5 A; 3,55 A; 0,92 A; 4,97 A; 22,1 Ω.

3.89. Un curent de 25 A se ramifică prin trei rezistoare $R_1 = 1\Omega$; $R_2 = 2\ \Omega$ și $R_3 = 3\ \Omega$. Se cer: *a)* tensiunea între cele două noduri; *b)* intensitățile curenților din cele trei rezistoare.

R. 13,62 V; 13,62 A; 6,81 A; 4,54 A.

3.90. De la un generator avînd t.e.m. egală cu 230 V și rezistența interioară egală cu 0,19 Ω, se alimentează trei circuite de lămpi electrice aflate la distanța de 60 m față de generator. Conductoarele de alimentare sînt de cupru și au secțiunea de 6 mm². Circuitele de lămpi sînt montate în derivație față de firele de alimentare, iar lămpile fiecărui circuit sînt montate în derivație între ele. Lămpile sînt identice, lampa avînd rezistența egală cu 180 Ω. Circuitul prim are 5 lămpi, al doilea 6 lămpi, iar cel de al treilea are 8 lămpi. *a)* Care este intensitatea curentului prin firele de alimentare de la generator? *b)* Care este tensiunea sub care se alimentează lămpile? (Olimpiada de Fizică 1959).

R. 22,97 A; 217,57 V.

3.91. Se dă instalația din schemă (fig. 3.18) cu valorile: $R_1 = 1{,}5\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 3\ \Omega$, $R_4 = 3\ \Omega$ și $R_5 = 6\ \Omega$; $E = 10\text{V}$; $r = 0{,}5\ \Omega$. Se cer: *a)* rezistența la bornele E; *b)* intensitățile curenților în fiecare ramură.

R. 5,5 Ω; 1,66 A; 0,38 A; 1,34 A; 0,89 A; 0,45 A.

3.92. Scala unui receptor de radio este luminată de trei becuri legate în paralel. Pe soclul fiecărui bec se găsește indicația: 6,3 V/0,3 A. Care este rezistența echivalentă a celor trei becuri?

R. 7 Ω.

3.93. Dispunem de trei becuri pentru tensiunea de 110 V. Unul din ele consumă un curent de două ori mai mare decît fiecare din celelalte două, care sînt identice. Cum se pot lega aceste becuri la tensiunea de 220 V, astfel ca ele să funcționeze normal? Ce se

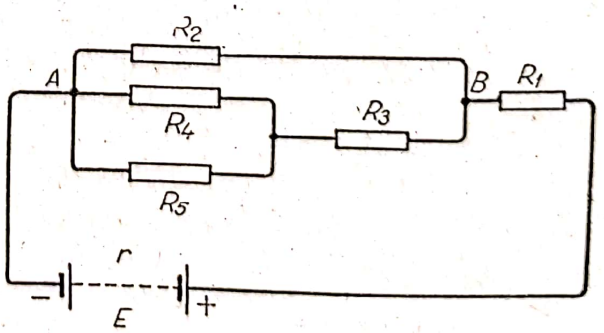


Fig. 3.18

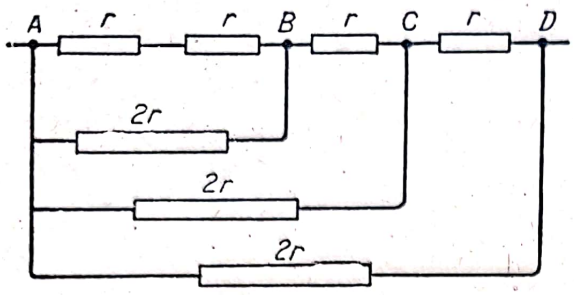


Fig. 3.19.

va întîmpla dacă unul din becurile identice s-ar arde în timpul funcţionării?

R. Cele mici în paralel şi grupul lor în serie cu cel mare.

3.94. Se dă montajul din figura 3.19. Valorile rezistorilor sînt date pe figură. Să se calculeze rezistenţa echivalentă a circuitului între punctele A şi C. Se prelungeşte circuitul din C în D cu încă un rezistor r şi se leagă în paralel între A şi D un rezistor $2r$. Care va fi rezistenţa echivalentă între A şi D? Să se generalizeze.

R. Rezistenţa echivalentă rămîne mereu r.

3.95. Să se determine rezistenţa echivalentă a unui circuit format din rezistoarele r_1, r_4, r_5 legate în serie; în paralel cu r_4 se leagă r_2 şi r_3 în serie. Dacă tensiunea aplicată este 140 V ce curent trece prin fiecare rezistor?

Aplicaţie: $r_1 = 2\ \Omega$, $r_2 = 10\ \Omega$, $r_3 = 20\ \Omega$, $r_4 = 15\ \Omega$, $r_5 = 2\ \Omega$.

R. $R = 14\ \Omega$; $I_1 = I_5 = 10\ \text{A}$; $I_2 = I_3 = \frac{10}{3}\ \text{A}$; $I_4 = \frac{20}{3}\ \text{A}$

3.96. Un voltmetru cu rezistenţa interioară de $R\ \Omega$ poate măsura tensiuni pînă la U volţi. Ce rezistor suplimentar trebuie adăugat voltmetrului pentru ca el să poată măsura tensiuni pînă la $6\ U$ volţi?

R. $5R\ \Omega$.

3.97. Un potenţiometru cu rezistenţa totală de 210 kΩ este conectat la o tensiune de 80 V. Fără un rezistor suplimentar, necesar folosirii aparatului, tensiunea este împărţită de cursor în raportul 1/5. Ce valoare au rezistenţele parţiale? Ce valoare are tensiunea la bornele unui rezistor suplimentar de 50 kΩ?

R. 35 kΩ; 175 kΩ; 0,93 V.

3.98. Un ampermetru cu rezistenţa de 0,6 Ω poate măsura curenţii pînă la 2 A. Ce rezistenţă trebuie să aibă un şunt pentru ca acest ampermetru să poată măsura curenţi pînă la 100 A?

R. 0,012 Ω.

3.99. Un miliampermetru cu rezistenţa de 50 Ω are scala de 50 de diviziuni şi indică 0,6 mA pentru 15 diviziuni. Ce valoare trebuie să aibă şuntul necesar acestui instrument pentru ca el să poată măsura 10 A pentru întreaga scală?

R. $10^{-2}\ \Omega$.

Scanned with OKEN Scanner

3.100. Scala unui galvanometru are 150 diviziuni. Deviația maximă a axului galvanometrului corespunde unui curent de 1 mA. Rezistența interioară a galvanometrului este de 100 Ω. Ce rezistor suplimentar trebuie adăugat galvanometrului pentru a-l transforma în voltmetru care să poată măsura tensiuni pînă la 3 V, 15 V, 150 V?

R. 2 900 Ω; 14,4 kΩ; 149,9 kΩ.

3.101. Rezistența interioară a unui generator de curent continuu este de 0,4 Ω, iar rezistența exterioară a circuitului este de 1 Ω, tensiunea fiind $E = 1{,}4$ V. *a)* Care este intensitatea curentului? *b)* Cum va varia intensitatea dacă va fi măsurată cu un ampermetru care are rezistența de 0,01 Ω? *c)* Se scoate ampermetrul și se măsoară tensiunea la bornele generatorului cu un voltmetru cu rezistența de 2 000 Ω. Care este intensitatea în rezistența exterioară?

R. 1 A; 0,993 A; 0,952 A.

3.102. O baterie cu t.e.m. de 6 V și cu rezistența interioară de 1,6 Ω alimentează un circuit exterior format din doi rezistori legați în paralel, unul de 4 Ω și altul de 6 Ω. Să se calculeze diferența de potențial la bornele bateriei și intensitatea curentului în rezistori.

R. 3,6 V; 1,5 A; 0,9 A; 0,6 A.

3.103. Patru conductoare din fier, cupru, constantan și nichelină, cu lungimea de 1 m și secțiunea de 0,1 mm² fiecare, sînt legate în paralel. Să se calculeze curentul în fiecare conductor, dacă se știe că prin conductorul de fier trece un curent de 0,5 A?

R. 0,5 A; 3,5 A; 0,12 A; 0,15 A.

3.104. Unui voltmetru i se adaugă în serie un rezistor de 10 000 Ω. Împreună cu acesta, se leagă la o tensiune de 120 V; el însă arată numai 50 V. Dacă în locul rezistorului de 10 000 Ω se leagă un rezistor necunoscut și apoi se conectează tot la tensiunea de 120 V, el indică numai 10 V. Ce valoare are rezistorul necunoscut?

R. 78 570 Ω.

Energia și puterea curentului. Legea lui Joule

3.105. Un element galvanic cu rezistența interioară $r = 0{,}2$ Ω are rezistența exterioară confecționată dintr-un conductor de nichelină lung de 6 m și cu secțiunea $s = 1$ mm². La capetele conductorului se aplică o tensiune $U = 1{,}8$ V. Să se calculeze randamentul instalației.

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare.

Se aplică formula randamentului

$$\eta = \frac{P_u}{P_c} = \frac{RI^2}{(R+r)I^2} = \frac{R}{R+r}$$

R fiind rezistența electrică a conductorului.

Dar

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

deci

$$\eta = \frac{\rho \frac{l}{S}}{\rho \frac{l}{S} + r} = \frac{\rho l}{\rho l + Sr}$$

Introducem datele din problemă

$$\eta = \frac{0{,}4 \cdot 10^{-6} \cdot 6}{0{,}4 \cdot 10^{-6} \cdot 6 + 10^{-6} \cdot 0{,}2} = 0{,}92.$$

$$\eta = 92\%$$

3.106. Două conductoare, unul de argint și altul de platină, de aceeași lungime și de aceeași secțiune sînt conectate în serie și apoi în paralel. Știind că rezistivitatea platinei este $9 \cdot 10^{-2} \mu\Omega$ m și a argintului $1{,}5 \cdot 10^{-2}$ $\mu\Omega$m, se cer: *a)* raportul debitelor de căldură, dacă conductoarele sînt conectate în serie (fig. 3.20); *b)* raportul, dacă sînt conectate în paralel (fig. 3.21).

Rezolvare. Fie Q cantitatea de căldură degajată de conductorul de platină de rezistență r și Q' cantitatea de căldură degajată de conductorul de argint de rezistență r' în același timp t.

a) Cînd cele două conductoare sînt conectate în serie, energiile corespunzătoare sînt $Q = I^2 rt$ și $Q' = I^2 r't$, adică sînt proporționale cu rezistențele.

Observînd că

$$r = \rho \frac{l}{s} \text{ și } r' = \rho' \frac{l}{S};$$

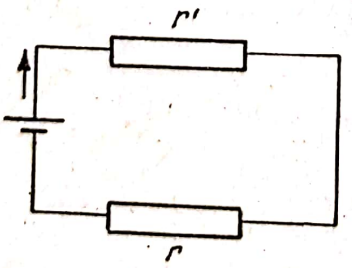


Fig. 3.20

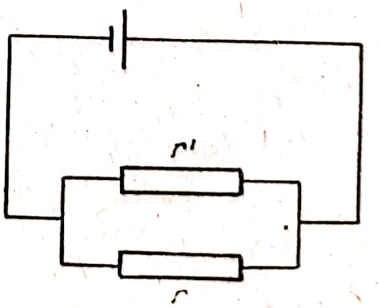


Fig. 3.21.

se obține

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{\rho \frac{l}{S}}{\rho' \frac{l}{S}} = \frac{\rho}{\rho'},$$

adică raportul debitelor de căldură este proporțional cu al rezistivităților

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{9}{1,5} = 6.$$

Deci cantitatea de căldură degajată de platină este de șase ori mai mare decît cea degajată de argint.

b) Cînd sîrmele sînt conectate în paralel, cantitățile de căldură sînt

$$q = i^2 r t = i^2 \cdot l \cdot 9t, \; q' = i'^2 \cdot r' \cdot t = i'^2 l \cdot 1,5 \cdot t$$

de unde

$$\frac{q}{q'} = \frac{i^2 \cdot 9}{i'^2 \cdot 1,5}$$

Deoarece $ir = i'r'$, ceea ce revine la $i\rho = i'\rho'$, se obține

$$\frac{i^2}{i'^2} \text{ este egală cu } \frac{\rho'^2}{\rho^2};$$

și deci

$$\frac{q}{q'} = \frac{9 \cdot (1,5)^2}{1,5 \cdot 9^2} = \frac{1}{6}$$

Deci cantitatea de căldură degajată de argint este de șase ori mai mare decît cea degajată de platină.

3.107. Se constată că o etuvă prezintă o pierdere de căldură de 20,9 J pe secundă și grad Celsius pentru excesul ei de temperatură față de temperatura ambiantă. Vrem ca prin instalarea unui rezistor filiform, parcurs de un curent convenabil, să compensăm această pierdere de căldură, astfel ca să se asigure etuvei o temperatură constantă, depășind cu 10° temperatura ambiantă.

În acest scop, se alege un conductor cu rezistivitatea $\rho = 50 \cdot 10^{-2}$ $\mu\Omega$m, independent de temperatură, și se conectează la bornele unei surse de 100 V. Se cer: *a)* puterea electrică în conductor; *b)* intensitatea curentului; *c)* rezistența conductorului; *d)* lungimea conductorului, dacă vrem ca densitatea curentului în fir să nu depășească 2 A/mm².

Rezolvare. *a)* Cantitatea de căldură furnizată pe fiecare secundă de conductor va fi

$$Q = 20,9 \cdot 10 = 209 \text{ J}$$

care corespunde la

$$209 \text{ J/s} = 209 \text{ W}$$

b) Intensitatea curentului va fi

$$I = \frac{P}{U} = \frac{209}{100} = 2{,}09 \text{ A}.$$

c) Rezistența R a conductorului va fi dată de

$$RI^2 = P \Rightarrow R = \frac{P}{I^2} = \frac{209}{2{,}09^2} \approx 47{,}82 \ \Omega.$$

d) Pentru ca densitatea curentului să fie 2 A/mm², trebuie o secțiune de

$$\frac{2{,}09}{2} = 1{,}045 \text{ mm}^2 = 1\,045 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2.$$

Lungimea l a firului va fi dată de relația

$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow l = \frac{RS}{\rho} = \frac{47{,}82 \cdot 1\,045 \cdot 10^{-9}}{50 \cdot 10^{-8}} \approx 100 \text{ m}$$

3.108. Un fier de călcat electric prezintă ca date nominale $U = 220$ V, $P = 450$ W. Pentru că funcționează la o temperatură prea ridicată puterea lui trebuie coborîtă la $P_1 = 350$ W. Ce rezistență R_1 trebuie introdusă în circuit?

Rezolvare.

Fie R_t rezistența totală a circuitului pentru ca firul să consume puterea $P_1 = 350$ W. Rezultă.

$$R_t = R + R_1, \qquad R_t = \frac{U}{I},$$

de unde

$$R_1 = R_t - R = \frac{U}{I} - R.$$

Din puterea nominală $P = 450$ W deducem rezistența fierului de călcat,

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{450} = 107 \ \Omega.$$

Din puterea consumată $P_1 = 350$ W, deducem intensitatea curentului

$$P_1 = RI^2$$

$$I = \sqrt{\frac{P_1}{R}} = \sqrt{\frac{350}{107}} = 1{,}8 \text{ A}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Rezistența totală R_t va fi

$$R_t = \frac{U}{I} = \frac{220}{1{,}8} = 122\ \Omega,$$

iar rezistența suplimentară R_1 va fi

$$R_1 = R_t - R = 122 - 107 = 15\ \Omega.$$

3.109. Pe cadranul unui contor electric se dă următoarea indicație: 3 000 rot pentru 1 kWh. La priză fiind pus un fierbător electric, contorul face 40 de rot în 119 s. Să se calculeze energia consumată de fierbător în acest interval de timp și puterea fierbătorului.

Rezolvare.

Deoarece 3 000 rot corespund la

$$1\ \text{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{Ws} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J},$$

cele n rot vor corespunde la energia

$$W = \frac{3{,}6 \cdot 10^6 \cdot n}{3\,000}\ \text{J}$$

Din datele enunțului, se deduce că energia consumată de fierbător în cele 119 s va fi

$$W = \frac{3{,}6 \cdot 10^6 \cdot 40}{3\,000} = 48\,000\ \text{J} = 48\ \text{kilojoule}.$$

Puterea fierbătorului se deduce din relația

$$P = \frac{W}{t} = \frac{48}{119} \approx 0{,}403\ \text{kW}.$$

3.110. Un convertizor constă dintr-un electromotor de curent alternativ și un generator de curent continuu (fig. 3.22). Elecromotorul consumă $P_1 = 3$ kW de la rețeaua de curent alternativ și are randamentul $\eta_1 = 85\%$. Generatorul are randamentul $\eta_2 = 76\%$. Să se calculeze pierderile ΔP și randamentul convertizorului (η).

Rezolvare.

Motorul consumă puterea P_1 și are randamentul

$$\eta_1 = \frac{P_2}{P_1}$$

de unde

$$P_2 = P_1 \eta_1 = 3 \cdot 0{,}85 = 2{,}55\ \text{kW}$$

Deci, puterea utilă a electromotorului este $P_2 = 2{,}55$ kW, ceea ce înseamnă o pierdere de 0,45 kW.

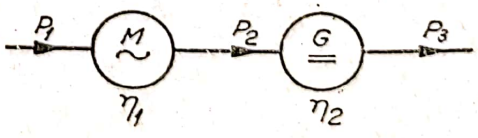


Fig. 3.22

Scanned with OKEN Scanner

Generatorul consumă puterea P_2 și are randamentul η_2

$$\eta_2 = \frac{P_3}{P_2}$$

de unde puterea utilă a generatorului va fi

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_2 = 2{,}55 \cdot 0{,}76 = 1{,}94 \text{ kW},$$

ceea ce înseamnă o pierdere de 0,61 kW.

Convertizorul are pierderile totale $0{,}45 + 0{,}61 = 1{,}06$ kW, iar randamentul său este

$$\eta = \frac{P_3}{P_1} = \frac{P_3}{P_2}\,\frac{P_2}{P_1} = \eta_2\eta_1 = 0{,}76 \cdot 0{,}85 = 0{,}65 = 65\%.$$

3.111. Un reostat este răcit în timpul funcționării prin trecerea unui curent de ulei ($\rho = 0{,}9 \cdot 10^3$ kg/m^3). Ce debit de ulei este necesar, dacă în timpul trecerii prin reostat uleiul se încălzește cu 50 °C. Puterea reostatului este de 10 kW.

Rezolvare.

$$Q_v = \frac{V}{t} = ?$$

Expresia energiei electrice este

$$W = Pt = Q = mc\Delta\theta = V\rho c\Delta\theta \Rightarrow \frac{V}{t} = \frac{P}{\rho c\Delta\theta}$$

de unde

$$c = 1\,672\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$$

Înlocuind datele din enunț, se obține

$$\frac{V}{t} = \frac{10\,000}{0{,}9 \cdot 10^3 \cdot 1\,672 \cdot 50} = \frac{1 \text{ m}^3}{7\,524 \text{ s}}$$

$$\frac{V}{t} \approx 133\ \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}.$$

3.112. Un convertizor consumă 350 W de la rețeaua de curent alternativ și produce curent continuu de 0,8 A la tensiunea de 250 V. Care este randamentul convertizorului și care este randamentul generatorului, dacă randamentul motorului este de 83% ?

R. 56%; 68%.

3.113. Într-un atelier funcționează zilnic 8 ore următoarele aparate: 3 ciocane de lipit de cîte 100 W; 6 becuri de cîte 60 W; 1 electromotor de 2 kW. Cît costă consumul de energie electrică pe 30 zile, dacă 1 kWh costă 0,30 lei?

R. 191,70 lei.

Scanned with OKEN Scanner

3.114. De la un generator de c.c cu tensiunea de 110 V, trebuie transmisă o putere de 0,5 kW la 50 m distanță. Ce diametru minim trebuie să aibă conductoarele din cablu de cupru, pentru ca pierderile de putere în rețea să nu depășească 5% din puterea transmisă?

R. $\approx 0{,}2$ mm.

3.115. Într-un circuit conectăm două becuri, unul de 40 W și altul de 100 W. Fiecare bec suportă o tensiune maximă de 110 V la bornele lui. Becurile sînt legate în serie și puse la o rețea de 220 V. Ce rezistență trebuie legată în paralel cu unul din becuri, și cu care anume, pentru ca becurile să funcționeze normal? (Olimpiada de fizică, 1959).

R. 201,66 Ω la cel de 40 W.

3.116. Rezistorul de 100 Ω se găsește la 1 km de sursa de curent continuă cu t.e.m. de 120 V și rezistența interioară neglijabilă. Care trebuie să fie secțiunea conductoarelor de legătură confecționate din cupru pentru ca în rezistența dată să se degajeze o cantitate de căldură de 6 000 J/min? (Olimpiada de fizică, 1959).

R. 1,7 mm².

3.117. La aria de treierat a unei cooperative agricole de producție funcționează un electromotor de 14,72 kW, aflat la 50 m de sursa de curent. Se cere: tensiunea la bornele sursei de curent, știind că electromotorul funcționează cu o tensiune la borne de 120 V, iar pe firele de legătură din cupru se produce o cădere de tensiune de 5%. Ce secțiune au firele de legătură?

R. 126 V; $\approx 17{,}3$ mm².

3.118. Într-un circuit format dintr-un conductor de cupru cu secțiunea de 5 mm² trebuie introdusă o siguranță fuzibilă din plumb. Ce secțiune trebuie să aibă această siguranță pentru a se topi cînd temperatura conductorului de cupru crește cu 10 °C peste temperatura mediului ambiant, care este de 27 °C (temperatura de topire a plumbului este 327 °C).

R. 4,9 mm².

3.119. O sobă electrică are rezistența din conductor de nichelină cu lungimea de 56,25 m și cu secțiunea de 1,5 mm². Curentul folosit are tensiunea de 120 V. Cît costă consumul pe 30 zile, dacă soba funcționează 6 ore pe zi, iar 1 kWh costă 0,30 lei?

R. 49,35 lei.

3.120. Printr-un conductor, la capetele căruia se aplică o tensiune de 120 V, au trecut 1 000 C de electricitate. Să se calculeze cantitatea de căldură produsă în conductor.

R. $12 \cdot 10^4$ J.

Scanned with OKEN Scanner

3.121. Trebuie calculată rezistența unui fierbător electric cu randamentul de 80%, care să poată fierbe 2 l de apă în 15 min pornind de la 12°C; fierbătorul va funcționa la tensiunea de 110 V. Rezistența încălzitorului se va face din constantan, cu diametrul de 0,8 mm. Să se determine: *a)* lungimea sîrmei necesare; *b)* intensitatea curentului în timpul funcționării; *c)* puterea fierbătorului.

R. 11,94 m; ≈ 9,16 A; 1 kW; ≈ 0,25 kW.

3.122. O sobă electrică încălzește o cameră de 60 m³. Soba funcționează la tensiunea de 110 V și 6 A. Prin pereții și ferestrele camerei se pierd 380 J/min. Cu cîte grade se va ridica temperatura camerei în timp de o oră?

R. 1,5°C.

3.123. Un receptor de radio funcționează la rețeaua cu tensiunea de 110 V și intensitatea curentului de 0,12 A. Cît timp a funcționat receptorul de radio, dacă urmează să se plătească 10 lei, iar un kWh costă 0,30 lei?

R. 2 525 ore.

3.124. Pe axul unui electromotor de curent continuu este montată o pompă care, în regim normal, ridică 120 dm³ apă/min la înălțimea de 8 m. Electromotorul este alimentat cu un curent de 110 V și 2 A. Prin diferite frecări, în pompă se pierd 40 W. În electromotor sînt numai pierderi prin efect Joule. Să se calculeze: *a)* puterea absorbită de pompă de la electromotor; *b)* randamentul electromotorului.

R. ≈ 197 W; 90%;

3.125. Un dinam are rezistența interioară de 0,5 Ω. În circuitul său exterior se găsesc 60 becuri legate în paralel, avînd fiecare rezistența de 240 Ω. Care este randamentul generatorului?

R. ≈ 89%.

3.126. Un conductor de aluminiu cu diametrul de 0,3 mm aflat într-un aparat electric trebuie să suporte un curent de 2 A timp de 1 min. Știind că temperatura de topire a aluminiului este de 658°C, să se calculeze: *a)* cu cît se va ridica temperatura conductorului de aluminiu, neglijîndu-se pierderile; *b)* temperatura inițială fiind de 20°C, să se spună dacă conductorul se va topi sau nu în aceste condiții. (Olimpiada de Fizică, 1958).

R. 586°C; nu.

3.127. O cădere de apă cu debitul de 2 m³/s acționează rotorul unui dinam, randamentul instalației fiind 50%. Dacă apa cade de la înălțimea de 5 m, să se calculeze: *a)* cîte becuri pot fi alimentate la tensiunea de 120 V și intensitatea de 1 A; *b)* cantitatea de plumb ce poate fi topită

Scanned with OKEN Scanner

într-un cuptor electric cu $\eta = 80\%$, folosind toată energia electrică debitată în timp de 2 ore. Temperatura inițială a plumbului este de 27 °C, temperatura de topire 327 °C și temperatura finală 367 °C. ($c = 126$ J/kg·grd, $l_t = 21$ kJ/kg).

R. 408 becuri; 4 421 kg.

Curentul electric prin lichide

3.128. Printr-o cuvă electrolitică de nichelaj trece un curent constant $I = 5$ A, care depune o cantitate $m = 13{,}2$ g de nichel. Să se determine: *a)* timpul de depunere (t); *b)* grosimea stratului de nichel depus, dacă suprafața de nichelat este $S = 100$ cm²; *c)* cantitatea de electricitate care a trecut prin cuvă.

Rezolvare.

a) Echivalentul electrochimic al nichelului, luat din tabele, este de 0,304 mg/C. Din prima lege a electrolizei

$$m = kIt \cdot$$

se obține

$$t = \frac{m}{kI} = \frac{13\,200 \text{ mg}}{0{,}304 \text{ mg/C} \cdot 5 \text{ A}} = 8\,685 \text{ s} = 2 \text{ h } 24 \text{ min } 45 \text{ s}.$$

b) Masa nichelului depus se calculează cu formula

$$m = \rho V = \rho S h,$$

$\rho = 8{,}8 \cdot 10^3$ kg/m³, fiind densitatea nichelului. Se deduce

$$h = \frac{m}{\rho S} = \frac{132 \cdot 10^{-4}}{8{,}8 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = \frac{132}{88} \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0{,}15 \text{ mm}.$$

c) Din legile electrolizei

$$m = kIt$$

deducem

$$It = q = \frac{m}{k} = \frac{13\,200}{0{,}304} = 43\,421 \text{ C}$$

3.129. Două băi electrolitice sînt legate în serie; catozii sînt de platină. Prima baie conține o soluție de azotat de argint ($AgNO_3$), cu un anod de argint pur; a doua — o soluție de azotat de plumb $Pb(NO_3)_2$, cu un anod de plumb pur.

Timp de două ore trece un curent de intensitate I, menținut constant printr-un reostat de reglare; densitatea curentului este — în A/cm² de suprafață de electrod — 0,02; pierderea de masă a anodului de argint

Scanned with OKEN Scanner

este în acest caz de 1,040 g. *a)* Care este masa de plumb depusă la catod? *b)* Care este, cu aproximație de 1 mA, intensitatea curentului? *c)* Care este suprafața fiecăruia din electrozi? *d)* Se repetă experiența cu o soluție saturată de sulfat de cupru ($CuSO_4$), anodul fiind de cupru pur, iar catodul de platină. Pentru o pierdere de masă de 1,020 g din anodul de argint, se obține o depunere de cupru de 0,3040 g. Să se determine cu o aproximație de 0,1 g, masa atomică a cuprului (Ag = 108, Pb = 207).

Rezolvare. *a)* Cînd se depun 108 g argint, depunerea de plumb este de $\frac{207}{2}$ g, deoarece aceeași cantitate de electricitate trece prin cele două băi.

Masa de plumb pe catodul băii cu azotat de plumb este

$$1{,}04\,\frac{103{,}5}{108} = 0{,}9966 \text{ g}.$$

b) 108 g de argint sînt depuse prin trecerea a 96 521 C. Deci masa de 1,04 g de argint este depusă de

$$1{,}04 \cdot \frac{96\,521}{108} \text{ C},$$

care au trecut prin baie în $2 \cdot 3\,600 = 7\,200$ s.

Deci curentul este de

$$I = \frac{q}{t} = 1{,}04 \cdot \frac{96\,521}{108} \cdot \frac{1}{7\,200} = 0{,}129 \text{ A}$$

c) Densitatea $\frac{I}{S}$ a curentului (S = suprafața unui electrod) este 0,02 A/cm².

Deci

$$S = \frac{0{,}129}{0{,}02} = 6{,}45 \text{ cm}^2.$$

d) Masele de metale diferite, depuse prin trecerea aceleiași cantități de electricitate, sînt proporționale cu echivalenții chimici ai acestor metale. Putem deci scrie, A fiind masa atomică a cuprului:

$$\frac{1{,}02}{108} = \frac{0{,}3040}{\frac{1}{2}A} \Rightarrow A = \frac{180 \cdot 0{,}304 \cdot 2}{1{,}02} \approx 64{,}3.$$

3.130. Care este cantitatea de cupru depusă în 5 min de patru elemente Daniell, grupate în serie și producînd un curent care trece printr-o baie de sulfat de cupru: *a)* în cazul cînd electrozii sînt de platină? *b)* în cazul cînd electrozii sînt de cupru?

Scanned with OKEN Scanner

Rezistența băii și a electrozilor este 0,25 Ω. T.e.m. a unui element Daniell este 1,08 V. Rezistența interioară a unui element este 1,5 Ω. T.e.m. de polarizare este 1,32 V. Echivalentul chimic al cuprului 32.

Rezolvare. *a)* Cînd electrozii sînt de platină, se produce polarizarea electrozilor și t.e.m. de polarizare se opune aceleia a pilei. Valoarea intensității este deci

$$I = \frac{4 \cdot 1{,}08 - 1{,}32}{4 \cdot 1{,}5 + 0{,}25} = 0{,}48 \text{ A}$$

și timp de 5 min va trece o cantitate de electricitate

$$q = 5 \cdot 60 \cdot 0{,}48 = 144 \text{ C}.$$

Masa de cupru depus va fi

$$M = \frac{144 \cdot 32}{96\,521} \approx 0{,}047 \text{ g}.$$

b) Cînd electrozii sînt de cupru, nu se produce polarizare, și în acest caz

$$I_1 = \frac{4 \cdot 1{,}08}{4 \cdot 1{,}05 + 0{,}25} = 0{,}69 \text{ A};$$

$$q_1 = 5 \cdot 60 \cdot 0{,}69 = 297 \text{ C};$$

$$M_1 = \frac{203 \cdot 32}{96\,521} = 0{,}069 \text{ g}.$$

3.131. Electrozii unui element Volta sînt construiți dintr-un cilindru de zinc amalgamat și dintr-o tijă cilindrică de cupru dispusă după axul cilindrului. Acesta a fost acoperit cu un grilaj dintr-un strat uniform de oxid cupric. Tensiunea electromotoare a acestui element este $E = 1{,}5$ V; rezistența apei acidulate dintre cei doi electrozi este $r = 0{,}8$ Ω. Închizînd circuitul printr-o rezistență $r_e = 1$ Ω, se constată că intensitatea curentului produs este constantă timp de 5 min și 15 s, apoi ea descrește brusc. Să se spună pentru ce se întîmplă astfel și să se determine, cu aproximație de 1 mg, cantitatea de oxid care ar acoperi tija de cupru.

În condițiile experienței, apa acidulată nu atacă oxidul de cupru. Cuprul bivalent are masa atomică de 63,6, oxigenul 16. Se reamintește că 96 521 C fac să se depună un echivalent gram de substanță.

Rezolvare. Stratul de oxid cupric este redus de hidrogenul care se produce și care se adună la electrodul de cupru. În timpul acestei reduceri, intensitatea curentului rămîne constantă; cînd stratul dispare, cuplul Zn—CuO este înlocuit cu cuplul Zn—Cu, tensiunea electromotoare scade și intensitatea descrește, pentru că hidrogenul se adună în jurul lamei de cupru și o polarizează.

Masa moleculară pentru CuO este

$$63{,}6 + 16 = 79{,}6$$

Scanned with OKEN Scanner

și, cuprul fiind bivalent 96 521 coulombi liberează 1 g de hidrogen care descompune $\frac{79,6}{2}$ g de oxid cupric.

Cantitatea de electricitate q produsă de element în 5 min 15 s = 315 s ne va da deci masa de oxid descompus, adică masa m a stratului care acoperă tija

$$m = \frac{q \cdot 79,6}{2 \cdot 96\,521}\ \text{g} \approx 4,13 \cdot 10^{-4} \cdot q.$$

Intensitatea curentului este

$$I = \frac{E}{r_e + r_i} = \frac{1,5}{1 + 0,8} = \frac{1,5}{1,8}\ \text{A} \approx 0,833\ \text{A}$$

și avem

$$q = It = 0,833 \cdot 315 \approx 263\ \text{C}$$

deci

$$m = 4,13 \cdot 10^{-4} \cdot 263 \approx 0,107\ \text{g}.$$

3.132. Cîți coulombi transportă un curent de 1,8 A care trece timp de 10 min printr-o soluție de azotat de argint? Cît argint se depune la catod în acest interval de timp?

R. 1080 C; 1,2 g

3.133. Ce intensitate va trebui să aibă curentul electric care trece timp de 2 ore printr-o soluție de $NiSO_4$ și depune 10 g de nichel?

R. 4,6 A.

3.134. Într-o baie electrolitică cu electrozi de cupru se depun la catod 2 g cupru în 1,5 min. Care este puterea curentului electric, dacă baia are rezistența de 0,6 Ω?

R. 2,744 kW.

3.135. Într-o baie electrolitică cu electrozi de cupru și soluție de $CuSO_4$ s-au depus 1,98 g de cupru în 20 min. Ce putere s-a folosit, dacă rezistența băii este 0,8 Ω?

R. 20,9 W.

3.136. Un dinam cu puterea de 8 kW produce o tensiune de 8 V. Cît aluminiu se purifică electrolitic în 24 ore?

R. 8,122 kg.

3.137. Cuprul se rafinează folosind ca anod plăci de cupru impur în soluție de $CuSO_4$. Cît costă rafinarea unui kilogram de cupru cu 12% impurități, dacă tensiunea la bornele cuvei electrolitice este de 4,5 V, iar 1 kWh costă 30 bani?

R. 1,03 lei.

Scanned with OKEN Scanner

3.138. 6 cuve electrolitice, legate în paralel, fiecare cu rezistența de 0,6 Ω, conțin soluție de azotat de argint. După cinci ore de funcționare a băilor s-a depus la toți catozii 704,34 g de argint. Să se calculeze: *a)* puterea dinamului care alimentează cuvele electrolitice; *b)* randamentul, știind că dinamul este legat la cuve printr-un fir de cupru cu rezistența de 0,01 Ω.

R. 0,123 kW; ≈ 91%.

3.139. Argintarea unei piese metalice cu suprafața de 120 cm² la un curent de 0,3 A a durat 5 ore. Să se determine grosimea stratului de argint depus pe piesă.

R. 0,5 mm.

3.140. Se ia o bandă de hîrtie indicator (îmbibată cu KNO_3 și fenolftaleină) cu lățimea de 1 cm și grosimea de 0,04 mm și se leagă de ea capetele a două conductoare. Distanța dintre capetele acestor două conductoare este de 2 cm, iar tensiunea dintre ele este de 110 V. După ce curentul a trecut timp de 5 s, apare o colorație roșie. Cît potasiu a fost eliberat electrochimic, dacă rezistivitatea hîrtiei ude este de aproximativ 10^{-1} Ω · m.

R. 0,0451 mg.

3.141. Într-o uzină pentru rafinarea cuprului, funcționează 200 băi electrolitice, fiecare dintre ele avînd 20 catozi, legați în paralel. Băile sînt legate în serie. Știind că densitatea curentului este de 2 A/dm² și aria suprafeței unui catod este de 100 dm², să se calculeze cantitatea de cupru electrolitic obținută în 24 ore. Puritatea cuprului obținut este de 95%.

R. 2412,5 t.

3.142. Un voltametru cu electrozi de platină cuprinde apă acidulată (fig. 3.23).

Rezistența voltametrului este de 2 Ω și rezistența interioară a generatorului 1 Ω. Tensiunea de polarizare este de 1,3 V iar t.e.m. a generatorului 10,3 V. Să se calculeze volumul de gaz din eprubetă cînd diferența de nivel a lichidului este 6,8 cm, $\rho = 1{,}1$ g/cm³, presiunea atmosferică = 761,12 torr, $t = 27$ °C și timpul 965 s ($\rho_{Hg} = 13{,}6$ g/cm³). Se consideră tensiunea de vapori = 26,7 torr.

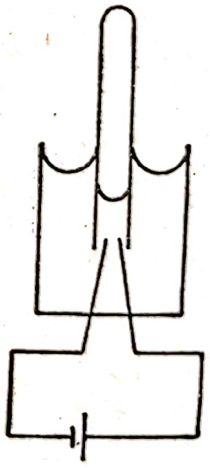


Fig. 3.23

R. 568,8 cm³.

3.143. O baterie de acumulatoare formată din 25 elemente legate în serie și fiecare cu tensiunea e.m. de 2 V și rezistența interioară de 0,1 Ω, alimentează un circuit format din rezistența $R_1 = 5\,\Omega$, un reșou electric cu rezistența $R_2 = 10\,\Omega$ și un voltametru cu apă acidulată cu rezis-

tența interioară $R_3 = 2\ \Omega$. Reșoul și voltametrul sînt legate în paralel și grupul în serie cu rezistorul R_1. Să se calculeze: *a)* pierderea de putere în interiorul generatorului; *b)* volumul de gaz colectat în voltametru la condițiile normale, în timp ce reșoul transformă în vapori la 100 °C, 50 g gheață cu temperatura de −10 °C, el avînd randamentul de 80%. Se cunosc: masele moleculare ale hidrogenului și oxigenului 2 și 32.

($c_{gheață} = 2\,000$ J/kg·grd, $l_t = 334$ kJ/kg, $l_v = 2\,100$ kJ/kg).

R. 74,4 W; 17 237 cm³.

3.144. Un curent electric depune 10 g argint în 5 ore. În serie cu baia electrolitică este o lampă cu incandescență care degajă 60 W. Ce tensiune avem la bornele lămpii?

R. 122,5 V.

Elemente galvanice; acumulatoare

3.145. Patru elemente galvanice au fiecare t.e.m. de 1 V și rezistența interioară $r = 0{,}5\ \Omega$. Ele sînt legate în serie și debitează curent într-o pereche de rezistențe R_1 și R_2, conectate în paralel (fig. 3.24). Valorile rezistențelor sînt: $R_1 = 40\ \Omega$ și $R_2 = 10\ \Omega$. Să se calculeze: *a)* curentul total din circuit; *b)* curenții din laturile R_1 și R_2; *c)* cantitatea de căldură degajată în rezistența R_2 timp de 3 ore.

Rezolvare.

a) Rezistența echivalentă R a celor două rezistențe R_1 și R_2 este

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{40 \cdot 10}{40 + 10} = \frac{400}{50} = 8\ \Omega.$$

Intensitatea I a curentului principal va fi

$$I = \frac{4E}{R + 4r} = \frac{4 \cdot 1}{8 + 4 \cdot 0{,}5} = \frac{4}{10} = 0{,}4\ \text{A}.$$

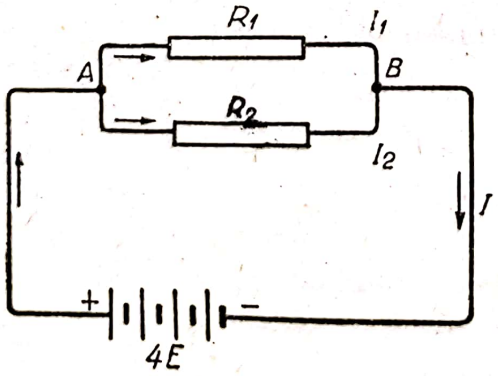


Fig. 3.24.

b) Se scriu legile lui Kirchhoff în bucla AR_1BR_2A și în nodul A, obținînd sistemul de ecuații

$$\begin{cases} R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0 \\ I = I_1 + I_2 \end{cases}$$

sau înlocuind valorile numerice:

$$40 I_1 - 10 I_2 = 0$$

$$I_1 + I_2 = 0{,}4$$

Rezolvînd sistemul, se obține

$$I_1 = 0{,}08 \text{ A}, \quad I_2 = 0{,}32 \text{ A}.$$

c) Se aplică legea lui Joule.

$$Q = R_2 I_2^2 t = 10 \cdot 0{,}32^2 \cdot 3 \cdot 3\,600 \text{ J} = 10\,259{,}2 \text{ J} \approx 10{,}259 \text{ kJ}$$

3.146. Ce cantitate de zinc se consumă în elementul Bunsen cînd acesta funcționează timp de o oră, debitînd un curent de 0,5 A? Zincul este bivalent.

R. 6,12 g.

3.147. Un aparat electric cu rezistența de 2,5 Ω este acționat de un element Leclanché cu t.e.m. de 1,5 V și rezistența interioară de 0,5 Ω. Să se calculeze cantitatea de zinc ce se consumă în element timp de 30 de zile, știind că aparatul funcționează în medie 10 min pe zi.

R. 3,06 g.

3.148. Două elemente galvanice identice montate în serie produc un curent de 0,714 A într-un rezistor exterior de 4 Ω. Dacă sînt montate în paralel produc un curent de 0,454 A. Să se calculeze t.e.m. și rezistența interioară a fiecărui element. Ce element este?

R. 2V; 0,8 Ω; Grenet.

3.149. Cinci elemente galvanice legate în serie au fiecare t.e.m. de 1,5 V și rezistența interioară de 2 Ω. Circuitul exterior este format dintr-un voltametru cu soluție de $AgNO_3$, electrozii fiind de argint. În 10 s se depun la catod 0,333 mg de Ag. Să se calculeze: *a)* rezistența voltametrului; *b)* timpul în care s-ar depune aceeași cantitate de Ag, elementele fiind legate în paralel.

R. 240 Ω; 19 s.

3.150. De ce cantitate de electricitate dispune un acumulator cu capacitatea de 48 Ah?

R. 172 800 C.

3.151. Un dinam încarcă 50 acumulatoare legate în serie. La începutul încărcării, tensiunea unui element de acumulator este de 1,85 V, iar la sfîrșit este de 2,75 V. Rezistența interioară a unui acumulator este de 0,02 Ω. Intensitatea curentului de încărcare trebuie să aibă densitatea de 0,5 A/dm². În fiecare element de acumulator sînt trei plăci pozitive de cîte 2 dm² fiecare. Ce tensiune trebuie să dea dinamul la începutul și sfîrșitul încărcării?

R. 95,5 V; 140,5 V.

3.152. Două acumulatoare au t.e.m. de 2 V fiecare și capacitatea de 80 Ah. Cît nichel se poate depune electrolitic, dacă rezistența cuvei electrolitice este de 0,5 Ω, folosind toată energia electrică a ambelor acumu-

Scanned with OKEN Scanner

latoare cînd sînt legate: *a)* în serie; *b)* în paralel. Care legătură este mai avantajoasă?

R. 86,4 g; 172,8 g; în paralel.

3.153. Să se calculeze energia electrică folosită la încărcarea unui acumulator cu capacitatea de 40 Ah, dacă t.e.m. de polarizare este egală cu 2,5 V, rezistența interioară, cu 0,02 Ω, iar intensitatea curentului de încărcare, cu 4 A. Să se determine randamentul acestui acumulator, admițînd că la descărcare funcționează sub tensiune constantă de 2 V.

R. 0,1032 kWh; 77,5%.

3.154. Pentru determinarea temperaturii unui cuptor, se introduce în interiorul lui sudura unui cuplu termoelectric nichelcromnichel, cu tensiunea termoelectromotoare $E_t = 0{,}5 \cdot 10^{-6}$ V/grd. Circuitul incluzînd galvanometrul și termocuplul are rezistența de $2 \cdot 10^3$ Ω, sensibilitatea de $10^{-8} \frac{A}{div}$ și indică o derivație de 25 diviziuni, atunci cînd a doua sudură a termocuplului se găsește în aer la 15°C. Care este temperatura cuptorului? [*Indicație.* Tensiunea electromotoare este dată de relația $E = E_t(\theta_2 - \theta_1)$].

R. 1 015°C.

Curentul electric prin gaze

3.155. Un tub de descărcare are distanța dintre electrozi de 10 cm și tensiunea aplicată de $2 \cdot 10^4$ V. Dintr-o ionizare precedentă apare un electron fără energie. Să se calculeze: *a)* mărimea drumului liber pentru ca electronul să poată ioniza prin șoc un atom de hidrogen la care energia de ionizare este de 13,6 eV; *b)* viteza maximă pe care o atinge electronul; *c)* frecvența luminii al cărui foton produce același efect.

R. *a)* $6{,}8 \cdot 10^{-5}$ m; *b)* $\approx 2{,}2 \cdot 10^3 \frac{km}{s}$; *c)* $3{,}285 \cdot 10^{15}$ Hz.

3.156. Pentru a asigura ionizarea unei molecule neutre de gaz, trebuie ca electronul să aibă o energie de $2{,}4 \cdot 10^{-18}$ J. Care trebuie să fie intensitatea cîmpului electric care să permită electronului să dobîndească această energie? Se ia ca lungime a drumului liber parcurs de electron 0,0005 cm.

R. $3 \cdot 10^6$ V/m.

3.157. În cilindrii unui motor cu ardere internă intensitatea cîmpului electric, care asigură descărcarea disruptivă între electronii bujiei, nu trebuie să fie mai mică de 20 kV/mm. La ce tensiune trebuie să se supună electrozii, dacă distanța dintre ei este de 0,5 mm?

R. 10 kV.

Scanned with OKEN Scanner

3.158. Într-un tub de descărcare cu electrozi plați de 100 cm^2, trece un curent de saturație egal cu $2 \cdot 10^{-10}$ A. Distanța care separă electrozii este de 0,5 cm. Să se determine cîte perechi de ioni apar într-o secundă sub influența unui ionizator într-un centimetru cub de gaz care se găsește în tub.

R. $3 \cdot 10^7\ cm^{-3}$.

C. ELECTROMAGNETISMUL

Considerații teoretice

Inducția magnetică B într-un anumit mediu se poate prezenta ca produsul dintre permeabilitatea magnetică μ a acelui mediu și intensitatea cîmpului magnetic H.

$$B = \mu H = \mu \frac{IN}{l} \tag{1}$$

Raportul dintre permeabilitatea magnetică μ a unui mediu și permeabilitatea magnetică μ_0 a vidului se numește permeabilitate relativă μ_r, care este un număr fără dimensiuni.

Orice permeabilitate μ se va exprima prin produsul

$$\mu = \mu_r \mu_0 \tag{2}$$

În tabele se găsește μ_r, iar $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$.

Obs. În toate problemele din prezenta lucrare permeabilitatea este dată prin valoarea sa relativă.

Unitatea SI de inducție magnetică este *tesla* (T). Definiția se dă mai departe (pag. 288).

Intensitatea cîmpului magnetic H produs de un curent rectiliniu foarte lung, este în SI

$$H = \frac{I}{2\pi r} \tag{3}$$

Intensitatea cîmpului magnetic H generat de un curent circular, de rază r, în centrul spirei, este dată de relația

$$H = \frac{I}{2r} \quad \text{și} \quad B = \mu \frac{I}{2r} \tag{4}$$

În SI intensitatea unui cîmp magnetic se exprimă în amperi pe metru $\frac{A}{m}$.

Amperul pe metru reprezintă intensitatea cîmpului magnetic, datorat curentului de 1 A, în centrul unei spire circulare cu raza de 0,5 m.

Scanned with OKEN Scanner

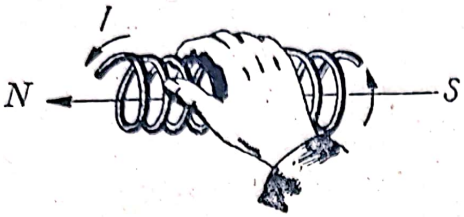


Fig. 3.25

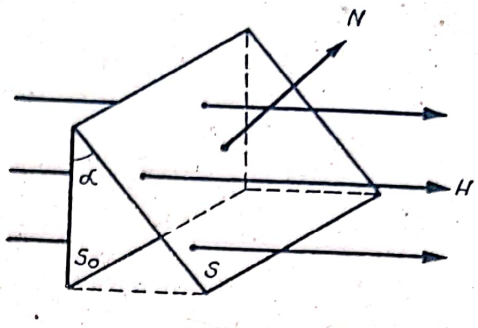


Fig. 3.26

Intensitatea cîmpului magnetic H generat de un cadru circular de N spire este

$$H = \frac{NI}{2r}\ \frac{\text{A}}{\text{m}} \tag{5}$$

Intensitatea cîmpului magnetic din interiorul unei bobine (solenoid) de lungime l, avînd N spire este

$$H = \frac{NI}{l}, \text{ iar } B = \mu \frac{NI}{l} \tag{6}$$

Sensul cîmpului magnetic este dat de regula mîinii drepte (fig. 3.25).

Flux magnetic. Într-un cîmp magnetic uniform, a cărui inducţie magnetică este B (fig. 3.26), trec, perpendicular printr-o suprafaţă egală cu unitatea, B linii de inducţie, iar printr-o suprafaţă S_0, perpendiculară pe liniile de inducţie trece numărul Φ de linii de inducţie. Acest număare un caracter convenţional.

$$\Phi = B\ S_0 \tag{7}$$

Dacă normala N la suprafaţă face un unghi α cu direcţia liniilor, avem

$$\Phi = BS\ \cos\alpha \tag{8}$$

Mărimea Φ reprezintă *fluxul inducţiei magnetice* sau pe scurt *fluxul magnetic*. Unitatea SI de flux magnetic se numeşte *weber* (Wb). Defiriţia weberului se va da la pag. 300 pe baza fenomenului de inducţie electromagnetică.

Considerînd $\alpha = 0$, fluxul magnetic devine

$$\Phi = BS, \tag{9}$$

de unde

$$B = \frac{\Phi}{S}. \tag{10}$$

Cu ajutorul acestei relaţii se poate stabili unitatea SI de *inducţie magnetică*

$$[B]_{\text{SI}} = \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = \text{T (tesla)} \tag{11}$$

Scanned with OKEN Scanner

Deci *unitatea SI de inducție magnetică* (T) *este inducția magnetică, care produce un flux de un weber printr-o suprafață de 1* m^2, *normală pe cîmp.*

Flux magnetic al unui solenoid. Se remarcă, că aceleași linii de inducție B, intersectează suprafața celor N spire, încît se va scrie

$$\Phi = BNS \tag{12}$$

Ținînd seama de relațiile $H = \frac{NI}{L}$ și $B = \mu H$, se obține

$$\Phi = \mu \frac{N^2 SI}{l} \tag{13}$$

Inductanța L, este definită prin relația

$$L = \frac{\Phi}{I} = \mu \frac{N^2 S}{l} \tag{14}$$

Unitatea SI de inductanță se numește henry (H). Un henry este inductanța unei spire în care ia naștere un flux magnetic de 1 Wb, cînd spira este parcursă de un curent de 1 A.

$$[L]_{SI} = \left[\frac{\Phi}{I}\right] = \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = \text{H (henry)} \tag{15}$$

Acum se poate stabili unitatea de permeabilitate în SI

$$[\mu]_{SI} = \left[\frac{B}{H}\right] = \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{A}} = \frac{\text{Wb}}{\text{A}} \cdot \frac{1}{\text{m}} = \frac{\text{H}}{\text{m}} \text{ (henry pe metru)} \tag{16}$$

Permeabilitatea magnetică a vidului

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}} \tag{17}$$

Într-un circuit magnetic, *tensiunea magnetomotoare* (t.m.m.) este dată de relația

$$F = NI, \tag{18}$$

Reluctanța circuitul magnetic, se calculează cu formula

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S} \tag{19}$$

Pentru un electromagnet *forța electromagnetică portantă* este dată de formula

$$F = \frac{SB^2}{2\mu_0}, \tag{20}$$

unde μ_0 este permeabilitatea vidului $4\pi \cdot 10^{-7}$ henry pe metru, S aria piesei polare în metri pătrați, B inductanța magnetică în tesla, F rezultînd în newtoni.

Scanned with OKEN Scanner

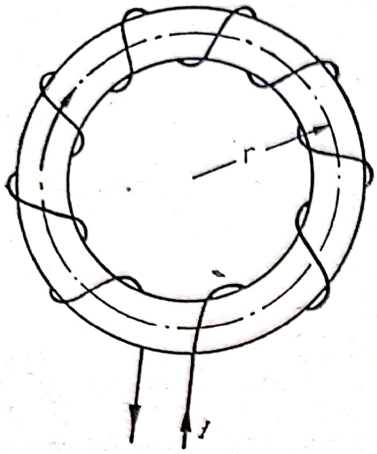


Fig. 3.27

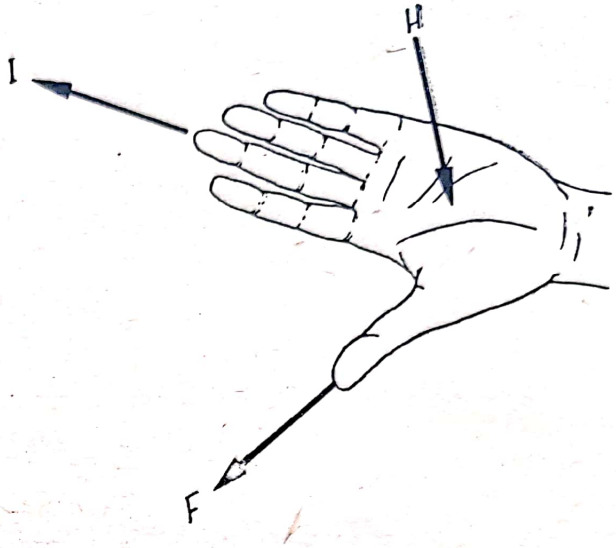


Fig. 3.28

Un toroid (cu sau fără inel de fier) (fig. 3.27), cu raza medie r, avînd N spire parcurse de curentul I, produce în interiorul său, un cîmp magnetic a cărui intensitate, în SI este:

$$H = \frac{NI}{l} \tag{21}$$

iar inducţia magnetică

$$B = \mu \frac{NI}{l} \tag{22}$$

(l fiind lungimea axei toroidului).

Fluxul magnetic al toroidului va fi

$$\Phi = NSB = \frac{N^2SI}{l}, \text{ unde } l = 2\pi r. \tag{23}$$

Forţa electromagnetică F exercitată de inducţia magnetică B asupra unui conductor de lungime l, parcurs de curentul I aşezat perpendicular pe liniile de forţă, este dată de formula

$$F = B\,Il = \mu\,HIl \tag{24}$$

Sensul forţei electromagnetice este dat de regula mîinii stîngi (fig.3.28).

Forţa de interacţiune F dintre două conductoare paralele, de lungime comună l, parcurse de curenţii I_1, respectiv I_2, aflate la distanţa d unul faţă de altul, într-un mediu cu permeabilitatea magnetică μ, este dată în SI de formula

$$F = \mu \frac{I_1 I_2 l}{2\pi d} \tag{25}$$

în care I_1 şi I_2 se exprimă în amperi, l şi d în metri, F în newtoni, iar μ în $\frac{\text{H}}{\text{m}}$.

Energia W consumată înregistrată de un contor electric într-un interval de timp Δt secunde este proporțională cu numărul de rotații N ale discului contorului electric.

$$W = \frac{N}{k} \tag{26}$$

k fiind o constantă care reprezintă numărul de rotații ale discului contorului ce corespund unei unități de energie electrică. Această constantă este indicată pe cadranul aparatului și poate fi calculată cu formula

$$k = \frac{3{,}6 \cdot 10^6 \cdot n}{P \cdot \Delta t} \left[\frac{\text{rot}}{\text{Ws}}\right] \tag{27}$$

n fiind numărul de rotații ale discului contorului care corespunde la energia consumată în Δt secunde, iar P puterea curentului electric.

APLICAȚII

Cîmpul magnetic al curentului electric

3.159. Doi curenți paraleli și de același sens, așezați la distanța $d = 10$ cm unul de altul, au intensitățile $I_1 = 100$ A, respectiv $I_2 = 25$ A. Să se calculeze intensitatea cîmpului magnetic (H) generat în: *a)* punctul aflat la egală distanță de cei doi curenți în planul curenților; *b)* punctele aflate în exterior la 5 cm de fiecare dintre curenți; *c)* în ce punct este nulă intensitatea cîmpului magnetic?

Rezolvare.

a) În punctul A (fig. 3. 29), aflat la mijlocul distanței dintre I_1 și I_2, se vor suprapune două cîmpuri magnetice de sens contrar: unul cu intensitatea H_1 produs de curentul I_1

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi \frac{d}{2}} = \frac{100}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \approx 318 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

și altul cu intensitatea H_2 produs de curentul I_2

$$H_2 = \frac{I_2}{2\pi \frac{d}{2}} = \frac{25}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \approx 80 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Intensitatea cîmpului magnetic în A va fi rezultanta H a celor două cîmpuri componente H_1 și H_2

$$H_A = H_1 - H_2 = 238 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

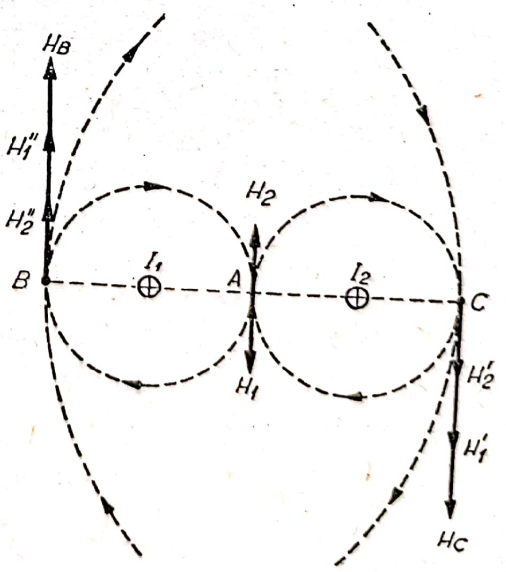


Fig. 3.29

b) În punctul C aflat în exterior, la 5 cm de curentul I_2 se vor suprapune două cîmpuri magnetice de acelaşi sens: unul cu intensitatea H_1' produs de curentul I_1.

$$H_1' = \frac{I_1}{2\pi \frac{3d}{2}} = \frac{100}{6{,}28 \cdot 15 \cdot 10^{-2}} \approx 106 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

şi altul cu intensitatea H_2', produs de curentul I_2

$$H_2' = \frac{I_2}{2\pi \frac{d}{2}} = \frac{25}{6{,}28 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \approx 80 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

Intensitatea cîmpului magnetic în punctul C va fi deci

$$H_C = H_1' + H_2' = 106 + 80 = 186 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

În mod analog, în punctul B va fi un cîmp magnetic cu intensitatea H_B

$$H_B = H_1'' + H_2'' = \frac{100}{2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} + \frac{25}{2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 10^{-2}} = 320 + 30 = 350 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

c) Intensitatea poate fi nulă numai într-un punct M situat între cei doi curenţi, la o distanţă x de curentul I_1, aşa fel încît

$$H_M = \frac{100}{2\pi x} - \frac{25}{2\pi(10 - x)} = 0,$$

de unde

$$x = 8 \text{ cm}.$$

3.160. Miezul unui electromagnet are 50 cm lungime şi 20 cm² secţiune; fiecare bobină are 250 spire şi este străbătută de un curent de 10 A. Să se calculeze: *a)* cîmpul creat de curent; *b)* fluxul realizat presupunînd polii uniţi printr-o armătură de fier, de reluctanţă neglijabilă; *c)* inducţia B şi forţa portantă F a electromagnetului; *d)* ce devin B şi F, dacă se realizează un întrefier de 0,5 cm între armătură şi miez ? (În condiţiile experienţei, se ia permeabilitatea relativă $\mu_r = 200$).

Rezolvare. *a)* Cîmpul creat de curent este

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{500 \cdot 10}{5 \cdot 10^{-1}} = 10^4 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

b) Fluxul realizat

$$\Phi = \mu \frac{N^2 SI}{l} = BNS$$

sau

$$\Phi = \mu_0 \mu_r HNS = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 10^4 \cdot 5\,000 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 2{,}5 \text{ Wb}$$

Scanned with OKEN Scanner

c) Inducția

$$B = \mu_0 \mu_r H = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 200 \cdot 10^4 = 2{,}5\text{T}$$

Forța portantă este legată de inducție prin formula

$$F = \frac{SB^2}{2\mu_0}$$

S fiind aria suprafeței totale de contact dintre miez și armătură. În cazul problemei, valoarea forței portante este deci

$$F = \frac{2 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot (2{,}5)^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 10^4\text{N}$$

d) Formula care dă valoarea lui Φ se poate scrie

$$\Phi = \frac{N^2 I}{\frac{l}{\mu S}} = \frac{N^2 I}{\frac{l}{\mu_r \mu_0 S}}$$

expresia $l/\mu_r \mu_0 S$ este reluctanța $\mathcal{R}$. Dacă se realizează un întrefier de 1 cm la electromagnet această reluctanță devine (se știe că pentru aer $\mu_r = 1$)

$$\mathcal{R} = \frac{5 \cdot 10^{-1}}{200 \cdot \mu S} + \frac{10^{-2}}{\mu_0 S} = \frac{5 \cdot 10^{-1} + 200 \cdot 10^{-12}}{200 \mu_0 S} = \frac{2{,}5}{200 \mu_0 S}$$

Valoarea inițială era $\frac{0{,}5}{200\mu_0 S}$; se vede că ea a devenit de cinci ori mai mare. Urmează de aici că fluxul creat și inducția devin de cinci ori mai mici. Deci forța portantă, care este proporțională cu pătratul inducției, devine de 25 ori mai mică decît înainte.

Observație. Creînd un întrefier de 1 cm aer, pentru care reluctanța este de 200 ori mai mare decît aceea a firului electromagnetului, înseamnă să se lungească magnetul cu 200 cm; aceasta echivalează deci cu un nou electromagnet de 250 cm, adică de o lungime de cinci ori mai mare; cîmpul

$$\frac{NI}{l'}$$

devine de cinci ori mai slab.

3.161. Pe un toroid de lemn cu aria secțiunii de 8 cm² se înfășoară uniform 1 000 spire, prin care circulă curentul de 500 mA. Diametrul mijlociu al torului este de 40 cm (fig. 3.30). Să se calculeze: *a)* intensitatea cîmpului magnetic din interior; *b)* inducția magnetică în cazul cînd miezul ar fi din fier cu permeabilitatea relativă 500;

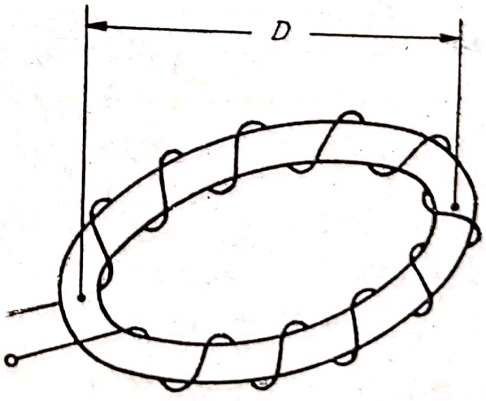


Fig. 3.30

c) fluxul prin secțiunea torului, precum și fluxul total în condițiile punctului b; *d)* inductanța torului în condițiile punctului *b*.

Rezolvare. *a)* Intensitatea cîmpului magnetic se calculează cu formula

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{NI}{2\pi r}$$

$$H = \frac{1\,000 \cdot 0{,}5}{6{,}28 \cdot 20 \cdot 10^{-2}} = 400\ \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

b) Inducția magnetică B este dată de

$$B = \mu H = \mu_r \mu_0 H = 500 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} 400 = 0{,}25\ \text{T}$$

c) Fluxul prin secțiunea toroidului va fi

$$\Phi_1 = BS = 0{,}25 \cdot 8 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-4}\ \text{Wb}$$

Fluxul total al toroidului va fi

$$\Phi = N\Phi_1 = 1\,000 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-1}\ \text{Wb}$$

d) Inductanța proprie a toroidului se va calcula cu ajutorul formulei

$$L = \mu \frac{N^2 S}{l} = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 S}{2\pi r} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 500 \cdot \frac{10^6 \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 10^{-2}}$$

adică

$$L = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 500 \cdot 10^6 \cdot 8 \cdot 10^{-4}}{20 \cdot 10^{-2}} = 0{,}4\ \text{H}$$

3.162. Să se determine intensitatea unui cîmp magnetic în care un miez de oțel cu permeabilitatea magnetică 800 produce inducția magnetică de 1T.

R. $10^3\ \frac{\text{A}}{\text{m}}$

3.163. Într-un cîmp magnetic uniform, cu intensitatea de 2 400 $\frac{\text{A}}{\text{m}}$ se introduce un miez de oțel cu permeabilitatea magnetică egală cu 1 000. Să se calculeze inducția magnetică în miezul de oțel.

R. 3T.

3.164. Într-un miez de oțel aflat într-un cîmp magnetic cu intensitatea de $\frac{10}{\pi}\ \frac{\text{A}}{\text{m}}$, inducția magnetică este de 8 T. Care este permeabilitatea magnetică a oțelului?

R. 2 000

Scanned with OKEN Scanner

3.165. Care trebuie să fie secțiunea unui miez de oțel pentru ca la un flux de $15 \cdot 10^{-4}$ Wb inducția magnetică să nu depășească $12 \cdot 10^{-1}$T.

R. 12,5 cm².

3.166. Un miez de fier are diametrul de 6 cm și este introdus într-un cîmp magnetic cu intensitatea de $\frac{3,75}{\pi} \cdot 10^3 \frac{A}{m}$. Care este fluxul magnetic ce trece prin miezul de fier, dacă permeabilitatea magnetică a miezului este de 1 000?

R. $4239 \cdot 10^{-6}$ Wb.

3.167. Într-un cîmp magnetic cu intensitatea de $\frac{10^4}{\pi} \frac{A}{m}$ se găsește un miez de fier cu permeabilitatea magnetică 314. Ce secțiune transversală are miezul de fier, dacă este străbătut de un flux magnetic de $1\,256 \cdot 10^{-6}$ Wb ?

R. 10 cm².

3.168. La 50 cm de centrul unui conductor izolat parcurs de un curent electric, intensitatea cîmpului magnetic este de $\frac{10^3}{4\pi} \frac{A}{m}$. Ce intensitate are curentul care circulă prin cablu?

R. 250 A.

3.169. Două conductoare izolate lungi și paralele aflate la 10 cm unul de altul sînt parcurse în sens contrar de curenți cu intensitatea de 50 A. Ce intensitate are cîmpul magnetic în punctul aflat la 5 cm de fiecare conductor?

R. În interior dublu; în exterior 104 $\frac{A}{m}$.

3.170. Ce intensitate are cîmpul magnetic din interiorul unui solenoid cu lungimea de 25 cm, avînd 500 spire, cînd este parcurs de un curent de 5 A?

R. 10^4 A/m.

3.171. Ce intensitate trebuie să aibă curentul care circulă printr-un solenoid lung de 0,40 m și cu 2 000 spire, pentru ca intensitatea cîmpului magnetic din interior să fie de $25 \cdot 10^3 \frac{A}{m}$?

R. 5 A

3.172. Un toroid are diametrul $D = 60$ mm și este înfășurat cu 100 spire. Să se calculeze intensitatea cîmpului magnetic, cînd este parcurs de 200 mA.

R. 106 A/m.

3.173. Dintr-o bucată de sîrmă s-a confecționat o spiră cu raza r și s-a conectat la o t.e.m. constantă. Dacă din aceeași bucată de sîrmă se con-

Scanned with OKEN Scanner

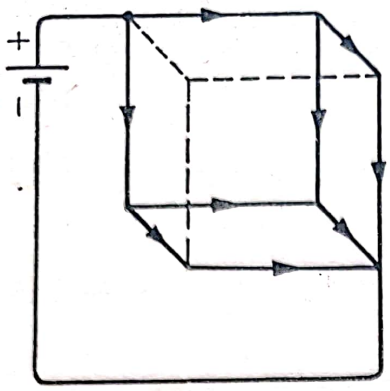


Fig. 3.31

fecționează un inel din două spire care de asemenea sînt conectate la aceeași t.e.m., ce valoare va avea intensitatea cîmpului magnetic în centrul spirelor față de primul caz?

R. Se mărește de 4 ori.

3.174. Un multiplicator cu 20 spire în formă de pătrat cu latura de 8 cm cuprinde în planul său așezat în planul meridianului magnetic un ac magnetic ce se poate roti în plan orizontal. Intensitatea cîmpului magnetic al Pămîntului în locul considerat este de 40 A/m și înclinația magnetică 30°. Să se calculeze cu ce unghi va devia acul la trecerea prin cadru a unui curent care depune în 965 s 64 mg Cu pe catodul unui voltametru legat în serie cu cadrul ($A=64$).

R. $\approx 61°$.

3.175. La capetele opuse ale diagonalei unui cub de sîrmă (fig. 3. 31), se conectează polii unei surse electrice. Care va fi intensitatea cîmpului magnetic creat de laturile cubului în centrul cubului ?

R. Zero.

3.176. Un toroid din fier are secțiunea pătrată, cu latura de 4 cm. Pe toroid se înfășoară uniform, într-un singur strat, 500 spire din sîrmă izolată. Diametrul toroidului este de 40 cm, iar permeabilitatea relativă a miezului este de 400. Să se calculeze inductanța lui, precum și fluxul total, cînd este parcurs de 1 A.

R. 0,16 H; 0,16 Wb.

3.177. Electromagnetul unei sonerii are bobina formată din 100 spire, iar diametrul mediu al unei spire de 2 cm. Lungimea bobinei fiind de 50 mm, iar miezul de fier avînd permeabilitatea relativă egală cu 200, să se calculeze inductanța ei proprie, cum și fluxul magnetic total, cînd prin ea circulă un curent de 200 mA.

R. $1{,}6 \cdot 10^{-2}$ H; $3{,}2 \cdot 10^{-3}$ Wb.

Forța electromagnetică

3.178. Între polii unui electromagnet se află un cîmp uniform $H = \frac{10^7}{4\pi}\frac{\text{A}}{\text{m}}$; ne propunem să folosim acest cîmp pentru construirea unui motor destinat să producă învîrtirea unui dispozitiv care să realizeze 3 000 rot/min, folosind pentru aceasta o putere de 100 W. În acest scop, se folosește un disc plan circular, cu diametrul de 20 cm, al cărui ax este perpendicular pe direcția cîmpului și care se montează după cum se vede în figura 3.32 într-un circuit în care se află o sursă de t.e.m. E și o rezistență R. Să se

Scanned with OKEN Scanner

determine: *a)* curentul care va trebui să treacă prin disc de la periferie spre centru; *b)* diferența de potențial dintre bornele motorului astfel realizat, știind că rezistența interioară este de 0,3 Ω; *c)* valoarea t.e.m. E, dacă rezistența R este de 5 Ω (rezistența interioară a generatorului 0,2 Ω).

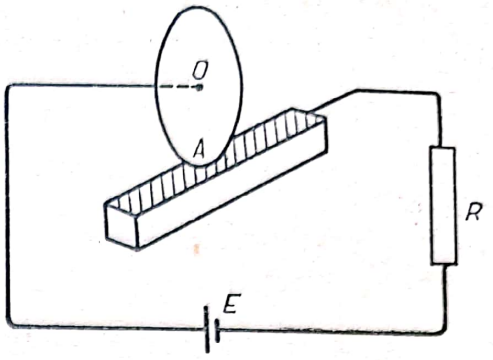


Fig. 3.32

Rezolvare. *a)* Raza OA a discului este supusă la o forță electromagnetică.

$$F = \mu\, HlI = \mu_0\, \mu_r\, HlI$$

unde l este raza discului. Avem

$$F = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot I \cdot \frac{10^7}{4\pi} \cdot 10^{-1} = 10^{-1} IN$$

Această forță, aplicată în mijlocul razei, determină un cuplu electromagnetic

$$C = F \cdot \frac{R}{2} = 10^{-1} \cdot I \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 5 \cdot 10^{-3} I \text{ Nm}, \quad (\text{Nm} = \text{J})$$

care, la viteza dată, va produce o putere

$$P = C\omega = 5 \cdot 10^{-3} I \frac{2\pi n}{60} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot I \cdot \frac{\pi \cdot 3\,000}{30} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2 \cdot \pi \cdot I \text{ J/s} = 0{,}5\pi I \text{ W}$$

Această putere trebuie să fie egală cu 100 W, deci

$$100 = 0{,}5\pi\, I, \text{ de unde } I = \frac{200}{\pi} = 63{,}7 \text{ A}$$

b) Puterea electromagnetică este dată de relația

$$E'I = 100 \text{ W},$$

de unde

$$E' = \frac{100}{I} = \frac{100}{200} - = 1{,}57 \text{ V}$$

și, cum rezistența interioară este 0,3 Ω, diferența de potențial la bornele motorului va fi

$$U = E' + rI,$$

sau

$$U = 1{,}57 + 0{,}3 \cdot 63{,}7 = 20{,}68 \text{ V}$$

c) Legea lui Ohm generalizată dă

$$I = \frac{E}{R} \text{ sau } 63{,}7 = \frac{E - 1{,}57}{5 + 0{,}2 + 0{,}3},$$

de unde

$$E = 352 \text{ V}.$$

Scanned with OKEN Scanner

3.179. Într-un cîmp magnetic uniform cu inducţia de $2 \cdot 10^{-4}$T intră un electron cu viteza de 10^9 cm/s, perpendicular pe liniile cîmpului magnetic. Ce forţă acţionează asupra electronului? Ce traiectorie descrie electronul ? Care este raza traiectoriei?

Rezolvare. Un electron care se mişcă cu viteza v reprezintă un curent electric cu intensitatea $I = ev$, deoarece printr-un punct al traiectoriei trece într-o secundă sarcina ev.

Forţa electromagnetică va fi deci

$$F = B \cdot ev = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^7 = 3{,}2 \cdot 10^{-16} \text{ N},$$

deoarece sarcina electronului este $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C.

Forţa electromagnetică fiind perpendiculară pe traiectorie, nu va modifica modulul vitezei, ci numai direcţia ei. Mişcarea electronului va fi deci circulară uniformă. Pentru a găsi raza traiectoriei, scriem că forţa centripetă este egală cu forţa electromagnetică, adică

$$Bev = \frac{mv^2}{R},$$

de unde

$$R = \frac{mv}{Be},$$

adică

$$R = \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot 10^7}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 29{,}1 \text{ cm}$$

Această metodă este folosită în fizica nucleară.

3.180. Un conductor liniar lung de 5 cm este aşezat într-un cîmp magnetic, perpendicular pe liniile de forţă. Ştiind că conductorul este parcurs de 3 A şi suferă o forţă electromagnetică de $15 \cdot 10^{-5}$ N, să se calculeze intensitatea cîmpului magnetic.

R. $8 \cdot 10^{-4}$ A/m.

3.181. Doi electromagneţi au dimensiuni egale şi sînt confecţionaţi din acelaşi fier. Unul din ei are 30 spire parcurse de un curent de 5 A, iar al doilea are 40 spire, parcurse de 4 A. Prin care din ei va fi fluxul magnetic mai mare?

R. Al doilea.

3.182. Miezul unui solenoid este din fier cu permeabilitatea magnetică 500. Lungimea solenoidului este de 25 cm, numărul spirelor 1 000, iar diametrul secţiunii lui transversale este de 2 cm. Să se calculeze inducţia magnetică şi fluxul magnetic, dacă spirele sînt parcurse de 0,5 A.

R. 1,256 T; 0,39 Wb.

Scanned with OKEN Scanner

3.183. Un conductor cu lungimea activă de 20 cm se găseşte într-un cîmp magnetic uniform perpendicular pe liniile de cîmp şi este parcurs de un curent de 10 A. Conductorul fiind acţionat de o forţă electromagnetică de 1 N, să se determine inducţia magnetică a cîmpului. Ce lungime activă trebuie să aibă conductorul pentru ca forţa să devină 2 N ? Ce intensitate de curent trebuie să circule prin conductor pentru ca forţa să devină 0,75 N ?

R. $5 \cdot 10^{-4}$ T; 0,4 m; 7,5 A.

3.184. Un electron intră cu viteza de 250 000 km/s într-un cîmp magnetic omogen, care are liniile perpendiculare pe viteză. Ce inducţie magnetică trebuie să aibă cîmpul pentru ca traiectoria electronului să aibă raza de 14 cm? Cu ce forţă este acţionat electronul?

R. 10^{-2} T; $4 \cdot 10^{-13}$ N.

Acţiunea reciprocă a curenţilor electrici

3.185. Un cuptor electric este alimentat de un curent de 2 200 A, care circulă prin două conductoare paralele, la 5 cm depărtare unul de altul. Ce acţiune reciprocă se exercită pe fiecare metru de conductor?

R. 19,36 N/m.

3.186. Într-o uzină se găsesc două conductoare de cupru lungi de 2 m şi la 8 cm distanţă unul de altul. Din cauza unui scurtcircuit, cele două conductoare sînt parcurse de 8 000 A, ceea ce provoacă strîmbarea lor. Să se calculeze forţa care a dus la strîmbarea conductoarelor.

R. 320 N.

3.187. Un ampermetru magnetoelectric are rezistenţa de 440 Ω şi măsoară 0,25 mA pentru întreaga scală. Ce şunt este necesar pentru a extinde domeniul de măsurare al ampermetrului la 3 mA pentru întreaga scală?

R. 40 Ω.

3.188. Un voltmetru magnetoelectric are rezistenţa cadrului de 200 Ω. Ce rezistenţă suplimentară trebuie conectată aparatului pentru ca el să poată măsura 4 V la o deviaţie maximă, fiind parcurs de un curent de 0,25 mA?

R. 15 800 Ω.

3.189. Un aparat de radio consumă puterea de 60 W. Cînd este pus la priză, contorul arată trei rotaţii în 60 s.

Cîte rotaţii va arăta contorul pentru un consum de 1 kWh? Care este consumul făcut de aparatul de radio în timp de 5 ore?

R. 3000 rot. kWh; 0,8 kWh.

Scanned with OKEN Scanner

Tensiunea electromotoare indusă este dată de formula lui Faraday

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \tag{1}$$

unde $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ este variația fluxului magnetic inductor și $\Delta t = t_2 - t_1$ este durata acestei variații.

Tensiunea electromotoare indusă într-un conductor de lungime l, care se deplasează cu viteza v perpendicular pe direcția liniilor de cîmp magnetic omogen cu inducția B, este $e = -Blv$, iar dacă direcția vitezei face un unghi cu direcția liniilor de cîmp, atunci

$$e = -Blv \cdot \sin\alpha \tag{2}$$

Pe baza acestei relații se poate defini unitatea de flux magnetic.

$$[\Phi]_{SI} = V \cdot s = \text{Wb (Weber)} \tag{3}$$

Un weber este fluxul magnetic limitat de o spiră în care produce ot.e.m. de 1 volt, cînd scade uniform la zero într-o secundă.

Între weber și maxwell, vechea unitate, există relația

$$1 \text{ Wb} = 10^8 \text{ Mx} \tag{4}$$

Sensul t.e.m. induse în conductor este dat de regula mîinii drepte (Fleming) fig. 3.33.

Tensiunea electromotoare autoindusă e într-o bobină cu inductanța L, datorită variației ΔI a curentului care circulă prin bobină, are expresia

$$e = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}, \tag{5}$$

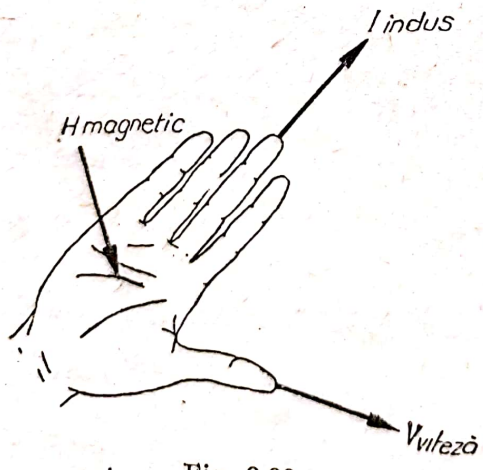


Fig. 3.33

Δt fiind durata variației intensității curentului electric.

În SI inductanța L este în henry (H), iar ΔI în amperi (A).

Cînd $\Delta I > 0$ (intensitatea crește), $e < 0$, adică tensiunea electromotoare autoindusă este de sens opus curentului din bobină.

Cînd $\Delta I < 0$ (intensitatea curentului bobină scade), $e > 0$, adică t.e.m. autoindusă este de același sens cu curentul din bobină.

3.190. O bobină cu $N=100$ spire este așezată într-un cîmp magnetic uniform cu inducția de $B=1\text{T}$ perpendicular pe liniile de cîmp. În ce interval de timp trebuie scoasă bobina din cîmp pentru a se induce în ea o t.e.m. de 5 V, diametrul spirei fiind de 5 cm?

Rezolvare.

Se aplică formula

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = -\frac{\Delta\Phi}{e},$$

însă

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = 0 - \Phi_1 = -\Phi_1,$$

iar

$$\Phi_1 = BNS$$

Așadar

$$\Delta t = \frac{BNS}{e} = \frac{BN\pi r^2}{e}$$

Înlocuind datele din enunț, se obține

$$\Delta t = \frac{1 \cdot 100 \cdot 19{,}62 \cdot 10^{-4}}{5\text{V}} \approx 0{,}04 \text{ s}.$$

3.191. O bară metalică de 2 m lungime cade paralel cu ea însăși; sub acțiunea greutății însă, datorită unei frînări, mișcarea sa devine uniformă, cu viteza de 10 m/s. Care este, în volți, diferența de potențial între cele două extremități ale barei? Valoarea componentei orizontale a inducției magnetice pămîntești este de $2 \cdot 10^{-5}\text{T}$.

Rezolvare. Dacă o bară de lungime l se deplasează pe o distanță Δx, într-un timp Δt, inducția magnetică fiind B, fluxul tăiat de bară are ca valoare

$$\Delta\Phi = Bl\Delta x$$

Valoarea în volți a tensiunii electromotoare de inducție este

$$e = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{BS}{\Delta t} = \frac{Bl\Delta x}{\Delta t}$$

Dar $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ este viteza mobilului, deci

$$e = Blv$$

Înlocuind valorile numerice, obținem:

$$e = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10 = 4 \cdot 10^{-4} = 0{,}0004 \text{ V}.$$

Scanned with OKEN Scanner

3.192. Un disc metalic de rază a se învîrteşte într-un cîmp magnetic uniform de inducţie B, în jurul unei axe paralele cu direcţia cîmpului. Rotaţia sa este produsă de un curent dat de o pilă a cărei t.e.m. este E. În acest scop, două resorturi fixate, aplicate unul asupra circumferinţei, altul asupra axei şi legate printr-un fir conductor la cei doi poli ai pilei, închide circuitul de rezistenţă totală R. Ştiind că roata efectuează N rotaţii pe secundă, se cer: *a)* intensitatea curentului care străbate roata; *b)* ce devine această intensitate cînd, printr-un dispozitiv oarecare, se accelerează viteza discului?

Rezolvare. *a)* Aparatul astfel construit este un motor electric a cărui rotaţie produce o tensiune contraelectromotoare de inducţie pe care o vom calcula.

Fluxul Φ tăiat în fiecare secundă de porţiunea de circuit care se deplasează în cîmp are ca valoare BSn, n fiind numărul de rotaţii pe secundă şi S aria discului în metri pătraţi. Tensiunea electromotoare de inducţie e este egală, în volţi, cu

$$e = \frac{B\pi a^2 n}{\Delta t} = B\pi a^2 n$$

deoarece $\Delta t = 1$.

Prin urmare, intensitatea curentului este

$$I = \frac{E - B\pi a^2 n}{R}$$

b) Această formulă arată că I devine mai mic pe măsură ce n creşte. O dată cu I scade cuplul motor din cauza frecărilor; numărul de rotaţii pe secundă atinge în cele din urmă o valoare constantă, care, determină şi valoarea constantă a lui I. Dar, dacă se măreşte viteza discului printr-un dispozitiv oarecare, I se micşorează şi tinde către zero, cînd e tinde către E.

De subliniat că I îşi poate schimba sensul, adică dispozitivul trece în regim de generator.

3.193. Cum trebuie conectate între ele înfăşurările unui electromagnet şi cum se conectează apoi la generator, pentru ca să se inducă în conductorul C, o t.e.m. îndusă ca în figura 3.34.

3.194. Ce t.e.m. se induce într-o bobină cînd fluxul magnetic care o străbate variază de la $2 \cdot 10^{-5}$ Wb la 10^{-4} Wb în 0,1 s?

R. $8 \cdot 10^{-4}$ V.

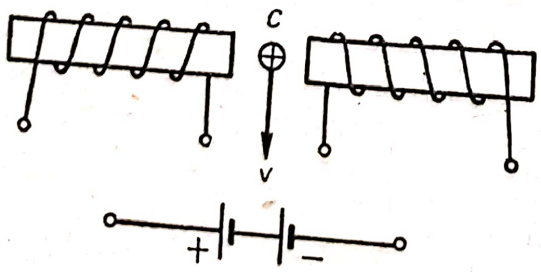


Fig. 3.34

3.195. Într-un cîmp de inducţie magnetică de 10 T se găseşte o bobină formată din 100 spire, cu aria secţiunii de 10 cm². Să se determine tensiunea electromotoare de inducţie ce ia naştere la bornele bobinei, dacă fluxul ce o străbate scade la valoarea zero în 0,01 dintr-o secundă?

R. 100 V.

3.196. Un avion zboară orizontal cu viteza de 540 km/h. Între extremitățile aripilor se găsește întins un fir metalic izolat; să se calculeze tensiunea indusă între capetele firului, știind că anvergura aripilor avionului este de 40 m și componenta verticală a inducției magnetice este de $5 \cdot 10^{-5}$ T.

R. 0,3 V.

3.197. Un conductor în formă de U se găsește cu planul perpendicular pe liniile unui cîmp magnetic cu intensitatea de $10^7/4\pi$ A/m și a cărui rezistență ohmică se neglijează. Pe acesta alunecă un alt conductor liniar de lungime $l = 1$ m cu viteza $v = 1$ m/s, iar coeficientul de frecare este $\mu = 0{,}1$ și care are rezistența $R = 0{,}1\ \Omega$. Să se calculeze: *a)* intensitatea curentului indus; *b)* masa ce trebuie suspendată de capătul firului trecut peste un scripete fix; *c)* puterea electrică și randamentul ($g = 10$ m/s^2).

R. 10 A; 1,02 kg; 1 W; 98%.

3.198. Cu ce viteză trebuie să se deplaseze un conductor de 20 cm, perpendicular pe liniile unui cîmp magnetic uniform cu inducția de 0,1 T pentru a se produce 0,01 V între capetele conductorului?

R. 0,5 m/s.

3.199. Ce t.e.m. se autoinduce într-o bobină cu inductanța de 2 H, dacă intensitatea curentului variază în bobină de la 0 la 25 A în 0,4 s?

R. -125 V.

3.200. Curentul într-o bobină variază de la 30 la 15 A în timp de 0,05 s. Să se calculeze t.e.m. de autoinducție, dacă bobina are inductanța de 0,5 H?

R. 150 V.

3.201. Într-un televizor cu deviație magnetică a fasciculului de electroni se folosește un transformator pentru tensiunea în dinți de ferăstrău. Ce t.e.m. se induce în primarul acestui transformator, la creșterea curentului și la scăderea curentului, dacă creșterea durează 53 μs, iar scăderea 11 μs, știind că curentul variază de fiecare dată cu 100 mA. Inductanța primarului este de 200 mH.

R. 378 V; 1818 V.

3.202. Un electromagnet are inductanța de 150 H. Ce t.e.m. se autoinduce în bobina sa, dacă curentul de excitație variază uniform cu 1 A în 0,1 s?

R. 1500 V.

3.203. Un solenoid cu lungimea de 40 cm și aria secțiunii de 2 cm^2 are 1 000 spire. Să se calculeze inductanța lui.

R. 6,28 mH.

3.204. O bobină are 100 spire cu diametrul de 4 cm. În ea se introduce în timp de 1/20 s o altă bobină cu diametrul de 2 cm cu 50 spire înfă-

Scanned with OKEN Scanner

şurate pe lungimea de 10 cm, prin care circulă un curent de 5 A şi care cuprinde un miez de fier cu $\mu_r = 500$. Se menţine fixă bobina inductoare şi se aduce curentul la zero în 0,1 s. Să se calculeze: *a)* t.e.m. indusă în secundar; *b)* t.e.m. autoindusă în primar.

R. -10^{-2} V; $5 \cdot 10^{-3}$ V; 0,25 V.

3.205. Se consideră un cadru multiplicator format din 100 spire în formă de pătrat ca latura $l = 10$ cm. Dacă prin spirele cadrului circulă un curent de 20 A, să se calculeze: *a)* intensitatea cîmpului magnetic în centrul cadrului; *b)* lucrul mecanic efectuat la rotirea cadrului cu $\alpha = 180°$, cadrul fiind perpendicular pe liniile unui cîmp cu $B = 2$ T. Dar la rotirea de 360°? *c)* valoarea tensiunii e.m. maxime indusă în cadru, dacă el se roteşte uniform cu $\omega = 10$ rad/s.

R. $H = \frac{8}{\pi} \cdot 10^4$ A/m; b) $L_{180°} = 80$ J; $L_{360°} = 0$; *c)* $E_{max} = 20$ V.

D. CURENTUL ALTERNATIV

Consideraţii teoretice

Curentul alternativ monofazat.

Tensiunea electromotoare instantanee depinde sinusoidal de timp

$$e = E_m \sin \omega t, \tag{1}$$

unde E_m este valoarea maximă, iar ω este pulsaţia curentului

$$\omega = 2\pi\nu \tag{2}$$

Intensitatea instantanee i a curentului alternativ este dată de

$$i = I_m \sin \omega t, \tag{3}$$

I_m fiind intensitatea maximă şi ω pulsaţia.

Intensitatea efectivă I, dată de instrumentele de măsurat, este

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ I_m, \tag{4}$$

iar t.e.m. efectivă E este

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ E_m \tag{5}$$

Reactanţa inductivă X_L a unei bobine cu inductanţa L, aflată într-un circuit de curent alternativ, cu pulsaţia ω şi cu rezistenţa activă R (fig. 3.35), este

$$X_L = \omega L = 2\pi\nu L.$$

Scanned with OKEN Scanner

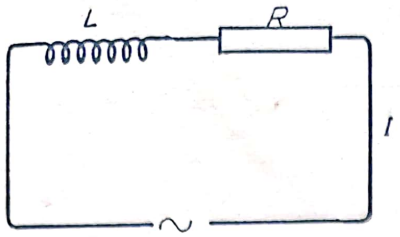


Fig. 3.35

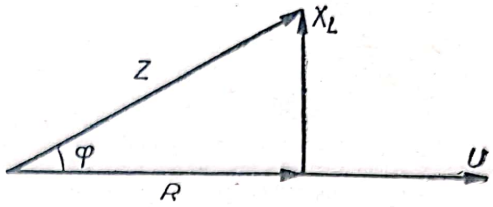


Fig. 3.36

Defazajul φ produs între tensiune și curent în cazul circuitului din figura 3.35 care rezultă din figura 3.36 se calculează cu formula

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{L\omega}{R}, \tag{6}$$

Legea lui Ohm se scrie

$$I = \frac{U}{Z} \tag{7}$$

Z fiind impedanța circuitului

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}. \tag{8}$$

Reactanța capacitivă X_C a unui condensator cu capacitatea C, aflat într-un circuit de curent alternativ cu pulsația ω este

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi\nu C}. \tag{9}$$

Defazajul φ produs între tensiune și curent în cazul circuitului din fig. 3.37 care rezultă din fig. 3.38 se calculează cu formula

$$tg\,\varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{RC\omega}. \tag{10}$$

Legea lui Ohm în acest caz se scrie

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \tag{11}$$

unde Z este impedanța circuitului dată de formula

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \tag{12}$$

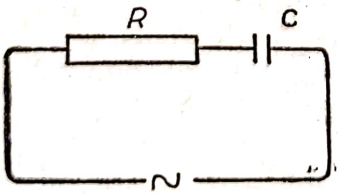


Fig. 3.37

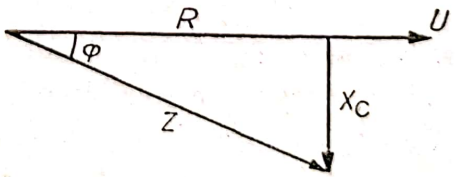


Fig. 3.38

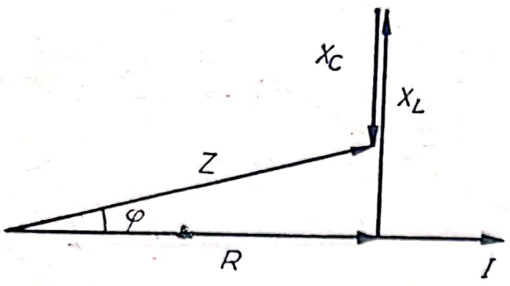


Fig. 3.39

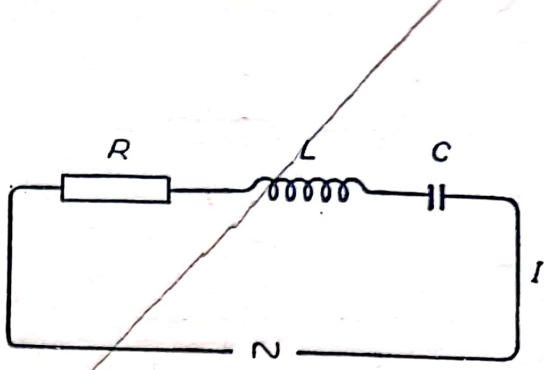


Fig. 3.40

Impedanța Z a unui circuit care conține o rezistență activă R, o bobină cu inductanța L și un condensator cu capacitatea C, legate în serie, (fig. 3.39) este

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \tag{13}$$

Defazajul φ produs, în circuitul din fig. 3.40, între tensiune și curent este dat de expresia

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R}. \tag{14}$$

Rezonanța circuitului se obține cînd:

$$X_L = X_C, \text{ adică } L\omega = \frac{1}{C\omega}. \tag{15}$$

În acest caz impedanța circuitului este

$$Z = R. \tag{16}$$

Puterea activă P în circuit, care produce lucru mecanic sau căldură, se calculează cu ajutorul formulei

$$P = UI \cos \varphi \tag{17}$$

Cosinusul unghiului de defazaj $\cos \varphi$ se numește *factor de putere* și se calculează cu formula

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \tag{18}$$

Produsul $UI = S$ se numește *putere aparentă* și se măsoară în volt-amperi (VA).

Curentul alternativ trifazat

Curentul alternativ trifazat este un sistem de trei circuite electrice de curent alternativ de aceeași frecvență (fig. 3.41), avînd tensiunile electromotoare defazate între ele cu $\frac{2\pi}{3}$. În practică, cele trei faze nu sînt independente. Ele pot fi conectate în stea (fig. 3.42) sau în triunghi (fig. 3.43).

Scanned with OKEN Scanner

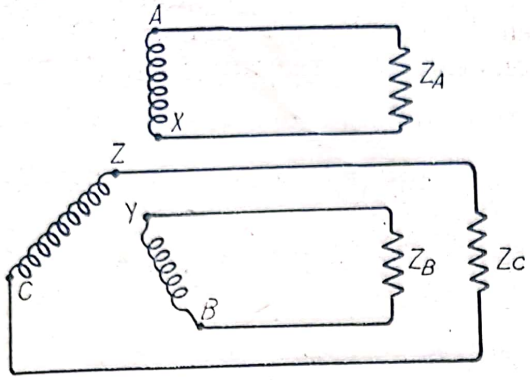


Fig. 3.41

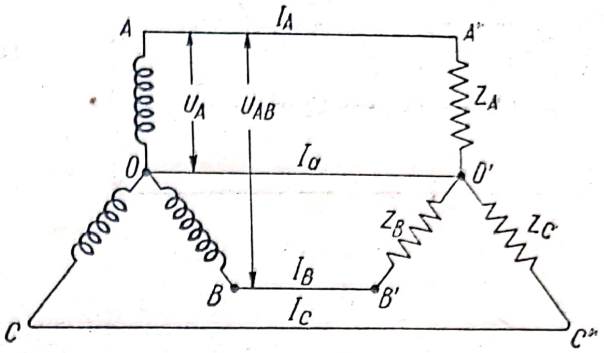


Fig. 3.42

În cazul conectării în stea, punctele comune O și O' se numesc puncte neutre. Tensiunile dintre faze U_{AB}, U_{BC} sau U_{AC} sînt de $\sqrt{3}$ ori mai mari decît tensiunile de pe faze U_A, U_B, U_C.

În cazul legării fazelor în triunghi, intensitățile curenților din conductoarele de linie I_A, I_B sau I_C sînt de $\sqrt{3}$ ori mai mari decît intensitățile de pe faza corespunzătoare I_{AC}, I_{CB} sau I_{BA}.

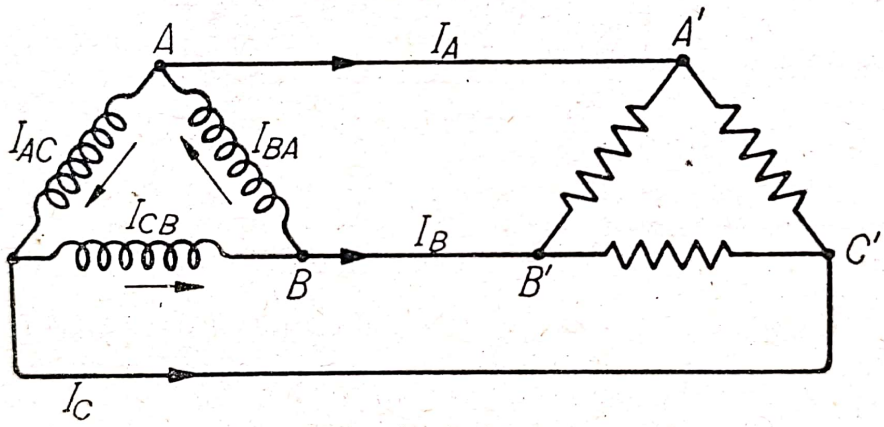


Fig. 3.43

Puterea activă a sistemului trifazat pentru ambele moduri de legare este dată de formula

$$P = 3U_f I_f \cos\varphi = \sqrt{3}\, U\, I \cos\varphi \qquad (19)$$

U_f și I_f fiind tensiunea, respectiv curentul pe fază, iar U și I tensiunea, respectiv curentul de linie. Pentru o singură fază, puterea va fi

$$P_f = U_f I_f \cos\varphi \qquad (20)$$

Curentul alternativ

3.206. Prin bobina unui transformator cu inductanța de 2 H și rezistența activă $R = 100\ \Omega$, circulă un curent $I = 500$ mA cu frecvența $\nu = 50$ Hz (fig. 3.44). Să se calculeze: *a)* tensiunea la bornele rezistenței active (U_R)

Scanned with OKEN Scanner

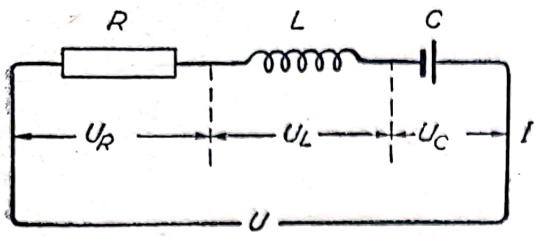


Fig. 3.44

și a inductanței (U_L), cum și tensiunea totală (U); *b)* defazajul dintre intensitatea și tensiunea totală (φ).

Rezolvare

a) Tensiunea la bornele rezistenței active este

$$U_R = RI = 100 \cdot 0{,}5 = 50 \text{ V}$$

Tensiunea la bornele inductanței

$$U_L = X_L \cdot I = L\omega I = 2\pi\nu L I$$
$$X_L = L\omega$$
$$\omega = 2\pi\nu,$$
$$U_L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 0{,}5 = 314 \text{ V}$$
$$X_L = L\omega = 2 \cdot 314 = 628\ \Omega.$$

Tensiunea totală U va fi calculată cu legea lui Ohm

$$U = IZ = I\sqrt{R^2 + X_L^2}$$

și înlocuind valorile numerice:

$$U = 0{,}5 \cdot \sqrt{100^2 + 628^2} = 318 \text{ V}.$$

b) defazajul φ se calculează cu relația

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{628\ \Omega}{100\ \Omega} = 6{,}28 \Rightarrow \varphi \approx 81°.$$

3.207. La rețeaua de 220 V curent alternativ monofazat cu frecvența $\nu = 50$ Hz se conectează în serie un bec care are rezistența $R = 600\ \Omega$ (în timpul funcționării), o bobină de inductanță $L = 3$ H și un condensator cu $C = 4\ \mu$F.

Să se calculeze: *a)* impedanța Z a circuitului; *b)* căderea de tensiune (U_R) activă; *c)* căderea de tensiune (U_L) la bornele inductanței; *d)* căderea de tensiune (U_C) la bornele condensatorului; *e)* căderea de tensiune la bornele reactanțelor; *f)* să se facă diagrama rezistențelor; *g)* să se calculeze defazajul.

Rezolvare.

a) Impedanța circuitului va fi

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$
$$X_L = L\omega, \quad X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{C2\pi\nu},$$
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}$$
$$Z = \sqrt{600^2 + \left(314 \cdot 3 - \frac{1}{314 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}\right)^2}$$
$$Z = \sqrt{36 \cdot 10^4 + (942 - 796)^2},$$
$$Z = \sqrt{36 \cdot 10^4 + 146^2} = \sqrt{(36 + 2{,}13)\ 10^4} \approx 618\ \Omega,$$

Căderea de tensiune U_R la bornele rezistenței active R va fi

$$U_R = IR.$$

Intensitatea curentului se va calcula cu legea lui Ohm

$$I = \frac{U_m}{Z} = \frac{220}{618} = 0{,}356 \text{ A},$$

deci

$$U_R = IR = 0{,}356 \cdot 600 = 214 \text{ V}.$$

c) Căderea de tensiune la bornele inductanței U_L se obține din

$$U_L = IX_L = 0{,}356 \cdot 942 = 335 \text{ V}.$$

d) Căderea de tensiune la bornele condensatorului U_C va fi

$$U_C = 0{,}356 \cdot 796 = 284 \text{ V}$$

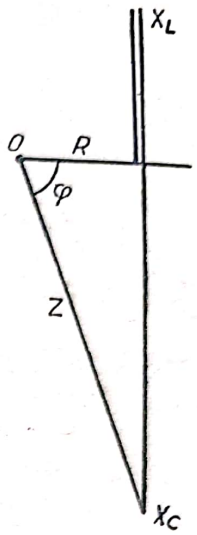


Fig. 3.45

e) Căderea de tensiune la bornele reactanțelor va fi

$$U_L - U_C = (335 - 284) \text{ V} = 51 \text{ V}.$$

f) Diagrama rezistențelor are aspectul din figura 3.45

g) Defazajul φ se calculează cu formula

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{942 - 796}{600} = 0{,}243 \Rightarrow \varphi = 13°40'$$

Se observă proprietatea interesantă a acestui montaj că tensiunile parțiale sînt mai mari decît tensiunea totală. Aceasta este un efect al defazărilor introduse în reactanțe.

3.208. Un circuit al receptorului de radio este format dintr-o rezistență $R = 1\,000\ \Omega$, o bobină cu inductanța $L = 0{,}2028$ mH și o capacitate $C = 500$ pF, legate în serie. Circuitul este alimentat de o tensiune alternativă $U = 10$ V, cu frecvența $\nu = 500$ kHz. Să se calculeze: *a)* intensitatea curentului I care circulă prin circuit; *b)* căderea de tensiune U_R activă; *c)* căderea de tensiune reactivă; *d)* defazajul φ între curent și tensiunea totală; *e)* diagrama rezistențelor; ce particularități prezintă circuitul?

Rezolvare.

a) Intensitatea se calculează cu legea lui Ohm

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}},$$

$$I = \frac{10 \text{ V}}{\sqrt{10^6 + \left(0{,}2028 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}14 \cdot 2 \cdot 500\,000 - \frac{1}{500 \cdot 10^{12} \cdot 3{,}14 \cdot 2 \cdot 500\,000}\right)^2}}$$

$$I = \frac{10}{\sqrt{10^6 + (0{,}6368 \cdot 10^3 - 6{,}369 \cdot 10^2)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10^6 + (636{,}8 - 636{,}9)^2}} \approx 0{,}01 \text{ A}.$$

Scanned with OKEN Scanner

b) Căderea de tensiune activă este

$$U_R = IR = 0{,}01 \cdot 10^3 = 10 \text{ V}$$

c) Căderea de tensiune reactivă

$$U_L - U_C = I(X_L - X_C) = 0{,}01(636{,}8 - 639{,}9) \approx 0.$$

d) Defazajul φ este

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = 0 \Rightarrow \varphi \approx 0$$

e) Diagrama rezistenţelor este dată în figura 3.46. Se constată că defazările introduse de cele două reactanţe sînt egale şi de sens contrar, astfel că efectele reactanţelor se compensează reciproc. Între tensiunea totală şi intensitate nu există defazare, iar intensitatea are valoarea maximă, ca în curent continuu

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2}} = \frac{U}{R}.$$

Spunem că circuitul este în rezonanţă, deoarece $X_L = X_C$.

3.209. Un condensator de 20 μF şi o bobină de inductanţă variabilă, a cărei rezistenţă este de 50 Ω şi inductanţă 1,33 H sînt conectate la o sursă a cărei diferenţă de potenţial este de 100 V, iar frecvenţa de 48 Hz. Să se calculeze pentru montajul în serie şi în paralel (fig. 3.47): *a)* curentul furnizat de generator şi defazajul său în raport cu diferenţa de potenţial a generatorului; *b)* diferenţa de potenţial la bornele inductanţei şi capacităţii; *c)* modificîndu-se apoi inductanţa bobinei pentru ca intensitatea curentului dat de generator să fie maximă în montajul în serie, să se răspundă la punctele *a* şi *b*, ţinînd seama de această nouă valoare a inductanţei.

Rezolvare. *a)* Pentru montajul în serie avem

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{50^2 + \left(1{,}33 \cdot 2\pi \cdot 48 - \frac{10^6}{20 \cdot 2\pi \cdot 48}\right)^2} = 241\ \Omega.$$

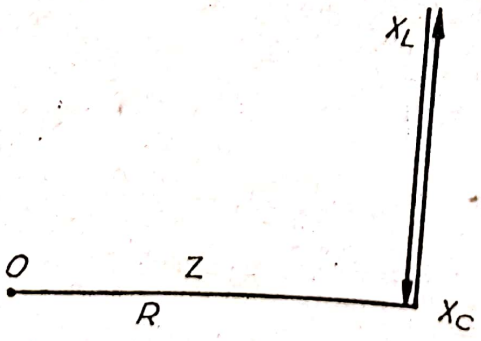


Fig. 3.46

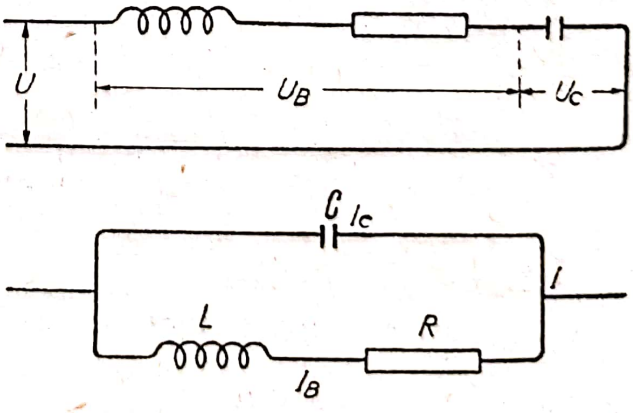


Fig. 3.47

De unde curentul

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{241} = 0{,}415 \text{ A.}$$

Defazajul φ este dat de

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{1{,}33 \cdot 300 - \frac{10^6}{20 \cdot 300}}{50} = 4{,}67$$

$$(\omega = 2\pi \cdot 48 \approx 300).$$

La bornele capacității, tensiunea U_C are valoarea

$$U_C = \frac{1}{C\omega} \cdot I = \frac{10^6}{20 \cdot 300} \cdot 0{,}415 = 69{,}3 \text{ V.}$$

La bornele inductanței, tensiunea U_B va fi

$$U_B = Z_B I = \sqrt{50^2 + (1{,}33 \cdot 300)^2} \cdot 0{,}415 = 167{,}2 \text{ V.}$$

b) Pentru montajul în paralel:

— curentul în condensator

$$I_C = C\omega \cdot U = \frac{100 \cdot 20 \cdot 300}{10^6} = 0{,}6 \text{ A,}$$

cu $\varphi_C = \frac{\pi}{2}$ înainte (φ_C = defazajul lui I_C în raport cu (U)

— curentul în inductanță

$$I_B = \frac{U}{Z} = \frac{400}{\sqrt{50^2 + (1{,}33 \cdot 300)^2}} = 0{,}248 \text{ A,}$$

$$\text{cu } \operatorname{tg}\varphi_B = \frac{L\omega}{R} = \frac{400}{50} = 8.$$

c) Intensitatea curentului este maximă

1) Pentru montajul în serie

Condiția de rezonanță este

$$L\omega = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow L \cdot 300 = \frac{10^6}{20 \cdot 300} \Rightarrow L = 0{,}55 \text{ H.}$$

În acest moment, curentul are valoarea

$$I = \frac{U}{R} = \frac{100}{50} = 2 \text{ A.}$$

Tensiunile la bornele capacității și inductanței devin

$$U_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{2 \cdot 10^6}{20 \cdot 300} = 333 \text{ V.}$$

$$U_B = I \cdot Z = 2\sqrt{50^2 + (0{,}55 \cdot 300)^2} = 344 \text{ V.}$$

Scanned with OKEN Scanner

Tensiunile la bornele capacităţii şi inductanţei pot să atingă la rezonanţă valori mult superioare valorilor normale, de aceea fenomenele de rezonanţă sînt periculoase la reţelele de curent.

2) Pentru montajul în paralel

$$I_B = \frac{100}{\sqrt{50^2 + (0{,}55 \cdot 300)^2}} = 0{,}581 \text{ A};$$

cu

$$\operatorname{tg} \varphi_B = \frac{165}{50} = 3{,}3,$$

atunci cînd I_C a rămas egal cu 0,6 A.

3.210. O bobină cu rezistenţă de 20 Ω consumă 416 W cînd este conectată la o reţea de curent alternativ. Ştiind că factorul de putere este 0,8, să se calculeze tensiunea reţelei.

Rezolvare.

$$I = \frac{U \cos \varphi}{R} \text{ şi } P = RI^2,$$

deci

$$U = \frac{\sqrt{PR}}{\cos \varphi} = 120 \text{ V}.$$

3.211. Curentul alternativ care alimentează un aparat are frecvenţa de 200 Hz. Care este perioada lui?

R. $5 \cdot 10^{-3}$ s.

3.212. Curentul alternativ de la reţeaua de iluminat are perioada de 0,02 s şi tensiunea efectivă de 220 V. Să se calculeze: *a)* frecvenţa curentului; *b)* pulsaţia curentului; *c)* tensiunea maximă.

R. 50 Hz; 314 rad/s; 310 V.

3.213. O bobină de şoc are inductanţa de 10 H şi este conectată la reţeaua de curent alternativ cu frecvenţa de 50 Hz. Care este reactanţa ei inductivă?

R. 3 140 Ω.

3.214. Să se calculeze inductanţa unei bobine care are reactanţa inductivă de 10 kΩ, cînd este parcursă de un curent alternativ cu frecvenţa de 800 Hz.

R. ≈ 2 H.

3.215. Bobina unui receptor de radio pentru unde medii are inductanţa de 0,18 mH. Ce valoare are reactanţa ei inductivă cînd este folosită în domeniul undelor scurte cu frecvenţa de 100 MHz.

R. 113 kΩ.

Scanned with OKEN Scanner

3.216. Un consumator cu rezistența ohmică de 352 Ω este racordat la o rețea monofazată de curent alternativ de 220 V. Să se calculeze puterea absorbită de consumator știind că factorul său de putere este 0,8.

R. 88 W.

3.217. Ce capacitate are un condensator care are reactanță capacitivă de 6,38 MΩ, cînd este conectat la o tensiune alternativă cu frecvența de 25 kHz?

R. ≈ 1,1 pF.

3.218. Bobina unui transformator are rezistența activă de 600 Ω și reactanța inductivă de 470 Ω. Să se calculeze impedanța bobinei. Să se rezolve prin calcul și grafic.

R. 762 Ω.

3.219. Să se compare impedanța și reactanța inductivă a unei bobine cu rezistența activă de 5 Ω și inductanța de 0,1 H, cînd circulă prin ea un curent alternativ cu frecvența de 50 Hz.

R. 31,4 Ω; 31,8 Ω.

3.220. O bobină cu inductanța de 1 H și rezistența activă de 1 000 Ω este montată în serie cu un condensator de 3,18 μ F. Se leagă la bornele sistemului tensiunea efectivă de 220 V, frecvența fiind de 50 Hz. Să se calculeze: *a)* intensitatea curentului; *b)* tensiunile efective la bornele bobinei și ale condensatorului; *c)* defazarea între intensitate și tensiune la bornele circuitului și la bornele bobinei.

R. 0,181 A; 189,7 V; 181 V.

3.221. În circuitul unui curent alternativ cu frecvența de 50 Hz și tensiunea, de 110 V, se montează în serie un reostat de 100 Ω, o bobină cu inductanța de 1 H și capacitatea de 1 μF. Să se calculeze; *a)* impedanța circuitului și intensitatea curentului; *b)* căderea de tensiune la bornele rezistenței; *c)* căderea de tensiune la bornele bobinei; *d)* căderea de tensiune la bornele condensatorului; *e)* căderea de tensiune datorită reactanțelor; *f)* diagrama rezistențelor; *g)* defazajul dintre tensiunea totală și intensitate; care este defazată înaintea celeilalte?

R. 2 870 Ω; 0,0383 A; 3,83 V; 12,057 V; 121,9 V; 109,9 V; ≈ 87°; *I* este înaintea tensiunii totale.

3.222. În circuitul unui curent alternativ cu frecvența de 50 Hz, se găsește un reostat în serie cu o bobină de 0,1 H care produce un defazaj de 30°. Ce rezistență are reostatul? Ce capacitate trebuie conectată în serie cu bobina, pentru a realiza rezonanța?

R. 54,4 Ω; 101 μF.

3.223. O lampă electrică este conectată la rețeaua de curent alternativ cu tensiunea de 110 V și perioada 0,02 s. Să se exprime intensitatea momentană a curentului ce alimentează lampa și să se calculeze puterea ei, știind că în timpul funcționării lampa are 225 Ω.

R. $i = 0{,}86 \sin 314\ t$; ≈ 52,8 W.

Scanned with OKEN Scanner

Relațiile dintre frecvență (ν), *periodă* (T) *și pulsația* (ω) sînt:

$$\nu = \frac{pn}{60}, \quad T = \frac{1}{\nu}, \quad \omega = 2\pi\nu.$$

Tensiunea electromotoare care ia naștere într-un generator de curent continuu (dinam), care are înfășurarea de N spire și se rotește de ν ori pe secundă, în fluxul magnetic Φ produs de inductor, este

$$E = k\nu N\Phi \cdot 10^{-8} \text{ V}, \tag{1}$$

k fiind un coeficient care depinde de construcția mașinii.

Schema unui generator de curent continuu cu excitația în serie este dată în fig. 3.48.

Tensiunea U_p la perii (P_1 și P_2) este

$$U_p = E - R_r I \tag{2}$$

unde R_r este rezistența rotorului (indusul).

Tensiunea U_B *la borne* (B_1 și B_2) este

$$U_B = E - (R_r + R_i)I, \tag{3}$$

unde R_i este rezistența bobinajului inductorului (statorului).

Schema unui generator de curent continuu cu excitația în derivație este dată în figura 3.49.

Tensiunea U_p *la perii* (P_1 și P_2) este egală cu tensiunea la bornele (B_1 și B_2) și este dată de

$$U_p = U_B = E - I_r R_r = R_i I_i = RI, \tag{4}$$

unde

I_i este curentul în bobinajul inductorului;
I_r — curentul în bobinajul indusului (rotorului);
I — curentul în circuitul exterior de utilizare R.

Între intensități, se aplică legea Kirchhoff

$$I_r = I + I_i. \tag{5}$$

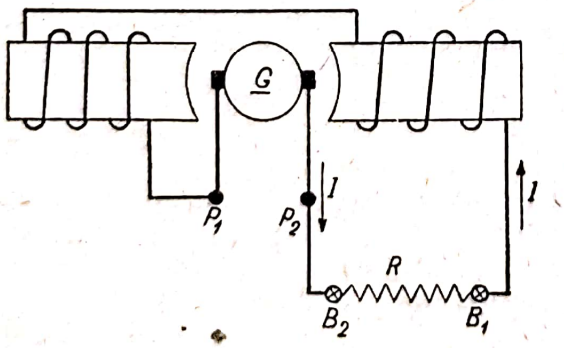


Fig. 3.48

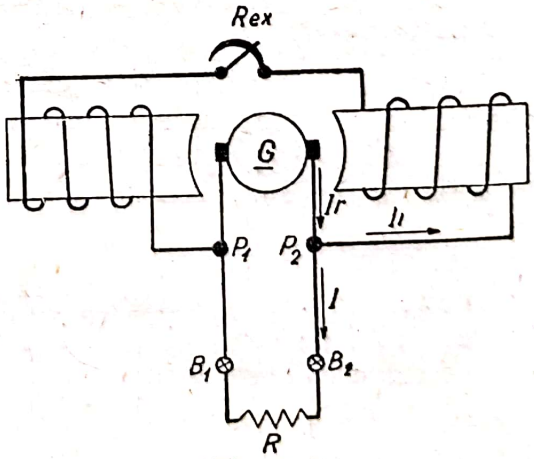


Fig. 3.49

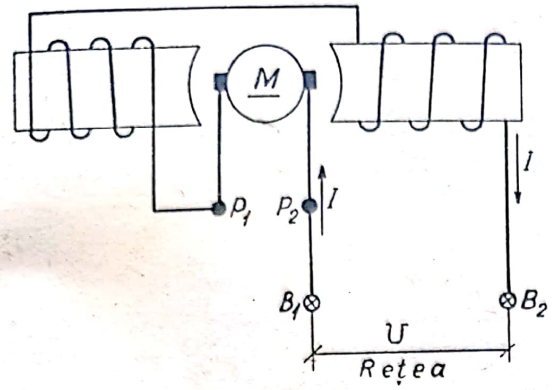


Fig. 3.50

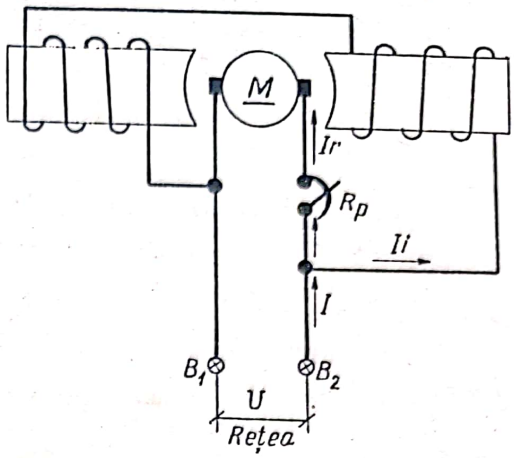


Fig. 3.51

Frecvența curentului alternativ care ia naștere în indusul alternatorului este

$$\nu = \frac{p \cdot n}{60} \text{ Hz}, \tag{6}$$

p fiind numărul perechilor de poli și n — turația rotorului, în rot/min.

Schema unui motor electric de curent continuu cu excitația în serie este dată în figura 3.50.

Intensitatea I se obține din relația

$$I = \frac{U - E_{ce}}{R_r + R_i}, \tag{7}$$

unde E_{ce} este tensiunea contraelectromotoare care ia naștere în înfășurările rotorului, iar U — tensiunea de la rețeaua de alimentare. Rezistența interioară a electromotorului se compune din rezistența indusului și a inductorului.

$$R = R_r + R_i \tag{8}$$

Schema unui motor electric de curent continuu cu excitație în derivație este dată în figura 3.51.

Între curenți există relația

$$I = I_r + I_i. \tag{9}$$

Tensiunea de alimentare de la rețeaua U este

$$U = R_i I_i = E_{ce} + R_r \cdot I_r. \tag{10}$$

Randamentul electric (η_e) al unui dinam se numește raportul dintre puterea utilă și puterea totală

$$\eta_e = \frac{U_B I}{E I_r}. \tag{11}$$

Scanned with OKEN Scanner

Randamentul industrial (η_i) al unui dinam se numeşte raportul dintre puterea utilă a dinamului şi puterea motorului (care acţionează rotorul dinamului).

$$\eta_i = \frac{U_B I}{P}. \tag{12}$$

Randamentul electric (η_e) al unui electromotor este raportul dintre puterea indusului P_i şi puterea totală P, consumată de electromotor

$$\eta_e = \frac{P_i}{P}. \tag{13}$$

Randamentul industrial (η_i) al unui electromotor este raportul dintre puterea utilă efectivă P_{ef} de la arborele electromotorului şi puterea electrică P consumată de electromotor.

$$\eta_i = \frac{P_{ef}}{P}. \tag{14}$$

Raportul de transformare al transformatorului este

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}. \tag{15}$$

n_1, U_1 şi I_1 fiind, respectiv, numărul de spire, tensiunea şi intensitatea în circuitul primar, iar n_2, U_2 şi I_2 — aceleaşi mărimi în circuitul secundar.

Generatoare, motoare, transformatoare

3.224. Statorul unui alternator are patru perechi de poli. Rotorul lui face 750 rot/min. Să se calculeze; *a)* frecvenţa curentului; *b)* perioada; *c)* pulsaţia curentului.

Rezolvare. *a)* Frecvenţa curentului alternativ se calculează cu formula

$$\nu = \frac{pn}{60} = \frac{4 \cdot 750}{60} = 50 \text{ Hz}.$$

b) Perioada va fi

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{50} = 0{,}02 \text{ s}.$$

c) Pulsaţia curentului va fi

$$\omega = 2\pi\nu = 314 \text{ s}^{-1}.$$

3.225. Un dinam cu excitaţie în serie generează o t.e.m. $E = 200$ V şi o intensitate $I = 10$ A. Rezistenţa rotorului este $R_r = 5\Omega$, iar rezistenţa bobinajului inductorului este $R_i = 6\ \Omega$. Să se calculeze tensiunea la perii (U_p) şi la borne (U_B).

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare.

Calculăm tensiunea la perii cu formula

$$U_p = E - R_r I,$$

$$U_p = 200 - 5 \cdot 10 = 200 \text{ V} - 50 \text{ V} = 150 \text{ V}$$

Tensiunea la borne se calculează cu formula

$$U_B = E - (R_r + R_i)\, I.$$

$$U_B = 200 - (5 + 6)\, 10 = 200 - 110 = 90 \text{ V}.$$

3.226. Un generator de curent continuu menţine constantă între bornele sale o diferenţă de potenţial $U_b = 110$ V; curentul avînd intensitatea 8 A este trimis într-un receptor a cărui rezistenţă $r = 1{,}5\ \Omega$; rezistenţa de legătură între cele două maşini este $r' = 6\ \Omega$. Să se calculeze; *a)* tensiunea electromotoare a motorului; *b)* puterea sa; *c)* randamentul său, ştiind că rezistenţa generatorului este de asemenea de 1,5.

Rezolvare. *a)* Căderea de potenţial datorită efectului Joule în circuitul exterior şi motor este

$$e = I\,(r + r') = 8\,(1{,}5 + 6) = 60 \text{ V}.$$

Tensiunea contraelectromotoare E' este:

$$E' = U_b - e = 110 - 60 = 50 \text{ V}.$$

b) Puterea motorului este

$$E'I = 50 \cdot 8 = 400 \text{ W}$$

c) Randamentul fiind raportul dintre tensiunile electromotoare E' a motorului şi E a generatorului, trebuie să calculăm mai întîi pe aceasta din urmă

$$E = E' + IR$$

sau înlocuind

$$E = 50 + 8(1{,}5 + 1{,}5 + 6) = 122 \text{ V}$$

Randamentul motorului este deci

$$\eta = \frac{E'}{E} = \frac{50}{122} \approx 41\,\%.$$

3.227. Un generator cu autoexcitare în serie are rezistenţa electromagnetului $R_i = 0{,}5\ \Omega$, aceea a indusului $R_r = 1\ \Omega$, t.e.m. de 110 V. El alimentează 50 lămpi electrice dispuse în paralel, străbătute fiecare de curentul cu intensitatea $i = 0{,}55$ A. Se cere: *a)* rezistenţa totală a circuitului şi a fiecărei lămpi. Un accident produce un scurtcircuit printr-un conductor metalic ce uneşte pe neaşteptate bornele generatorului. Se

Scanned with OKEN Scanner

cere: *b)* intensitatea curentului în scurtcircuit, știind că conductorul care produce scurtcircuitul are o rezistență de $\frac{1}{10}\ \Omega$; *c)* cantitatea de căldură produsă într-o secundă în acel conductor.

Rezolvare. *a)* Intensitatea în conductorul principal este

$$I = 50\, i = 50 \cdot 0{,}55 = 27{,}5\ \text{A}$$

Rezistența întregului circuit este

$$R = \frac{E}{I} = \frac{110}{27} \approx 4\ \Omega.$$

Rezistența celor 50 de lămpi electrice în paralel este diferența

$$R - (R_i + R_r) = 4 - 1{,}5 = 2{,}5\ \Omega,$$

iar aceea a fiecărei lămpi: $2{,}5 \cdot 50 = 125\ \Omega$.

b) Rezistența echivalentă r a arcului dublu format de conductorul de rezistență 2,5 Ω și conductorul care produce scurtcircuitul se obține din relația

$$r = \frac{2{,}5 \cdot 0{,}1}{2{,}5 + 0{,}1} = 0{,}096\ \Omega.$$

Intensitatea totală va fi

$$I = \frac{E}{R_r + R_i + r} = \frac{110}{1 + 0{,}5 + 0{,}096} \approx 69\ \text{A}.$$

Pe de altă parte, notînd cu i intensitatea în scurtcircuit și cu $(69 - i)$ intensitatea în derivația lămpilor, cu legea a doua a lui Kirchhoff se obține

$$i \cdot 0{,}1 = (69 - i) \cdot 2{,}5 \Rightarrow i = 66{,}3\ \text{A}$$

c) Cantitatea de căldură degajată într-o secundă în conductorul de scurtcircuitare va fi

$$Q = i^2 r = \frac{66{,}3^2 \cdot 1}{10} \approx 440\ \text{J}.$$

3.228. Un generator electric de c.c. cu tensiunea la borne $U_b = 230$ V are puterea $P = 35$ kW. Vrem să transportăm această putere, la un consumator care se găsește la distanța de 60 m, cu o pierdere maximă de 5%. Presupunînd că transportul se face cu cablu avînd două conductoare de cupru, să se determine secțiunea minimă a conductoarelor știind că rezistența electrică a conductorului de cupru, pentru 1 km lungime și 1 mm² secțiune este de 17,8 Ω. Care va fi tensiunea (U_c) la bornele consumatorului.

Rezolvare. Curentul din conductoarele cablului va fi

$$I = \frac{P}{U_b} = \frac{35\,000}{230} \approx 152\ \text{A}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Pierderea de putere maximă admisibilă, în cablul de alimentare, va fi

$$\Delta P = \frac{5}{100} P = \frac{5}{100} \cdot 35\,000 = 1\,750 \text{ W}.$$

Rezistența cablului de alimentare se calculează din formula

$$\Delta P = RI^2 \Rightarrow R = \frac{\Delta P}{I^2} = \frac{1\,750}{152^2} \approx 7{,}6 \cdot 10^{-2}\,\Omega.$$

Rezistența unui mm² secțiune, de cablu de alimentare, avînd lungimea de 1 km, fiind 17,8 Ω, pentru lungimea de 2 × 60 m, va fi

$$r = \frac{17{,}8}{1\,000}(2 \times 60) = 2{,}14\,\Omega.$$

Secțiunea conductorului fiind invers proporțională cu rezistența sa, se obține

$$\frac{r}{1} = \frac{R}{\frac{1}{s}} \Rightarrow s = \frac{r}{R} = \frac{2{,}14}{7{,}6 \cdot 10^{-2}} \approx 28 \text{ mm}^2$$

Căderea de tensiune, în cablul de alimentare, va fi

$$\Delta U = RI = 7{,}6 \cdot 10^{-2} \cdot 152 \approx 11{,}5 \text{ V} \Rightarrow 5\%$$

Tensiunea la bornele consumatorului va fi

$$U_c = U_b - \Delta U = 230 - 11{,}5 = 218{,}5 \text{ V}.$$

3.229. Motorul monofazat care acționează un cleşte de tăiat tablă consumă un curent $I = 0{,}7$ A de la rețeaua de curent alternativ $U =$ $= 220$ V/50 Hz. Factorul de putere al motorului este 0,78. Să se calculeze puterea activă, precum și puterea aparentă a electromotorului.

Rezolvare

Puterea activă

$$P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}78 = 120 \text{ W}$$

Puterea aparentă

$$S = U_l I = 220 \cdot 0{,}7 = 154 \text{ VA}.$$

3.230. Ce putere are un motor de curent alternativ trifazat care funcționează la tensiunea de 380 V, cu intensitatea de 80 A și are factorul de putere 0,86?

Rezolvare.

Puterea este dată de

$$P = \sqrt{3} U_l I_l \cos \varphi,$$

deci

$$P = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 80 \cdot 0{,}86 = 45\,000 \text{ W} = 45 \text{ kW}.$$

Scanned with OKEN Scanner

3.231. Un electromotor cu excitația în serie are randamentul electric de 85%. El lucrează la tensiunea de 500 V, iar intensitatea curentului are 25 A. Care este rezistența interioară a motorului?

Rezolvare:

Din formula randamentului electric deducem succesiv.

$$\eta_e = \frac{P_u}{UI}.$$

Puterea utilă P_u este diferența dintre puterea consumată UI și pierderile prin efect Joule în înfășurările electromotorului

$$P_u = UI - (R_r + R_i)I^2,$$

deci

$$\eta_e = \frac{U - (R_r + R_i)I}{U},$$

adică

$$R = R_r + R_i = \frac{U - \eta_e U}{I},$$

$$R = \frac{500 - 0{,}85 \cdot 500}{25} = \frac{0{,}15 \cdot 500}{25} = \frac{15 \cdot 5}{25} = 3\,\Omega$$

3.232. Bobinajul electromagnetului unui dinam excitat în derivație este făcut din fir de cupru izolat, cu diametrul $d = 1$ mm și lungimea $l = 1\,385$ m. Tensiunea electromotoare este $E = 120$ V, rezistența indusului este $R_r = 0{,}05\ \Omega$, iar curentul din indus $I_r = 100$ A. Să se calculeze tensiunea la bornele dinamului și randamentul său electric

Rezolvare

Tensiunea la borne

$$U = E - I_r R_r = 120 - 0{,}50 \cdot 100 = 120 - 5 = 115 \text{ V}.$$

Randamentul electric al dinamului este dat de formula

$$\eta_e = \frac{P_{ef}}{R} = \frac{UI}{EI_r}.$$

Intensitatea I în circuitul exterior se obține cu ajutorul legii lui Kirchhoff

$$I = I_r - I_i;$$

dar intensitatea în inductor I_i se calculează cu ajutorul legii lui Ohm

$$I_i = \frac{U}{R_i} = \frac{U}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{US}{\rho l} = \frac{115 \cdot \pi \cdot 0{,}5^2}{0{,}017 \cdot 1\,385} \approx 3{,}83 \text{ A}.$$

Așadar

$$I = I_r - I_i = 100 - 3{,}83 = 96{,}17 \text{ A}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Acum se poate calcula randamentul electric

$$\eta_e = \frac{UI}{EI_r} = \frac{115 \cdot 96{,}17}{120 \cdot 100} = 0{,}92,$$

$$\eta_e = 92\%$$

3.233. Un electromotor șunt este acționat de un curent $I = 80$ A la tensiunea $U = 200$ V. Randamentul său industrial este de 80%. Care este puterea electromotorului?

Rezolvare.

Se folosește relația

$$\eta_i = \frac{P_{electrică}}{P_{consumată}} = \frac{P_{el}}{UI},$$

$$P_{el} = \eta_i \cdot UI = 0{,}8 \cdot 200 \cdot 80,$$

$$P_{el} = 12\,800 \text{ W} = 12{,}8 \text{ kW}.$$

3.234. Un dinam cu excitație în derivație are următoarele caracteristici:
— tensiunea electromotoare totală, $E = 103$ V;
— rezistența în indus, $R_r = 0{,}033\ \Omega$;
— rezistența inductorului, $R_i = 37\ \Omega$.
— intensitatea curentului în indus, $I_r = 112{,}5$ A.
Se cer: *a)* diferența de potențial la borne; *b)* randamentul electric al acestui dinam.

Rezolvare. *a)* Diferența de potențial la borne este diferența dintre t.e.m. și pierderea de tensiune în indus (fig. 3.49),

$$U_b = E - I_r R_r = 103 - 112{,}5 \cdot 0{,}033 = 99{,}3 \text{ V}$$

b) Randamentul electric al dinamului este dat de raportul dintre puterea utilă și puterea totală

$$\eta_e = \frac{U_b I_e}{E \cdot I_r}$$

unde I_e este curentul din circuitul exterior, care se calculează astfel:

$$I_e = I_r - I_i = I_r - \frac{U_b}{R_i} = 112{,}5 - \frac{99{,}3}{37} \approx 109{,}8 \text{ A}$$

Randamentul electric este deci

$$\eta = \frac{99{,}3 \cdot 109{,}88}{103 \cdot 112{,}5} = 0{,}94$$

3.235. Înfășurarea primară a unui transformator monofazat are $N_1 = 4\,490$ spire, iar tensiunea obținută la bornele înfășurării secundare $U_2 = 500$ V. Aria secțiunii miezului de fier este $S = 8$ cm², iar curentul alternativ cu frecvența $\nu = 50$ Hz creează în miez o inducție magnetică $B = 0{,}2$ T. Să se calculeze raportul de transformare.

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare

Se poate scrie

$$k = \frac{U_2}{U_1}$$

Aplicînd legea inducţiei electromagnetice, se calculează tensiunea la bornele înfăşurării primare

$$U_1 = \omega BSN_1 = 2\pi\nu\, BSN_1.$$

$$U_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-1} \cdot 8 \cdot 10^{-4} \cdot 4\,490 = 224,5 \text{ V}$$

$$U_1 \approx 225 \text{ V},$$

$$k = \frac{500}{225} = 2,22$$

3.236. Un consumator, avînd puterea totală $P_2 = 80$ kW, se alimentează la tensiunea monofazată $U_2 = 110$ V, sursa de alimentare fiind la distanţa $l = 2$ km. Distanţa fiind prea mare pentru această tensiune şi sursa posedînd şi tensiunea $U_1 = 3\,000$ V, transportul energiei se face la această tensiune, urmînd ca la consumator să se prevadă două transformatoare a 50 kW cu raportul de transformare 3 000/110 V. Se cere:

a) secţiunea minimă a conductoarelor (barelor) de aluminiu de pe partea de joasă tensiune a transformatoarelor ştiind că aluminiul suportă un curent de 1,7 A/mm²;

b) secţiunea cablului de alimentare la 3 000 V, pierderile în transformatoare fiind 4% din puterile lor.

Rezolvare.

a) Curentul necesar, pe partea de joasă tensiune a fiecărui transformator va fi:

$$I_2 = \frac{P_2}{2U_2} = \frac{80\,000}{2 \times 110} = 364 \text{ A}$$

Cum aluminiul suportă 1,7 A/mm², secţiunea minimă a conductoarelor (barelor) de aluminiu va fi

$$s_2 = \frac{364}{1,7} = 214 \text{ mm}^2$$

b) Pierderile în transformatoare vor fi:

$$\Delta P_1 = \frac{4}{100} \cdot 2 \cdot 50\,000 = 4\,000 \text{ W} = 4 \text{ kW}$$

Puterea transmisă pe cablul de 3 kV va fi

$$P_1 = P_2 + \Delta P_1 = 80 + 4 = 84 \text{ kW}$$

Curentul din cablurile de transport va fi:

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{84\,000}{3\,000} = 28 \text{ A}$$

Scanned with OKEN Scanner

Alegînd un cablu cu două conductoare de aluminiu a 25 mm², pierderea de tensiune la sosire va fi:

$$\Delta U_1 = RI_1 = \frac{\rho l}{s} I_1$$

$$\Delta U_1 = \frac{4\,000 \times 28}{34 \times 25} = 132 \text{ V} \Rightarrow 4{,}4\% < 5\% \text{ admisibil}$$

Rezultă că secțiunile conductoarelor cablului de 3 kV va fi de 25 mm².

3.237. Rotorul unui alternator se rotește de 375 de ori pe minut. Alternatorul are 8 perechi de poli. Să se calculeze frecvența și perioada t.e.m. produse.

R. 50 Hz; 0,02 s.

3.238. Un dinam cu excitație în serie alimentează mai multe lămpi cu arc, legate în serie. Curentul consumat este de 10 A, tensiunea la borne are 420 V, iar rezistența bobinajului inductorului și rotorului este de 6 Ω. Să se calculeze t.e.m. și randamentul electric al dinamului.

R. 480 V; 87,5%.

3.239. Un bec electric este conectat la rețeaua de curent alternativ de 220 V. Ampermetrul indică 0,27 A. Să se calculeze puterea consumată.

R. 60 W.

3.240. Două ciocane de lipit cu inscripția 220 V/50 W lucrează 8 ore pe zi. Cît costă consumul zilnic, dacă 1 kWh costă 30 bani?

R. 24 bani.

3.241. Să se calculeze factorul de putere și defazajul dintre tensiune și intensitate la un consumator din circuitul de curent alternativ monofazat în care s-au măsurat: puterea de 570 W, tensiunea de 220 V și intensitatea de 3,36 A.

R. 0,77; 39°40′.

3.242. Un electromotor de curent alternativ monofazat funcționează la 220 V și 0,85 A, avînd factorul de putere egal cu 0,75. Ce energie consumă în 8 ore de lucru?

R. 1,122 kWh.

3.243. Un motor trifazat funcționează la tensiunea de 380 V, cu intensitatea de 4,5 A și cu factorul de putere 0,8. Cît consumă pe lună (30 de zile), funcționînd cîte 7 ore pe zi?

R. 500 kWh.

3.244. Un dinam este acționat de un motor de 17 kW. Știind că randamentul industrial al dinamului este 78% să se calculeze puterea utilă a dinamului.

R. 13,2 kW.

Scanned with OKEN Scanner

3.245. Un dinam excitat în serie produce o tensiune electromotoare de 150 V, cu tensiunea la borne de 110 V şi curentul de 100 A. Să se calculeze; *a)* rezistenţa dinamului; *b)* randamentul electric.

R. 0,4 Ω; 73%.

3.246. Un difuzor de radio foloseşte o putere de 2 mW pentru intensitatea normală a vorbirii. Puterea care corespunde intensităţii normale a acestei vorbiri este însă de $1{,}8 \cdot 10^{-5}$ J/s. Care este randamentul difuzorului?

R. 0,9%.

3.247. Într-un atelier lucrează un motor de 11 kW cîte 6 ore pe zi. Randamentul motorului este de 85%, iar 1 kWh costă 30 bani. Cît costă energia electrică consumată de electromotor într-o lună (30 de zile)?

R. 506,74 lei.

3.248. Un dinam cu tensiunea la borne de 300 V alimentează un electromotor excitat în serie aflat la depărtare de 60 m. Curentul are 8 A şi este condus prin fire de cupru cu secţiunea de 4 mm². Care este tensiunea contraelectromotoare a rotorului electromotorului, dacă rezistenţa lui este de 0,85 Ω, iar a inductorului este de 0,8 Ω?

R. 282,72 V.

3.249. Rotorul unui dinam cu excitaţia în derivaţie are rezistenţa de 0,05 Ω, iar bobinajele electromagneţilor au 30 Ω. Dinamul produce 25 A sub o tensiune de 80 V. Să se calculeze tensiunea electromotoare în rotor şi intensitatea curentului în bobinajele electromagneţilor şi în rotor.

R. 81,4 V; 2,67 A; 27,67 A.

3.250. Transformatorul care alimentează o lampă de la reţeaua de 220 V are 18 400 spire la primar şi 4 600 spire la secundar. Să se calculeze coeficientul de transformare şi tensiunea la secundar, cînd transformatorul funcţionează în gol.

R. 2; 110 V.

3.251. Motoarele de curent continuu din atelierul mecanic al unei cooperative agricole de producţie lucrează la o putere de 10 kW. Reţeaua fiind de curent alternativ, redresarea se face cu un grup convertizor (dinam acţionat de electromotor).

Dacă randamentul motorului de curent alternativ este 0,8, al dinamului 0,9 şi al motoarelor de curent continuu 0,9, să se calculeze: *a)* ce putere se consumă de la reţea; *b)* ce putere s-ar fi consumat, dacă s-ar fi folosit electromotoare de curent alternativ cu randamentul de 0,8.

R. *a)* = 15,3 kW; *b)* = 12,5 kW.

Scanned with OKEN Scanner

3.252. Un ampermetru conectat în serie cu primarul unui transformator, într-un circuit de curent alternativ de 220 V, cu 50 Hz, indică 0,1 A la mersul în gol. Rezistența ohmică a înfășurării primare este de 200 Ω. Să se calculeze inductanța proprie a primarului transformatorului.

R. 7 H.

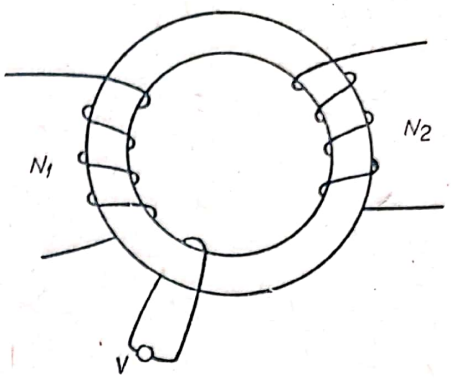


Fig. 3.52

3.253. Un transformator ridică tensiunea de la 100 la 3 300 V. Miezul său de fier este înconjurat de o sîrmă (fig. 3.52) ale cărei capete sînt conectate la un voltmetru care indică 0,5 V. Cîte spire au înfășurările transformatorului? (Fiecare spiră este parcursă, de același flux magnetic, deci este sediul aceleiași t.e.m. induse).

R. 200 spire; 6 600 spire.

3.254. Un dinam produce un curent de 20 A sub tensiunea de 220 V. Randamentul industrial al dinamului este de 80%. Să se calculeze puterea necesară pentru funcționarea normală a dinamului.

R. 5,5 kW.

3.255. Un dinam cu excitația în serie are t.e.m. de 340 V și alimentează un cuptor electric de 10 A. Rezistența înfășurării rotorului este de 0,8 Ω, iar a inductorului este de 4,5 Ω. Să se calculeze tensiunea la perii și tensiunea la borne a dinamului.

R. 323 V; 287 V.

3.256. Un dinam cu excitația în serie alimentează 30 de becuri cu puterea de 100 W fiecare. Tensiunea la bornele dinamului este de 150 V, rezistența înfășurării rotorului este de 0,4 Ω, iar a inductorului 3,5 Ω. Să se calculeze t.e.m. a dinamului.

R. 228 V.

3.257. Ce putere trebuie să aibă un motor pentru a putea acționa rotorul unui generator care are randamentul industrial de 90% și dă în circuitul exterior un curent de 60 A, cu tensiunea la borne de 180 V?

R. 12 kW.

3.258. Un electromotor este alimentat la borne cu o tensiune de 110 V; tensiunea contraelectromotoare este de 90 V. Rezistența înfășurării rotorului și a inductorului fiind de 1 Ω să se calculeze curentul de alimentare.

R. 20 A.

Scanned with OKEN Scanner

3.259. Puterea efectivă a unui electromotor este de 1,5 kW, iar randamentul lui industrial este de 82%. Fiind conectat la reţeaua electrică, de 120 V, să se calculeze intensitatea curentului folosit.

R. 14,9 A.

3.260. Un electromotor excitat în serie are rezistenţa de 2 Ω şi foloseşte o putere de 6 kW la un curent de 50 A. Să se calculeze t.c.e.m. care se dezvoltă în rotorul său.

R. 20 V.

3.261. Puterea utilă la arborele unui electromotor este de 1,5 kW, iar randamentul acestuia este de 80%. Să se calculeze curentul consumat, ştiind că electromotorul este conectat la o tensiune de 120 V şi funcţionează cu factorul de putere de 0,6.

R. 25,5 A.

3.262. Reţeaua unei staţiuni de încărcare de acumulatoare are 15 V. Rezistenţa interioară a acumulatorului pus la încărcat este de 0,5 Ω iar tensiunea lui electromotoare de folosire este de 12 V. Să se calculeze puterea cheltuită de staţie pentru încărcarea acumulatorului şi randamentul.

R. 90 W; 80%

3.263. Puterea unei staţiuni de transformatoare este de 36 kW. Tensiunea în înfăşurarea primară este de 6 000 V, iar în cea secundară de 120 V. Să se calculeze curentul în ambele înfăşurări.

R. 6 A; 300 A.

3.264. Tensiunea la bornele înfăşurării secundare a unui transformator este de 32 kV, iar la primar de 320 V. Să se calculeze raportul de transformare şi numărul de spire al înfăşurării secundare, dacă înfăşurarea primară are 26 spire.

R. 100; 2 600 spire.

3.265. O maşină de curent continuu excitată în paralel, are la borne o tensiune de 100 V şi curentul în exterior de 20 A. Rezistenţa rotorului este 0,02 Ω şi a inductorului 20 Ω. Să se calculeze: *a)* curenţii prin inductor şi rotor; *b)* puterea maşinii; *c)* randamentul electric. Se vor considera ambele cazuri, cînd maşina funcţionează ca generator şi ca motor. Care este rezistenţa interioară a maşinii şi ce curent circulă prin rotor cînd rotorul este imobil?

R. 1° ca generator: $I_i = 5A$; $I_r = 25$ A, $P_d = 2$ kW, $\eta_e = 80\%$.
2° ca motor: $I_i = 5A$, $I_r = 15$ A, $P_m = 1\,495{,}5$ W, $\eta_e = 74{,}8\%$.

3.266. Un motor electric funcţionează avînd tensiunea la borne de 120 V. Cînd rotorul este imobil, circulă prin el 20 A, dacă rotorul este

Scanned with OKEN Scanner

lăsat să se rotească, circulă prin motor 5 A. Ce rezistenţă interioară are motorul? Care este randamentul?

R. 6 Ω; 75%.

3.267. Un ventilator electric este conectat la tensiunea continuă de 110 V. *a)* Cînd ventilatorul este ţinut imobil, circulă prin el 1 A; cînd este lăsat să se rotească, circulă prin el 0,6 A. De ce? *b)* Ce rezistenţă are motorul şi ce căldură se dezvoltă pe secundă în bobinele lui în cele două cazuri? *c)* Ce putere consumă motorul în cele două cazuri? *d)* Care este tensiunea lui contraelectromotoare? *e)* Care este puterea mecanică a motorului ventilatorului?

R. 110 Ω; 110J; 39,6J; 110 W; 66 W; 44 V; ≈ 24 W.

3.268. Un ascensor de mină cu masa $m_1 = 1\,000$ kg, se mişcă pe galerie cu viteza de 1 m/s. În timpul lucrului, de la gura galeriei se scapă o piesă de 10 kg, ascensorul fiind la momentul respectiv în mişcare la 100 m de gura minei. Motorul ce acţionează ascensorul are puterea de 5 kW, $\eta = 90\%$ şi funcţionează la tensiunea de 220 V. Să se calculeze: *a)* ce viteză va avea imediat ascensorul după ciocnire, 1) cînd urcă, 2) cînd coboară; *b)* intensitatea curentului din electromotor dacă factorul de putere este 0,8; *c)* cantitatea de căldură degajată în frînă cînd coboară pe distanţa de 100 m ($g = 10$ m/s²).

R. *a)* 1° $v_1 = 0{,}562$ m/s, 2° $v_2 = 1{,}456$ m/s; *b)* $I = 63{,}1$ A; *c)* $Q = 999\,500$ J.

E. OSCILAŢII ŞI UNDE ELECTROMAGNETICE

Consideraţii teoretice

Perioada T de *oscilaţie proprie* a unui circuit oscilant cu inductanţa L şi capacitatea C se exprimă prin formula lui Thomson.

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \tag{1}$$

Condiţia de rezonanţă a două circuite oscilante, unul cu parametrii C_1L_1 şi altul cu parametri C_2L_2 este

$$C_1L_1 = C_2L_2 \tag{2}$$

Lungimea de undă λ a undei electromagnetice de frecvenţă ν este

$$\lambda = \frac{c}{\nu}, \tag{3}$$

unde $c = 3 \cdot 10^8$ m/s este viteza de propagare a undei electromagnetice în vid.

Lungimea de undă λ *a undelor generate de un circuit oscilant* cu parametrii C şi L este

$$\lambda = c \cdot 2\pi\sqrt{LC}, \tag{4}$$

Scanned with OKEN Scanner

unde

L este inductanța, în H.

C este capacitatea în farazi.

Oscilații și unde electromagnetice

3.269. Ce inductanță trebuie să aibă o bobină care va fi conectată în paralel cu un condensator de capacitate 10 μF, pentru ca circuitul oscilant obținut să aibă frecvența de rezonanță egală cu 50 Hz?

Rezolvare.

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{LC}},$$

$$\nu^2 = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{1}{LC}$$

de unde

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \nu^2 C}$$

Înlocuind datele problemei, se obține

$$L = \frac{10^6}{4\pi^2 \cdot 50^2 \text{Hz}^2 \cdot 10 \text{ F}} \approx 1 \text{ H}.$$

3.270. Un circuit oscilant este format dintr-o bobină cu inductanța de 0,07 H și un condensator plan cu suprafața armăturilor de 0,45 m², separate prin hîrtie parafinată cu grosimea de 0,1 mm. Să se determine perioada de oscilație.

R. $4{,}44 \cdot 10^{-4}$ s.

3.271. Un circuit oscilant are condensatorul cu capacitatea de $\frac{1}{9} \cdot 10^{-8}$ F. Ce valoare trebuie să aibă inductanța pentru ca circuitul să fie acordat pe 4 000 Hz?

R. 1,42 H.

3.272. Ce inductanță trebuie să aibă bobina din circuitul oscilant al unui aparat de radiorecepție, dacă este acordat pe un post radio de 1,484 MHz și are capacitatea maximă a condensatorului variabil de $\frac{5}{9} \cdot 10^{-9}$ F.

R. 0,202 mH.

3.273. Capacitatea electrică a unui circuit oscilant este de $2\mu F$ și tensiunea maximă de 6 V. Bobina are inductanța de 10^{-4} H. Se cere: *a)* valoarea curentului electric și a energiei cîmpului magnetic din bobină la momentul $t = T/8$; *b)* valoarea tensiunii condensatorului în acest moment; *c)* cu cît trebuie să varieze capacitatea condensatorului pentru ca frecvența oscilațiilor proprii să crească cu un sfert din valoarea inițială.

R. *a)* $i = 0{,}6$ A, $W_m = 18 \cdot 10^{-6}$ J; *b)* $u = 4{,}23$ V; *c)* $\Delta C = -0{,}72$ μF.

3.274. Două din posturile noastre de radioemisiune funcționează pe lungimile de undă de 351 m, respectiv 206 m. Să se calculeze perioada și frecvența unui post radiorecepție care să poată recepționa aceste posturi de radioemisiune.

R. 1,17 μs; 0,69 μs; 854 kHz; 1,458 MHz.

3.275. Un post de radiolocație are frecvența de $3 \cdot 10^8$ Hz. Care este lungimea lui de undă în mediul cu $\varepsilon_r = 1{,}05$ și $\mu_r = 1{,}1$?

R. $\lambda = 0{,}934$ m.

3.276. Un aparat de radiorecepție are circuitul oscilant dintr-o bobină cu inductanța de 0,002 H, iar condensatorul are capacitatea de $\frac{2}{9} 10^{-9}$ F. Pentru ce lungime de undă este acordat acest aparat?

R. $\lambda = 1256$ m.

3.277. Antena unui aparat de radiorecepție are capacitatea de $\frac{4}{3} 10^{-10}$ F. La ce valoare trebuie să fie reglată capacitatea condensatorului variabil al acestui aparat de recepție pentru a recepționa unde de 628 m, știind că bobina lui are inductanța de 0,4 mH?

R. $C = \frac{13}{9} 10^{-10}$ F

3.278. Cu ce lungime de undă se acordă un circuit oscilant, care are capacitatea de 1 nF și inductanța de 10^{-3} H?

R. $\lambda = 1\,884$ m.

3.279. Să se calculeze frecvența posturilor de radioemisiune care au lungimile de undă de: 285, 206 și 540 m.

R. $1{,}05 \cdot 10^6$ Hz; $1{,}456 \cdot 10^6$ Hz; $5{,}5 \cdot 10^5$ Hz.

3.280. O antenă cu priză la pămînt recepționează unde cu $\nu = 3/\pi$MHz. Ce lungime are antena? Capacitatea proprie a antenei este $C_1 = 100$ pF și inducțanța $L_1 = 1$ mH. Pentru cuplare se folosește o bobină cu inductanța $L_2 = 3$ mH. Cît trebuie să devină capacitatea condensatorului variabil din circuitul antenei pentru a recepționa undele cu frecvența de mai sus?

R. *a)* $l = 78{,}50$ m; *b)* $C_v = 7{,}5$ pF.

Scanned with OKEN Scanner

3.281. Un emiţător de televiziune are frecvenţa undei purtătoare a imaginii de 59,25 MHz, iar frecvenţa undei purtătoare a sunetului de 65,75 MHz. Să se calculeze: *a)* lungimea undei purtătoare a imaginii; *b)* lungimea undei purtătoare a sunetului.

R. 5,029 m; 4,562 m.

3.282. Un circuit oscilant cuprinde un condensator cu capacitatea de 2,5 nF şi recepţionează unde cu $\lambda = 31{,}4$ m. Tensiunea maximă la bornele condensatorului este de 6 V şi rezistenţa activă a bobinei este 0,1 Ω. Să se calculeze: *a)* energia cîmpului electric la momentul $t = T/8$; *b)* inductanţa bobinei; *c)* puterea ce se consumă în acest circuit.

R. *a)* $W = \frac{CU_{max}^2}{4} = 22{,}5 \cdot 10^{-9}$ J; *b)* $L = 1/9$ μH; *c)* $P = 405 \cdot 10^{-4}$ W.

3.283. Caracteristicele statice de grilă ale unei triode se consideră rectilinii şi paralele între ele. Caracteristica $U_p = 60$ V trece prin originea sistemului de axe de coordonate şi prin punctul A(2V, 4 mA) şi caracteristica $U_p = 100$ V trece prin punctul B (0,4 mA). Se cere: *a)* tensiunea de tăiere pentru tensiunea de placă $U_p = 120$ V; *b)* rezistenţa interioară a tubului; *c)* factorul de amplificare; *d)* ecuaţia generală a triodei în regiunea plană; *e)* valoarea curentului anodic şi a tensiunii de placă la intercalarea în circuitul anodic a unui consumator cu $R = 20\,000$ Ω, dacă t.e.m. a bateriei anodice, este 120 V şi $U_g = 0$.

R. *a)* $U_g = -3$V; *b)* $R_i = 10\,000$ Ω; *c)* $\mu = 20$; *d)* $10^4 I_a = U_a + 20\,U_g - p$; *e)* $I_a = 2$ mA; $U_a = 80$ V.

3.284. O triodă are caracteristicile: $S = 10$ mA/V şi $\mu = 50$. Tensiunea e.m. a bateriei anodice de rezistenţă interioară neglijabilă este de 200 V. Se cere: *a)* valoarea curentului anodic, dacă rezistenţa de sarcină este de 20 kΩ şi $U_g = 0$; *b)* valoarea curentului anodic cînd tensiunea de grilă creşte cu 2 volţi; *c)* puterea interioară a triodei în ambele cazuri.

R. *a)* $I'_a = 8$ mA; b) $I''_a = 12$ mA; *c)* $P' = 32 \cdot 10^{-2}$ W, $P'' = 72 \cdot 10^{-2}$ W.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul IV

OPTICA

A. BAZELE FOTOMETRIEI

Flux luminos Φ este o mărime numeric egală cu energia luminoasă emisă de un izvor luminos punctual, în fiecare secundă, într-un unghi solid Ω.

Unitatea de flux luminos în SI este *lumenul*. Un lumen este fluxul luminos emis în unitatea de unghi solid (steradian) de către un izvor punctual, cu intensitatea de o candelă

$$1 \text{ lm} = 1 \text{ cd} \cdot 1 \text{ str}.$$

Intensitatea luminoasă I a unui izvor luminos punctual este o mărime numeric egală cu fluxul luminos emis în unitatea de unghi solid

$$I = \frac{\Phi}{\Omega}.$$

Unitatea de intensitate luminoasă în SI este *candela* (cd).

Iluminarea E a unei suprafeţe S este o mărime numeric egală cu fluxul luminos repartizat uniform pe unitatea de arie:

$$E = \frac{\Phi}{A}.$$

Unitatea de iluminare în SI este *lux*-ul (lx). Un lux este iluminarea unei suprafeţe pe care cade, în direcţie normală, fluxul luminos de un lumen, repartizat uniform pe aria de un metru pătrat:

$$1 \text{ lx} = \frac{1 \text{ lm}}{1 \text{ m}^2}.$$

Legile iluminării. Iluminarea produsă pe o suprafaţă de o sursă luminoasă punctuală este direct proporţională cu cosinusul unghiului de incidenţă α al razelor (fig. 4.1) şi invers proporţională cu pătratul distanţei de la sursă la suprafaţa iluminată.

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}.$$

Scanned with OKEN Scanner

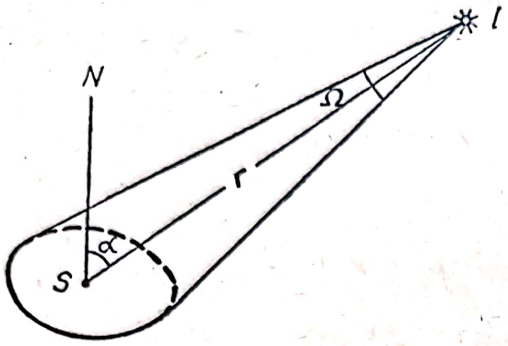


Fig. 4.1

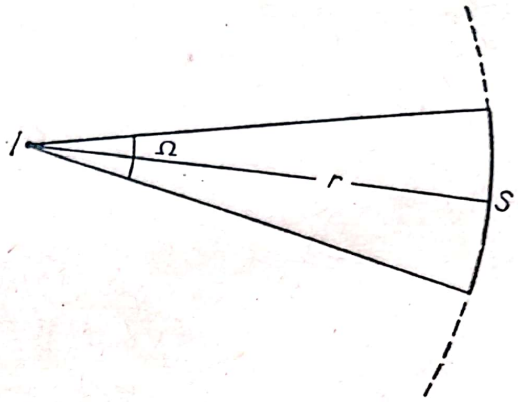


Fig. 4.2

Principiul măsurătorilor fotometrice se bazează pe proprietatea ochiului de a constata cu precizie egalitatea de iluminare a două suprafeţe de aceeaşi culoare.

Intensităţile luminoase I_1 şi I_2 a două surse luminoase sînt proporţionale cu pătratele distanţelor lor faţă de suprafaţa pe care o ilumineză în mod egal

$$\frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2}.$$

Iluminarea unei încăperi se calculează cu ajutorul formulei

$$E = \frac{\Phi\eta}{A},$$

unde Φ este fluxul luminos, A — aria de iluminat, iar η — randamentul luminos.

4.1. În faţa unui bec electric aprins, cu intensitate luminoasă de $I = 50$ cd, la o distanţă $r = 2$ m, se aşază perpendicular pe direcţia razelor de lumină un disc metalic cu diametrul de 1 cm (fig. 4.2).

Să se calculeze fluxul luminos care cade pe disc.

Rezolvare.

Prin definiţie, fluxul este

$$\Phi = I\Omega = I\frac{S}{r^2}$$

sau

$$\Phi = I \cdot \frac{\pi R^2}{r^2};$$

înlocuind cu datele problemei

$$\Phi = 50 \text{ cd} \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}005^2 \text{ m}^2}{2^2 \text{ m}^2} = 98 \cdot 10^{-4} \text{ lm}.$$

4.2. Un atelier mecanic are suprafața de 1 000 m². Știind că iluminarea necesară este de 100 lx și că randamentul luminos este de 0,25, să se calculeze fluxul luminos și numărul de becuri necesare luminării atelierului. Un bec de 200 W dă 3 600 lm.

Rezolvare.

Se aplică formula randamentului: $\eta = \frac{EA}{\Phi} \Rightarrow \Phi = \frac{EA}{\eta}$.

Introducînd valorile numerice, se obține:

$$\Phi = \frac{100 \cdot 1\,000}{0{,}25} = 400\,000 \text{ lm} = 4 \cdot 10^5 \text{ lm}.$$

Numărul becurilor necesare este:

$$n = \frac{\Phi}{3\,600} = \frac{400\,000}{3\,600} = 111 \text{ becuri}.$$

4.3. La ce înălțime deasupra unei mese orizontale circulare trebuie așezată o sursă luminoasă punctuală, pentru ca un punct oarecare de pe circumferința mesei să primească un maxim de iluminare? Verticala sursei luminoase trece prin centrul mesei și raza acestei mese este egală cu r.

Rezolvare. Se duce un plan vertical prin punctul luminos A; fie OB intersecția acestui plan cu masa (fig. 4.3). Fie α unghiul de incidență în B; se notează $AO = x$, $OB = r$, $AB = l$.

Notînd prin I intensitatea luminoasă, se obține:

$$E = \frac{I}{l^2} \cos \alpha;$$

însă

$$r = l \sin \alpha,$$

de unde

$$l^2 = \frac{r^2}{\sin^2 \alpha}.$$

Înlocuind în prima relație se obține

$$E = \frac{I}{r^2} \sin^2 \alpha \cos \alpha.$$

Maximul lui E corespunde maximului lui $\sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha$, deoarece I și r sînt constante.

Pentru ca $\sin^2 \alpha \cos \alpha$ să fie maxim trebuie ca $(\sin^2 \alpha \cos \alpha)' = 0$ adică

$$2 \sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin^3 \alpha = \sin \alpha (2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 0$$

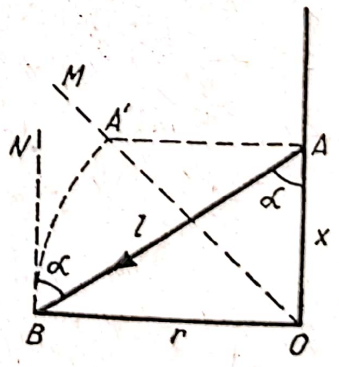


Fig. 4.3

De aici:

$$\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0°$$

şi

$$2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 0$$

sau

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = 2$$

Aşadar maximul lui E corespunde pentru

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}.$$

Însă

$$x = r \operatorname{ctg} \alpha,$$

deci valoarea lui x pentru care E este maxim va fi:

$$x = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{r\sqrt{2}}{2}$$

ceea ce echivalează cu

$$x = r \cos 45°.$$

Se construieşte geometric lungimea $OA = x$, ducînd bisectoarea OM a unghiului drept BOA, luînd apoi pe această bisectoare o lungime $OA' = OB$ şi coborînd din A' perpendiculara $A'A$ pe OA.

4.4. Se aşază în A o lampă a cărei intensitate luminoasă este de 16 cd şi în B o altă lampă, de 9 cd (fig. 4.4). Distanţa de la A la B este de 140 cm. La ce distanţă x de lampa A trebuie aşezat un ecran, pentru ca cele două surse de lumină să producă pe ecran aceeaşi iluminare?

Rezolvare. Fie C punctul căutat. Notînd prin x distanţa de la A la C, avem

$$\frac{x^2}{(140 - x)^2} = \frac{9}{16},$$

de unde rezultă ecuaţia

$$x^2 - 640\,x + 44\,800 = 0$$

cu rădăcinile

$$x' = 5{,}6 \text{ m}, \quad x'' = 0{,}8 \text{ m}.$$

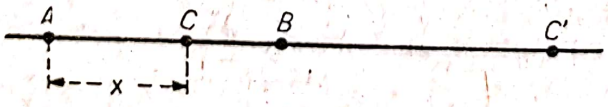


Fig. 4.4

Discuţie. Valoarea $x''=0{,}8$ m dă un prim punct C, situat

între A și B și mai depărtat de A decît de B. Valoarea $x' = 5{,}6$ m dă un al doilea punct C', situat în afara celor două puncte A și B.

4.5. La ce înălțime trebuie atîrnat deasupra mesei de lucru un bec electric de 100 cd, pentru ca să existe la pregătirea lecțiilor o iluminare normală, de 50 lx?

R. $h = 1{,}41$ m.

4.6. La înălțimea de 1 m deasupra unei mașini-unelte, se găsește o lampă electrică, care produce 25 lx pe suprafața mașinii. Care va fi iluminarea în cazul cînd becul va fi coborît cu 40 cm?

R. $E = 69{,}4$ lx.

4.7. Un bec electric de 50 cd atîrnă deasupra mijlocului unei mese rotunde la înălțimea de 1 m. Care este iluminarea produsă la marginea mesei, dacă masa are diametrul de 2 m?

R. $E = 17{,}6$ lx.

4.8. Razele de lumină de la un bec electric cad pe două suprafețe plane, care se găsesc față de becul electric, prima la 60 cm, iar a doua la 0,9 m. Pe prima suprafață razele cad sub un anumit unghi, iar pe a doua suprafață razele cad perpendicular, însă ambele suprafețe au aceeași iluminare. Să se determine unghiul sub care cad razele de lumină pe prima suprafață.

R. $\alpha = 63°50'$.

4.9. Pe un stîlp de 12 m înălțime, aflat în centrul unei arii de treierat, trebuie instalat un bec electric atît de puternic, încît, la 16 m depărtare de baza stîlpului, iluminarea ariei să fie de 3 lx. Cîte candele trebuie să aibă becul?

R. $I = 2\,000$ cd.

4.10. În amurg, razele Soarelui cad pe pămînt sub un unghi de 85°. De cîte ori este mai mare iluminarea produsă de Soare pe un perete vertical al unei clădiri, decît iluminarea produsă de Soare pe suprafața orizontală a Pămîntului?

R. 11,4 ori.

4.11. Într-un atelier mecanic iluminarea trebuie să fie de 200 lx. Știind că randamentul luminos este de 25 % și că suprafața de iluminat este de 400 m², să se calculeze: *a)* fluxul luminos necesar atelierului; *b)* numărul de becuri de cîte 200 W necesare, cunoscînd că un bec de 200 W dă un flux de 3 500 lm.

R. $\Phi = 320\,000$ lm; $n = 92$ becuri.

Scanned with OKEN Scanner

4.12. Un bec de 500 cd pentru luminat strada se găsește în vîrful unui stîlp înalt de 7 m. Ce iluminare produce becul pe pavaj, la 5 m de piciorul stîlpului?

R. $E = 5{,}5$ lx.

4.13. În timpul lucrărilor de finisaj dintr-un tunel cu secțiune circulară s-a fixat un bec în punctul superior al bolții. În ce raport se găsesc iluminările produse într-un punct aflat la capătul unui diametru orizontal și în punctul cel mai de jos al tunelului?

R. $\sqrt{2}$

4.14. Aparatul de proiecție construit la uzinele „Industria Optică Română" folosește un bec de 800 cd. Ce iluminare produce becul pe un ecran de 3 m², dacă numai 3% din toată lumina dată de bec cade pe ecran?

R. $E = 62{,}8$ lx.

B. OPTICA GEOMETRICĂ

Viteza de propagare a luminii în vid este $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

În orice mediu transparent, lumina are o viteză v mai mică decît viteza ei în vid. Raportul dintre viteza de propagare a luminii în vid și viteza ei v de propagare într-un mediu se numește *indice absolut de refracție* N al acelui mediu

$$N = \frac{c}{v}.$$

Indicele de refracție n al unui mediu, în care lumina are viteza de propagare v_1, față de un alt mediu în care lumina are o viteză de propagare $v_2 > v_1$, este raportul:

$$n = \frac{v_2}{v_1}$$

Reflectîndu-se pe o oglindă, lumina urmează un drum care corespunde legii:

$$i = r,$$

adică *unghiul de incidență este egal cu unghiul de reflexie.*

Dacă o oglindă se rotește cu un unghi α, iar raza incidentă rămînînd fixă, *raza reflectată se rotește cu un unghi dublu*, 2α.

Între unghiul de incidență i și unghiul de refracție r există relația

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{N_2}{N_1} = n$$

Scanned with OKEN Scanner

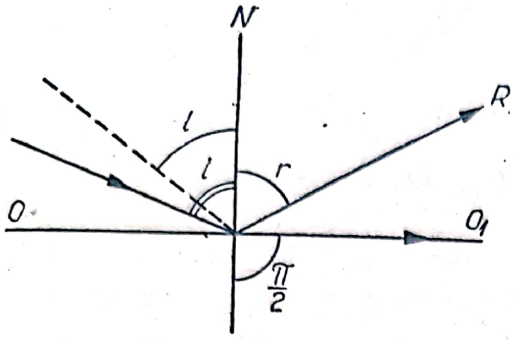


Fig. 4.5

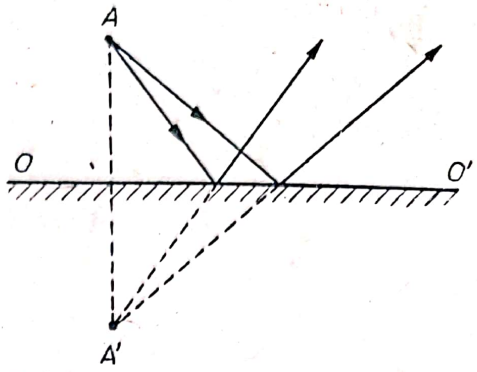


Fig. 4.6

unde N_1 este indicele absolut de refracție al mediului în care se găsește unghiul i, iar N_2 este indicele absolut de refracție al mediului în care se găsește unghiul r; n este indicele de refracție al mediului în care se găsește unghiul r, față de mediul în care se găsește unghiul i.

Reflecția totală (fig. 4.5) se produce cînd sînt îndeplinite următoarele două condiții:

a) raza vine dintr-un mediu mai refringent, pentru a intra în altul mai puțin refringent;

b) unghiul de incidență i este mai mare decît unghiul limită l

$$i > l$$

Între unghiul limită l și indicele de refracție n există relația

$$\sin l = \frac{1}{n}.$$

Pentru formarea imaginii unui punct A, prin reflecție sau prin refracție, este necesar ca două raze pornite din acest punct, să se întîlnească, după reflecție sau refracție, într-un punct A'. Punctul A' este imaginea punctului — obiect A. Dacă se întîlnesc chiar cele două raze reflectate sau refractate, imaginea este *reală* (fig. 4.7); dacă se întîlnesc prelungirile razelor reflectate sau refractate (fig. 4.6), imaginea A' este *virtuală*.

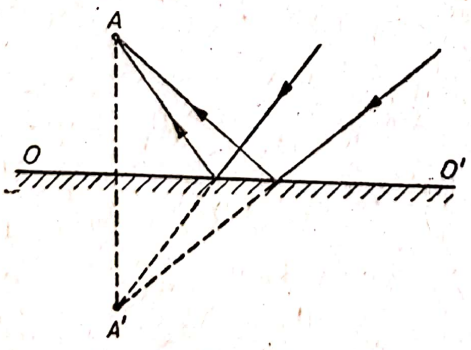


Fig. 4.7

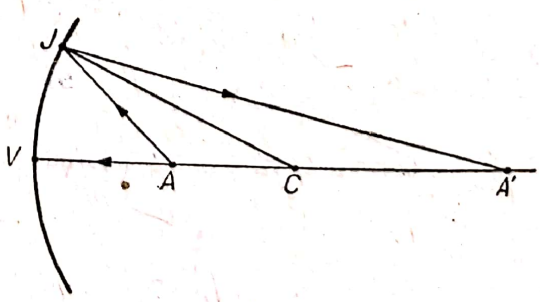


Fig. 4.8

În figura 4.6 punctul A este *obiect real* pentru oglinda OO', iar punctul A' este *imagine virtuală*. În figura 4.7, punctul A' este obiect virtual pentru oglinda OO', iar punctul A este imagine reală.

În figura 4.8, punctul A este *obiect real* pentru oglinda concavă V, iar punctul A' este *imaginea reală* a lui A.

În figura 4.9. *a*, punctul A este *obiect real* pentru oglinda V, iar punctul A' este *imaginea virtuală* a lui A. În figura 4.9, *b*, punctul A este *obiect virtual* pentru oglinda V, iar punctul A' este *imaginea reală* a lui A.

În figurile 4.8, şi 4.9, *a*, distanţa VA se notează cu p şi se socoteşte pozitivă, deoarece uneşte vîrful V cu un punct real A. În figura 4.9,*b*, distanţa $VA = p$ este negativă, deoarece uneşte vîrful oglinzii cu un punct virtual A.

Distanţa $VA' = p'$ din figura 4.8 este pozitivă, deoarece uneşte vîrful oglinzii cu un punct real. La fel pentru $VA' = p'$ (fig. 4.9 *b*). În cazul figurii 4.9 *a*, distanţa $VA' = p'$ este negativă, deoarece uneşte vîrful oglinzii cu un punct virtual. Aşadar, p sau p' sînt pozitivi cînd se referă la puncte reale şi sînt negativi cînd se referă la puncte virtuale. Convenţia este valabilă şi pentru oglinzile sferice convexe.

Mărimea o a unui obiect sau mărimea i a unei imagini se consideră pozitive, $o > 0$ şi $i > 0$, dacă se găsesc deasupra axei principale; ele se consideră negative, $o < 0$ şi $i < 0$, dacă se găsesc sub axa principală.

Distanţa focală f a unei oglinzi sferice este jumătate din raza ei de curbură

$$f = \frac{R}{2}.$$

Formula oglinzilor sferice este

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'},$$

unde f este distanţa focală, p este distanţa de la vîrful oglinzii pînă la piciorul obiectului, iar p' este distanţa de la vîrful oglinzii pînă la piciorul imaginii. *Semnele sînt incluse în simboluri.*

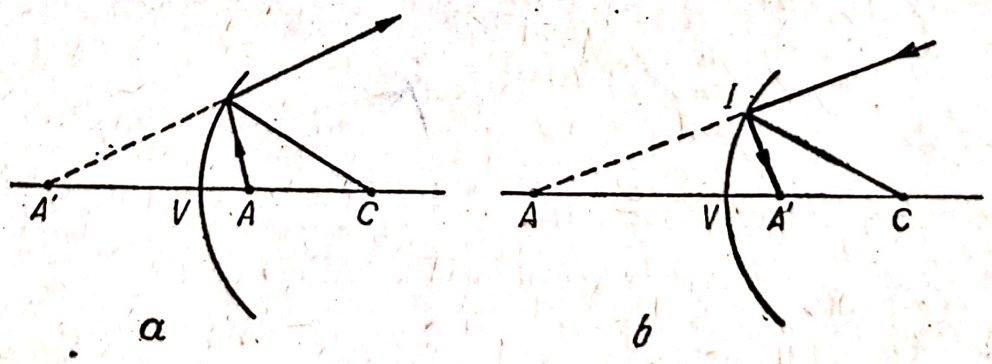


Fig. 4.9

Între mărimea imaginii și aceea a obiectului, există relația

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}.$$

La o oglindă sferică, produsul dintre distanțele de la obiect și imagine la focarul principal este egal cu pătratul distanței focale (formula lui Newton: $p \cdot p' = -f^2$).

Refracția luminii monocromatice printr-o prismă optică (fig. 4.10) se face după următoarele legi

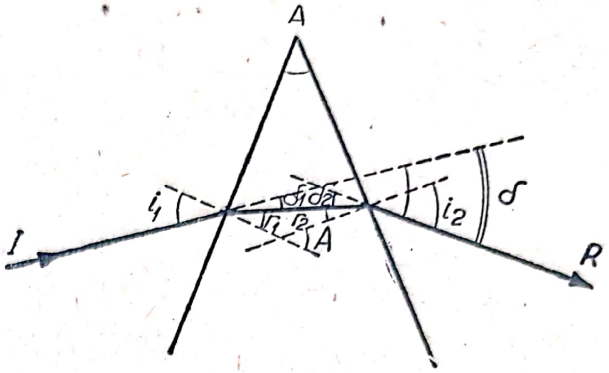


Fig. 4.10

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{\sin i_2}{\sin r_2} = n,$$

$$A = r_1 + r_2,$$

unde A este unghiul de refringență al prismei;

$$\delta = \delta_1 + \delta_2,$$

δ fiind unghiul de deviație a razei emergente R față de raza incidentă I, iar δ_1 și δ_2 fiind unghiurile de deviație după prima și a doua refracție

$$\delta = i_1 + i_2 - A.$$

În cazul deviației minime

$$i_1 = i_2 \text{ și } r_1 = r_2,$$

de unde

$$A = 2r \text{ și } D_m = 2(i - r),$$

iar

$$\frac{\sin \frac{D_m + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} = n.$$

Convențiile de notare și de semn făcute la oglinzile sferice sînt valabile și la lentile.

Formula lentilelor este

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'},$$

ca și la oglinzile sferice. *Semnele sînt incluse în simboluri.* Cînd se trece la valori numerice, se ține seama de convenția semnelor.

Inversul distanței focale $\frac{1}{f}$ se numește *convergență* a lentilei. Ea se măsoară în dioptrii, dacă f este măsurat în metri

$$C = \frac{1}{f} \text{ dioptrii.}$$

Convergența unui sistem de lentile, avînd convergențele C_1, C_2, C_3 etc. asociate prin acolare pe aceeași axă, este

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$$

Distanța focală a unei lentile depinde de natura substanței din care este făcută, adică de n, precum și de razele de curbură r_1 și r_2 ale fețelor ei (fig. 4.11).

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Razele fețelor convexe se socotesc pozitive, iar ale celor concave — negative.

Dacă lentila este cufundată într-un mediu cu indicele n' de refracție, formula distanței focale devine:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n'} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right).$$

Grosismentul G al lupei este

$$G = \frac{\Delta}{f},$$

unde $\Delta = 0{,}25$ m este distanța minimă de vedere clară.

Deoarece $\frac{1}{f} = P$ dioptrii este puterea lupei, grosismentul lupei mai poate fi exprimat și prin

$$G = P \cdot \Delta.$$

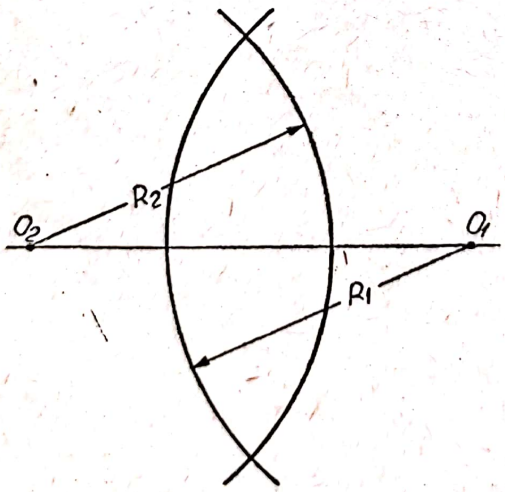


Fig. 4.11

Grosismentul microscopului este dat de relația

$$G = \frac{\Delta \cdot l}{f_1 \cdot f_2}$$

unde

$\Delta = 0{,}25$ m este distanța minimă de vedere clară;

l — distanța dintre focarele, interioare ale obiectivului și ocularului;

f_1 și f_2 sînt, respectiv, distanța focală a obiectivului și a ocularului.

Scanned with OKEN Scanner

Expresia

$$P = \frac{l}{f_1 \cdot f_2}$$

se numește puterea sau convergența microscopului și se măsoară în dioptrii. Deci

$$G = P \cdot \Delta.$$

Dar

$$\frac{l}{f_1} = G_1$$

este grosismentul obiectivului, iar $\frac{\Delta}{f_2}$ este grosismentul ocularului, încît se poate scrie

$$G = G_1 \cdot G_2,$$

Grosismentul lunetei este

$$G = \frac{f_2}{f_1},$$

f_1 și f_2 fiind, respectiv, distanța focală a obiectivului și a ocularului.

REFLEXIA LUMINII

4.15. Ce înălțime trebuie să aibă o oglindă plană așezată înclinat cu unghiul α față de orizontală (fig. 4.12), pentru ca o persoană de înălțime h, care are ochiul la distanța a de oglindă, să se vadă întreagă în oglindă. Aplicație pentru $\alpha = 60°$; $h = 1{,}8$ m și $a = 3$ m.

Rezolvare.

Fie MP oglinda și $AB = h$ înălțimea persoanei; imaginea sa va fi A_1B_1, simetrică față de oglinda MP.

Ochiul A vede imaginea întreagă A_1B_1 în porțiunea de oglindă $MN = b$, pe care trebuie să o calculăm.

Din $\Delta AMN \sim \Delta NPB_1 \Rightarrow \frac{b}{NP} = \frac{a}{PB_1}$.

Dar $PB_1 = PC + CB = a + h\cos\alpha$ și $NP = AC - b = h\sin\alpha - b$,

încît

$$b(a + h\cos\alpha) = a(h\sin\alpha - b),$$

de unde

$$b = \frac{ah\sin\alpha}{2a + h\cos\alpha}.$$

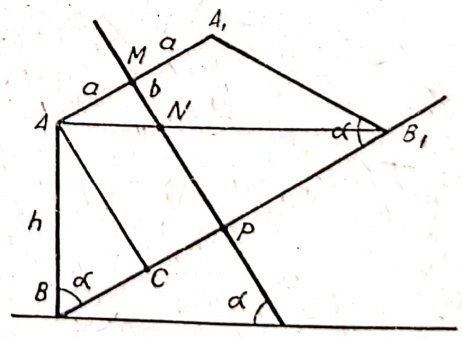


Fig. 4.12

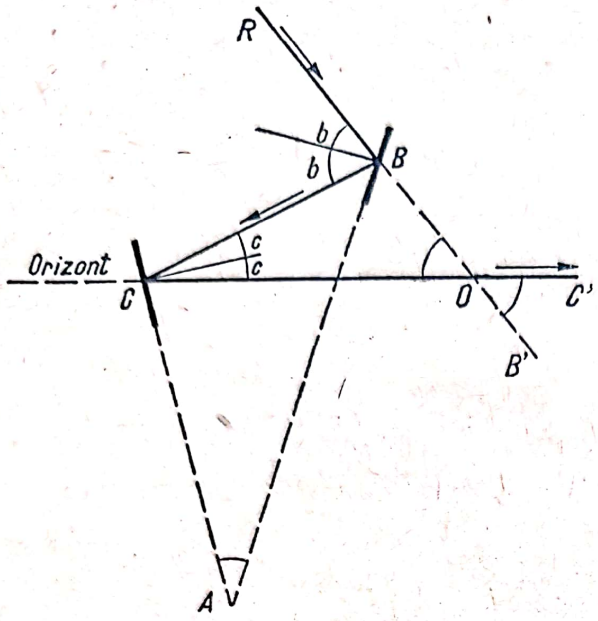


Fig. 4.13

Înlocuind datele problemei, se obține

$$b = \frac{3 \cdot 1{,}8 \dfrac{\sqrt{3}}{2}}{2 \cdot 3 + 1{,}8 \dfrac{1}{2}} = \frac{2{,}7 \cdot \sqrt{3}}{6{,}9} =$$

$$= \frac{4{,}671}{6{,}9} = 0{,}68 \text{ m}.$$

4.16. Pentru măsurarea longitudinilor pe mare se folosește sextantul. Acesta este format în esență din două oglinzi plane B și C (fig. 4.13), perpendiculare pe planul figurii. Să se demonstreze că dacă o rază de lumină R cade pe oglinda C, după ce a suferit o primă reflexie pe B, cea de a doua rază reflectată face cu prima rază incidentă un unghi de două ori mai mare decît unghiul dintre cele două oglinzi.

Rezolvare. Fie B și C secțiunile celor două oglinzi, perpendiculare pe planul figurii. Fie RB o rază incidentă pe B și CO raza reflectată pe cea de a doua oglindă C. Unghiul format de cele două direcții RB și CO este unghiul $C'OB'$ sau egalul său COB.

Trebuie să demonstrăm că $\sphericalangle COB = 2 \sphericalangle CA\bar{B}$.

Notăm prin b unghiul de incidență pe B și prin c unghiul de incidență pe C.

În triunghiul BOC, avem

$$O + (180° - 2b) + 2c = 180°,$$

de unde

$$O = 2(b - c).$$

În triunghiul BAC, avem

$$A + (90° + c) + (90° - b) = 180°$$

de unde

$$A = b - c,$$

deci

$$O = 2A.$$

Observație. Dacă o oglindă C posedă o porțiune nevopsită prin care ochiul O poate să observe orizontul și dacă R este soarele sau un alt astru, unghiul dintre cele două oglinzi citit pe un cerc gradat va permite măsurarea a jumătate din înălțimea astrului deasupra orizontului. Aceasta este problema sextantului.

4.17. La 60 cm în fața unui ecran E se așază un obiect. În ce poziție trebuie așezată o oglindă concavă cu raza de 80 cm, pentru ca imaginea obiectului să se formeze pe ecran?

Rezolvare. Pe figura 4.14 se observă că

$$p' = p + l = p + 60.$$

Se aplică formula oglinzilor concave

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \text{ sau } \frac{2}{R} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p+60},$$

sau încă

$$\frac{2}{80} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p+60} \Rightarrow p^2 - 20p - 2\,400 = 0.$$

Rezolvînd această ecuație, se găsesc valorile lui p:

$$p_1 = 60 \text{ cm},$$

$$p_2 = -40 \text{ cm}.$$

Prima soluție p_1 arată că oglinda trebuie să fie așezată la $VA = 60$ cm depărtare de obiect (fig. 4.14). A doua soluție $p_2 = -40$ cm arată că oglinda mai poate fi așezată între obiect și ecran (fig. 4.15) la $VA = 40$ cm depărtare de obiect. În acest caz, obiectul este virtual (pentru oglindă), situat în spatele oglinzii.

4.18. În fața unei oglinzi concave cu raza de curbură egală cu 30 cm, se așază o lumînare aprinsă la distanța de 20 cm, înălțimea flăcării lumînării este de 5 cm. La ce distanță de oglindă se formează imaginea

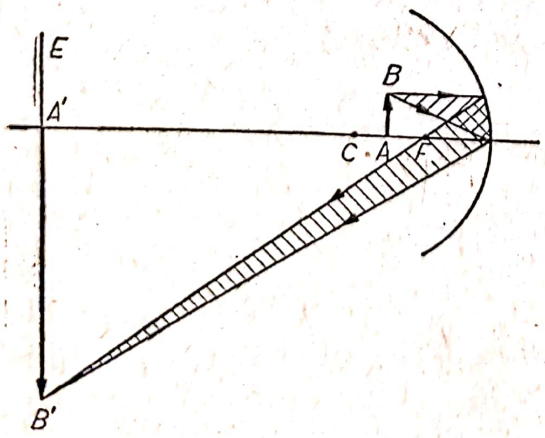


Fig. 4.14

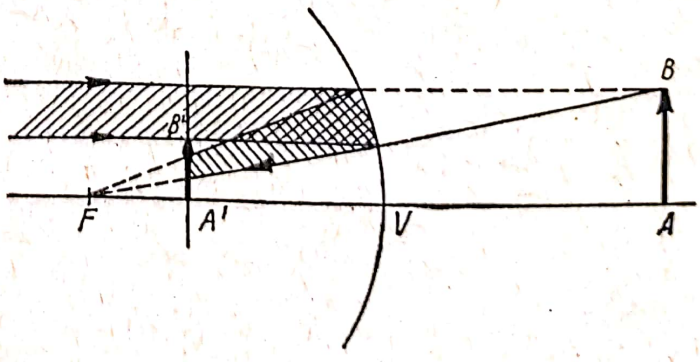


Fig. 4.15

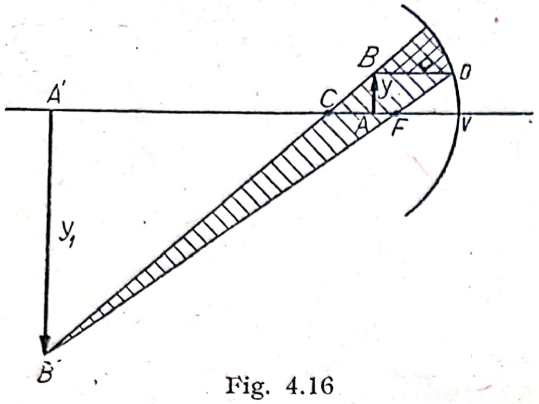


Fig. 4.16

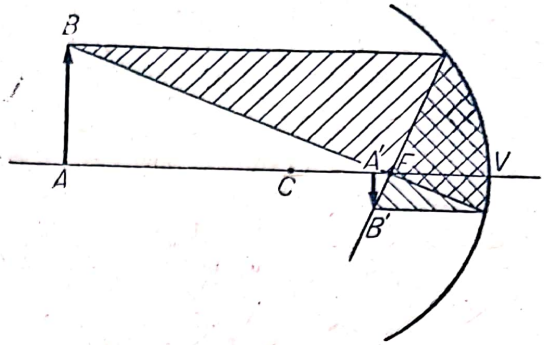


Fig. 4.17

lumînării? Cum va fi imaginea şi ce înălţime va avea? Unde trebuie să aşezăm lumînarea pentru a obţine imaginea reală a lumînării cu înălţimea de 1 cm? Se va construi imaginea în oglindă.

Rezolvare. În figura 4.16 se dă construcţia imaginii. Se scrie formula oglinzilor concave

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'},$$

de unde se deduce distanţa de la vîrful oglinzii la imagine

$$VA' = p' = \frac{p_1 f}{p_1 - f} = \frac{20 \cdot 15}{20 - 15} = \frac{300}{5} = 60 \text{ cm}.$$

Imaginea va fi reală; înălţimea ei i_1 se obţine din formula

$$\frac{i_1}{o} = -\frac{p_1'}{p_1} = -\frac{60}{20} = -3,$$

de unde

$$i_1 = -3 \cdot o = -3 \cdot 5 = -15 \text{ cm}.$$

Prin urmare, imaginea este răsturnată şi înaltă de 15 cm. Figura 4.17 arată construcţia imaginii pentru a doua parte a problemei. Scriem formula oglinzii în acest caz

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'},$$

de unde deducem

$$p_2' = \frac{p_2 f}{p_2 - f},$$

$$\frac{i_2}{o_2} = -\frac{p_2'}{p_2} = -\frac{1}{5};$$

introducem valoarea lui p_2'

$$\frac{1}{5} = \frac{\frac{p_2 f}{p_2 - f}}{p_2} = \frac{p_2 f}{(p_2 - f) p_2}$$

sau, succesiv

$$p_2(p_2 - f) = 5p_2 f, \quad -p_2 f + p_2^2 = 5p_2 f, \quad p_2^2 - 6p_2 f = 0,$$

de unde

$p_2 = 0$, soluție care nu convine și

$$VA = p_2 = 6f = 6 \cdot 15 = 90 \text{ cm}.$$

4.19. Se dă o oglindă sferică concavă cu raza de 2 m. La o distanță de 1,4 m de la vîrful V, se așază un mic cerc luminos cu raza de 1 cm, al cărui centru coincide cu axa principală. Să se afle la ce distanță de V va trebui să se așeze o oglindă plană, perpendiculară pe axă, pentru ca centrul imaginii să se confunde cu centrul cercului. Care va fi diametrul cercului acestei imagini?

Rezolvare. 1) Fie AB raza cercului dat (fig. 4.18). Înainte ca oglinda plană să fie așezată în D, imaginea lui AB față de oglinda concavă se formează în $A'B'$. Interpunerea oglinzii plane are ca efect formarea unei imagini reale A_1B_1 simetrică imaginii $A'B'$ în raport cu P. Oglinda P va trebui deci să se găsească într-un punct D aflat la mijlocul dreptei BB', care separă obiectul AB de imaginea sa $A'B'$, și la o distanță d față de V. Astfel avem

$$d = VB + \frac{BB'}{2} = p + \frac{p' - p}{2} = \frac{p + p'}{2}.$$

Să calculăm pe p' din formula

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{140} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{100},$$

de unde

$$p' = 3{,}5 \text{ m},$$

deci

$$d = \frac{3{,}5 + 1{,}4}{2} = 2{,}45 \text{ m}.$$

2) Mărimea I a imaginii $A'B' = A_1B_1$ va fi dată de relația

$$\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$$

sau

$\frac{i}{o} = \frac{-350}{140}$, de unde $i = -2{,}5$ cm, răsturnată față de obiectul AB.

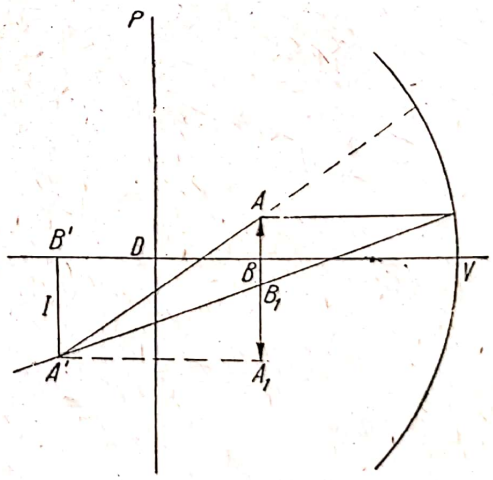


Fig. 4.18

Însă i reprezintă raza imaginii, deci diametrul ei va fi 5 cm.

4.20. O persoană se privește într-o oglindă plană așezată vertical. Persoana se depărtează de oglindă cu 0,5 m; cu cît crește distanța dintre persoană și imaginea ei din oglindă? Ce devine înălțimea imaginii față de înălțimea persoanei?

R. $\Delta d = 1$ m; aceeași

4.21. O oglindă plană se rotește cu un unghi α. Cu ce unghi se rotește raza reflectată, dacă raza incidentă a rămas aceeași?

R. $\beta = 2\alpha$

4.22. Autobuzele construite în uzinele „Autobusul" au la exterior, în dreapta și în stînga cabinei șoferului, cîte o oglindă fixată într-un cadru metalic circular. În interiorul cabinei, în fața șoferului și la înălțimea capului, se găsește o altă oglindă. Se cere:

a) la ce folosesc oglinzile din exterior;

b) la ce folosește oglinda din interior;

c) ce fel de oglinzi sînt și cum funcționează fiecare?

4.23. Un epidiascop de tip „Ianus" proiectează imaginea corpurilor pe plafonul sălii de clasă. Ce trebuie făcut pentru a obține imaginea pe peretele din față al clasei?

4.24. Cînd examinează fundul ochiului, canalul urechii, sau fundul gurii, medicii folosesc oglinzi concave. De ce? Din care cauză aceste oglinzi au o mică deschidere în mijlocul lor?

4.25. Din ce cauză oglinzile convexe sînt mult folosite ca obiecte de înfrumusețare (nasturi lucioși, globuri pentru pomul de iarnă, globuri pentru grădini)? De ce nu se folosesc oglinzi concave?

4.26. La unele instrumente de măsurat electrotehnice, acul indicator constă dintr-o rază de lumină reflectată de o oglindă plană. Fie AB (fig. 4.19) o oglindă plană, S izvorul luminos, SO raza incidentă, OS' raza reflectată, iar CD scara milimetrică, așezată perpendicular pe OS', la 5 m distanță de O. Cu ce unghi se rotește oglinda AB, dacă imaginea S' a izvorului luminos S se mișcă pe scara milimetrică pe distanța $S'S'' = 32$ mm?

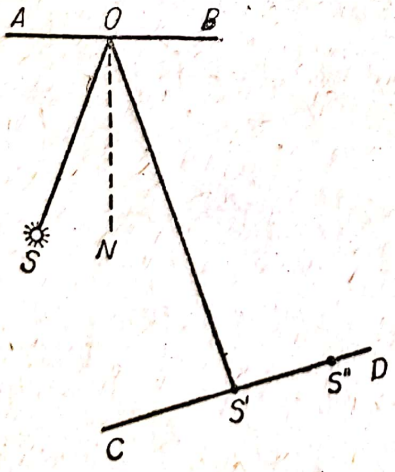


Fig. 4.19

R. $\alpha = 1°50'$

4.27. Ce înălțime trebuie să aibă o oglindă plană, fixată vertical pe un perete, pentru ca o persoană ce stă în fața ei să-și vadă întreaga imagine dată în oglindă?

R. Jumătate din înălțimea persoanei.

4.28. Două oglinzi plane fac între ele un unghi diedru α. O rază de lumină aflată într-un plan perpendicular pe muchia unghiului cade pe una din oglinzi și se reflectă apoi pe a doua oglindă. Să se demonstreze că unghiul de deviație β al razei reflectate pe a doua oglindă, față de direcția razei inițiale, nu depinde de unghiul de incidență.

R. $\beta = 2\alpha$.

4.29. Un observator de 1,75 m înălțime, avînd ochiul la 1,6 m deasupra podelei unei camere, privește într-o oglindă dreptunghiulară așezată pe unul din pereții camerei. Care trebuie să fie înălțimea minimă a oglinzii și la ce distanță de podea trebuie așezată latura ei inferioară pentru ca observatorul să se vadă în întregime în oglindă?

R. 0,875 m; 0,8 m.

4.30. Să se studieze variația poziției imaginii într-o oglindă sferică, în funcție de poziția obiectului, pe baza formulei oglinzilor sferice (se va rezolva și cu ajutorul derivatelor), (Olimpiada de fizică 1958).

4.31. O lumînare aprinsă se găsește la 60 cm depărtare de vîrful unei oglinzi concave. Apropiind lumînarea de oglindă cu 10 cm, imaginea ei se depărtează de oglindă cu 80 cm. Să se calculeze distanța focală a oglinzii și poziția imaginii față de oglindă în al doilea caz.

R. $f = 40$ cm; $p' = 200$ cm.

4.32. Două oglinzi concave, avînd fiecare distanța focală de 24,86 cm sînt așezate pe aceeași axă principală. Să se determine distanța dintre cele două oglinzi, așa fel încît imaginea unui punct luminos de pe axa principală, după reflexie repetată în ambele oglinzi, să se formeze în punctul luminos. Să se găsească condiția de posibilitate a problemei și să se spună cînd există o singură soluție. Punctul luminos se găsește la 46 cm de una din oglinzi. (Examen de admitere la Institutul de Construcții, 1958).

R. $d = 100$ cm; $d \geq 4f$; $d = 4f$.

4.33. Se dă o oglindă sferică concavă cu raza de curbură de 6 m. La ce distanță de vîrful oglinzii trebuie așezat un obiect perpendicular pe axa principală, astfel ca imaginea să fie: *a)* răsturnată și de cinci ori mai mică decît obiectul; *b)* răsturnată și de cinci ori mai mare decît obiectul; *c)* dreaptă și de cinci ori mai mare decît obiectul.

R. $p_1 = 18$ m; $p_2 = 3{,}6$ m; $p_3 = 2{,}4$ m.

4.34. O oglindă sferică concavă are raza de curbură de 14 cm. Să se determine distanța ei focală, precum și punctul pe axa principală unde trebuie așezat un obiect, pentru ca imaginea lui să se formeze cu 4 cm mai aproape de vîrful oglinzii decît obiectul.

R. $f = 7$ cm; $p = 16{,}28$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

4.35. Să se arate că în orice oglindă sferică, produsul dintre distanța obiectului față de focar și distanța imaginii față de focar este egal cu pătratul distanței focale.

R. $x \cdot x' = f^2$.

4.36. De la un obiect la focarul principal al unei oglinzi concave sînt 50 cm. Care este distanța de la imagine la focarul principal, dacă distanța focală este de 2 m ?

R. $d = 8$ m.

4.37. Într-o oglindă concavă se obține o imagine de două ori mai mică decît obiectul. Depărtînd obiectul cu 5 cm de oglindă, imaginea devine de patru ori mai mică decît obiectul. Care este distanța focală ?

R. $f = 2{,}5$ cm.

Refracția luminii; prisme, lentile

4.38. O rază de lumină cade pe o placă de sticlă cu grosimea de 3 cm, sub un unghi de 70°. Să se calculeze deplasarea razei în interiorul plăcii.

Rezolvare. Mersul razei de lumină se observă pe figura 4.20. Se poate scrie

$$\alpha = i_1 - r_1$$

și

$$h = I_1 I_2 \cdot \sin (i_1 - r_1)$$

Dar

$$I_1 I_2 = \frac{d}{\cos r_1},$$

deci

$$h = \frac{d}{\cos r_1} \sin (i_1 - r_1).$$

Din relația $n = \frac{\sin i_1}{\sin r_1}$ se calculează r_1

$$\sin r_1 = \frac{\sin 70°}{1{,}5} = 0{,}626\,; \; r_1 = 38°50'.$$

Atunci

$$h = \frac{3}{\cos 38°50'} \sin (70° - 38°50') = 1{,}99 \text{ cm}.$$

4.39. Un cristalizator (cuvă) de forma unui cub cu latura de 20 cm este asezat pe un plan orizontal. Fie $ABCD$ o secțiune dreaptă a cubului (fig. 4.21). Un observator se așază astfel, încît raza sa vizuală să atingă

Scanned with OKEN Scanner

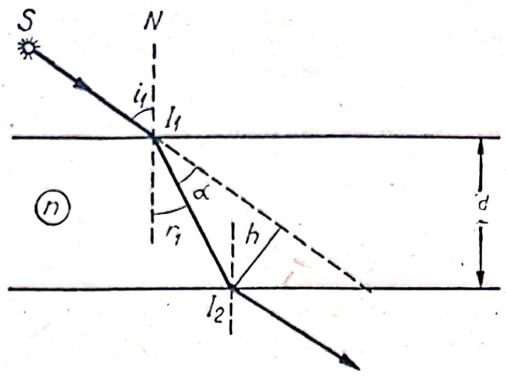


Fig. 4.20

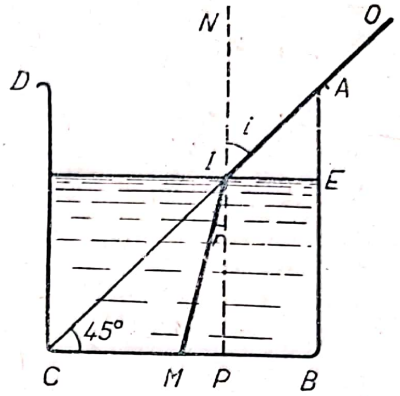


Fig. 4.21

marginea superioară A şi să ajungă în colţul C opus acestei margini. În mijlocul M al bazei şi într-un plan vertical trecînd prin ochi, se găseşte un obiect strălucitor. Să se determine înălţimea unui lichid al cărui indice de refracţie este egal cu $\frac{\sqrt{10}}{2}$ care, fiind turnat în acest vas, să permită observatorului să vadă punctul M pe direcţia OC.

Rezolvare. Unghiul pe care raza vizuală îl face cu fundul vasului este de 45°. Fie a muchia cubului, MI raza care pleacă din M şi se refractă pe direcţia IO. Se notează cu i unghiul de emergenţă al razei IO, iar r este unghiul pe care îl face MI cu normala la lichid. De asemenea $PI = x$.

În ΔMPI şi ΔIEA se scrie

$$MP = x \operatorname{tg} r; \tag{1}$$

$$IE = AE = a - x \tag{2}$$

Se adună (1) cu (2), membru cu membru şi se observă că

$$MP + IE = \frac{a}{2};$$

$$x \operatorname{tg} r + (a - x) = \frac{a}{2} \Rightarrow x = \frac{a}{2(1 - \operatorname{tg} r)} \tag{3}$$

Pe de altă parte, relaţia

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

devine aici

$$\frac{\sin 45°}{\sin r} = \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \sin r = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

şi exprimînd tangenta în funcţie de sinus, se obţine $\operatorname{tg} r = \frac{1}{2}$.

Ducînd această valoare a lui tg r în relaţia (3), se obţine

$$x = a = 20 \text{ cm}.$$

Deci vasul va trebui să fie umplut compet cu lichid.

Scanned with OKEN Scanner

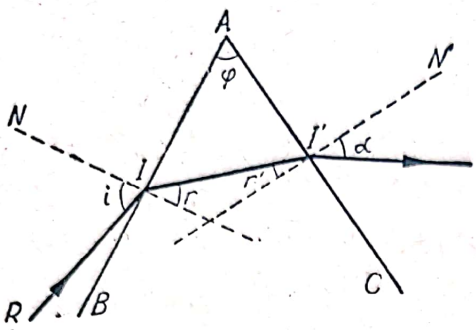


Fig. 4.22

4.40. Pe faţa AB a unei prisme cade razant o rază ; această rază iese prin faţa AC, făcînd un unghi de emergenţă α (fig. 4.22). Fie φ unghiul prismei şi n indicele ei de refracţie. Să se arate că

$$\sqrt{n^2-1}=\frac{\cos\varphi+\sin\alpha}{\sin\varphi}.$$

Rezolvare. Observînd mersul razelor în prismă, se poate scrie:

$$\sin i = n \sin r,\ \sin \alpha = n \sin r',$$

$$\varphi = r + r'.$$

Dar $i = 90°$, deci

$$\sin r = \frac{1}{n} \text{ şi } \cos r = \frac{\sqrt{n^2-1}}{n}$$

şi cum:

$$r' = \varphi - r,$$

deci

$$\sin r' = \sin \varphi \cos r - \sin r \cos \varphi.$$

Înlocuind funcţiile trigonometrice ale unghiurilor r şi r', prin valorile lor avem

$$\frac{\sin\alpha}{n} = \sin\varphi \frac{\sqrt{n^2-1}}{n} - \frac{1}{n}\cos\varphi,$$

de unde

$$\sqrt{n^2-1} = \frac{\cos\varphi+\sin\alpha}{\sin\varphi},$$

adică ceea ce era de demonstrat.

4.41. Se dau două prisme identice ABC şi $A'B'C'$, dreptunghice în C şi C'. Aceste prisme sînt astfel aşezate, încît o rază de lumină SI, căzînd normal pe faţa AC a primei prisme, să iasă normal prin faţa $A'C'$ a celei de a doua. Să se traseze mersul razelor de lumină şi să se determine deviaţia, cunoscînd valoarea α a unghiurilor A şi A' şi indicele de refracţie n al prismelor în raport cu aerul.

Aplicaţie pentru $n = \sqrt{2}$, $\alpha = 30°$.

Rezolvare. După enunţ, raza de lumină nu suferă deviaţie nici la incidenţa pe AC, nici la emergenţa pe $A'C'$ (fig. 4.23). Această rază, dimpotrivă, va fi deviată la ieşirea din prima prismă în I şi la intrarea în cea de a doua în I'.

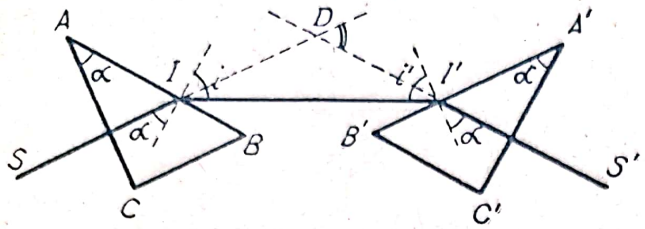


Fig. 4.23

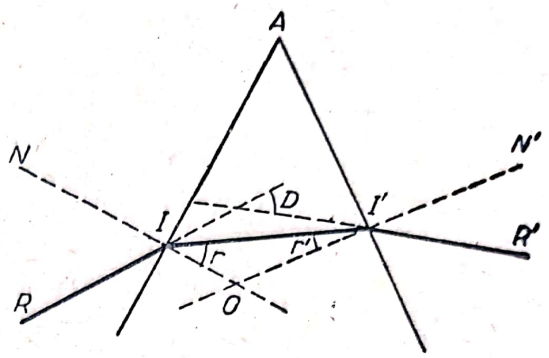


Fig. 4.24

Notînd prin i unghiul de incidenţă în prima prismă şi prin i' unghiul de incidenţă în cea de a doua, se poate scrie:

$$\sin i' = n \sin \alpha,$$
$$\sin i = n \sin \alpha,$$

adică unghiurile i şi i' sînt egale. Dar, din triunghiul IDI', deviaţia δ este egală cu $i - \alpha + i' - \alpha$, deci

$$\delta = 2\,(i - \alpha).$$

Se observă că unghiul celor două normale I şi I' valorează $180° - 2i$, deci unghiul format de cele două feţe ipotenuze este egal cu $2i$.

Aplicaţie.

$$\sin i = \sqrt{2} \sin 30° = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

deci

$$i = 45°$$

şi

$$\delta = 2(45° - 30°) = 30°.$$

4.42. O prismă al cărui unghi de refringenţă este de 60° primeşte un fascicul paralel de lumină monocromatică. Se observă că unghiul de emergenţă este egal cu unghiul de incidenţă, cînd acest unghi este de 60°. Să se calculeze indicele de refracţie al prismei.

Rezolvare. Cînd unghiul de incidenţă este egal cu unghiul de emergenţă, este cazul deviaţiei minime (fig. 4.24). Formulele prismei devin atunci

$$\delta = 2i - A \qquad (1)$$
$$A = 2r; \qquad (2)$$

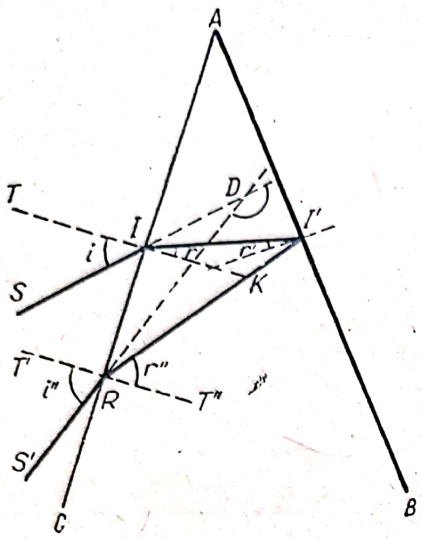


Fig. 4.25

din (1) se scoate $i = \frac{\delta + A}{2}$ și din (2) $r = \frac{A}{2}$, deci

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\delta + A}{2}}{\sin \frac{A}{2}} = n.$$

Înlocuind $A = 60°$ și $\delta = 60°$, se obține:

$$n = \frac{\sin 60°}{\sin 30°} = \sqrt{3}.$$

4.43. O prismă ABC, a cărei față AB este argintată, primește pe una din fețele sale AC un fascicul de lumină monocromatică, a cărei direcție este normală pe fața argintată. Să se determine unghiul de deviație δ pe care îl suferă fasciculul ieșind din prismă prin fața AC, după ce a fost reflectat pe fața argintată AB.

Aplicație. $A = 3°$, $n = \frac{3}{2}$. În calculele, se pot confunda unghiurile, exprimate în radian, cu sinusurile lor cînd valoarea acestor unghiuri nu depășește $6°$.

Rezolvare. Presupunem că raza SI este de partea bazei prismei în raport cu normala TI și observăm că unghiul de incidență i este egal, în cazul problemei, cu unghiul A al prismei (fig. 4.25). Pentru că raza $I'R$ reflectată în I' iese din prismă, trebuie ca unghiul $I'RT''$, pe care îl notăm cu r'', să fie mai mic decît unghiul limită l; acest unghi deoarece

$$\frac{1}{\sin l} = n = \frac{2}{3},$$

are valoare apropiată de $42°$. Condiția este deci

$$r'' < l \tag{1}$$

Să calculăm pe r''. Urmărind figura, se pot scrie ușor pe baza legilor reflexiei și refracției, egalitățile:

$$r'' = k = r + 2r' = r + 2(A - r),$$

de unde

$$r'' = 2A - r. \tag{2}$$

Această valoare introdusă în (1) dă condiția $2A - r < l$ evident realizată, deoarece din enunț

$$2A = 6°, \text{ deci } 2A - r < 6°$$

și cu atît mai mult mai mic decît l.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru a calcula unghiul de deviație δ, se observă că în triunghiul DIR, avem :

$$\delta = \widehat{DIR} + \widehat{IRD}$$

δ fiind unghi exterior.

Notînd cu i'' unghiul de emergență $S'RT'$,

$$\delta = 90 + i + 90 - i'' = 180 + A - i''. \qquad (3)$$

Valoarea lui i'' se determină cu ajutorul formulelor prismei, aplicabile pentru unghiurile mici — lucru permis deoarece r'' fiind egal cu $2A - r$ este inferior lui 6° ; avem

$$r'' = 2A - r = 2A - \frac{i}{n} = 2A - \frac{A}{n}$$

și, dînd lui A valoarea de 3° și lui n valoarea de $\frac{3}{2}$,

$$r'' = 6 - 3 \cdot \frac{2}{3} = 4°;$$

cu $i'' = nr''$, avem

$$i'' = 4 \cdot \frac{3}{2} = 6°.$$

Această valoare dusă în ecuația (3), dă valoarea numerică a lui

$$\delta = 180° + 3° - 6° = 177°$$

4.44 Un obiect de 2 cm lungime se află la 2 m distanță de ecranul pe care se formează imaginea sa cu o lentilă convergentă, așezată la 60 cm de obiect. *a)* Care este distanța focală a lentilei și mărimea imaginii? *b)* Care este convergența lentilei? *c)* Pentru care altă poziție a lentilei, imaginea se formează din nou pe ecran, dacă ecranul și obiectul au rămas pe loc? (Examen de admitere la Institutul Politehnic București, 1957).

R e z o l v a r e . *a)* În figura 4.26 este dată schița formării imaginii pe ecranul E. Se aplică formula lentilei

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}, \quad f = \frac{pp'}{p + p'},$$

care împreună cu $p + p' = d$, ne dă pe f

$$f = \frac{p(d - p)}{d} = \frac{60(200 - 60)}{200} =$$

$$= 3 \cdot 14 = 42\,\text{cm}.$$

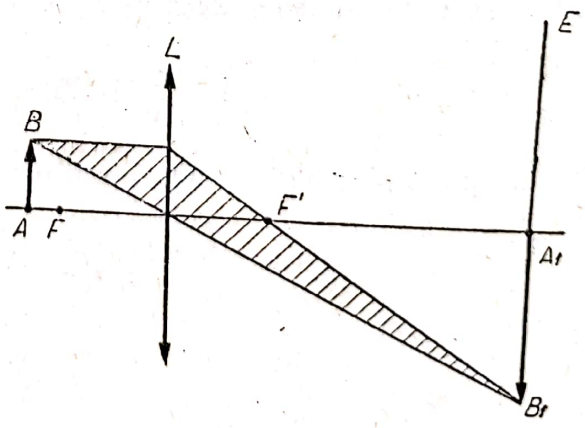


Fig. 4.26

Mărimea imaginii se obţine din relaţia

$$m = \frac{i}{o} = \frac{p'}{p}$$

de unde

$$i = \frac{o \cdot p'}{p} = \frac{2 \cdot 140}{60} = \frac{28}{6} = 4{,}67 \text{ cm}.$$

b) Convergenţa lentilei este

$$C = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}42} = 2{,}38 \text{ dioptrii}.$$

c) Obiectul şi ecranul rămînînd pe loc, imaginea se formează tot pe ecran dacă lentila se aşază la distanţa $p = 140$ cm, în care caz p' devine 60 cm. În adevăr, în formula lentilei

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'},$$

p şi p' se pot schimba între ei.

4.45. Se introduce în apă o lentilă convergentă de crown. Cum variază distanţa ei focală, creşte ori scade, şi de cîte ori?

Rezolvare.
În aer

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Introducînd lentila în apă, indicele de refracţie al crown-ului faţă de apă va fi

$$n_1 = \frac{n}{1{,}33},$$

încît formula lentilei devine

$$\frac{1}{f_1} = (n_1 - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Împărţind membru cu membru, se obţine

$$\frac{f_1}{f} = \frac{n-1}{n_1 - 1} = \frac{(n-1)1{,}33}{n - 1{,}33} = 3{,}9,$$

adică

$$f_1 = 3{,}9\, f,$$

deci distanţa focală creşte de 3,9 ori.

4.46. Un obiect A se găsește la o distanță D de un ecran E. O lentilă convergentă a cărei axă coincide cu normala dusă din A la ecran dă pe ecran o imagine clară a obiectului în două poziții diferite B și C. Distanța dintre cele două poziții este d. Să se calculeze distanța focală f a acestei lentile în funcție de D și d.

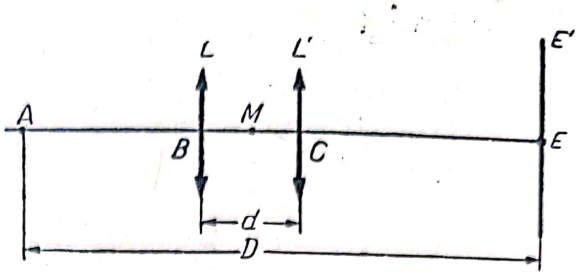


Fig. 4.27

Rezolvare. Se exprimă valorile lui p' și p'_1, distanțele imaginii față de lentilă în poziția B și în poziția C, în funcție de D și d (fig. 4.27).

Prima poziție B dă

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{D-p}=\frac{1}{f}. \tag{1}$$

A doua poziție C dă

$$\frac{1}{p+d}+\frac{1}{D-(p+d)}=\frac{1}{f}. \tag{2}$$

Eliminînd pe f între (1) și (2), se găsește ca valoarea pentru p

$$p=\frac{D-d}{2}.$$

Această valoare, dusă în relația (1), dă

$$f=\frac{D^2-d^2}{4D}.$$

Altă metodă. După enunț, punctul E este imaginea lui A. Deci, lăsînd lentila în B și așezînd obiectul în E, la distanța $EB=p'$ de lentilă, imaginea acestui obiect se va forma în A. Această observație arată imediat că există două poziții ale lentilei pentru care se obține o imagine reală, situată la aceeași distanță D de obiect.

În prima poziție B avem

$$p=AB=CE.$$

În a doua poziție C avem

$$BE=AC=p', \quad AB+CE=AE-BC,$$

deci

$$2p=D-d$$

și

$$p=\frac{D-d}{2}. \tag{1}$$

Pe de altă parte, notînd cu M mijlocul lui AE, avem

$$BE = EM + MB,$$

deci

$$p' = \frac{D + d}{2}.$$

Relaţia cunoscută

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

devine

$$\frac{2}{D - d} + \frac{2}{D + d} = \frac{1}{f}$$

sau

$$\frac{4D}{D^2 - d^2} = \frac{1}{f}$$

de unde valoarea lui f

$$f = \frac{D^2 - d^2}{4D}.$$

4.47. O lentilă subţire biconvexă, formată dintr-o substanţă cu $n = 1{,}25$, este limitată de feţe sferice de raze $R_1 = 10$ mm şi $R_2 = 6$ mm. Să se calculeze: *a)* aria imaginii Soarelui dată de această lentilă diametrul aparent al Soarelui fiind de 32′; *b)* ce valoare R_1' ar trebui să ia R_1, cînd R_2 rămîne constant, pentru ca imaginea unui obiect aşezat la 30 cm în faţa lentilei să se formeze în planul în care — în cazul precedent — se formase imaginea Soarelui; *c)* variaţia lungimii imaginii obiectului dată de faţa convexă de rază R_1 funcţionînd ca o oglindă sferică cînd această rază trece de la 10 mm la R_1' (Lungimea obiectului se ia egală cu 1 cm.)

Rezolvare. *a)* Distanţa focală a lentilei este dată de

$$\frac{1}{f} = (1{,}25 - 1)\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{6}\right) = 0{,}25 \cdot \frac{4}{15} = \frac{1}{15},$$

de unde

$$f = 15 \text{ mm}.$$

Presupunem axa optică a lentilei îndreptată spre centrul Soarelui. Razele emise de marginea superioară şi de marginea inferioară a secţiunii astrului printr-un plan converg, întîlnind planul focal în F şi axele secundare în S şi S' (fig. 4.28). Din triunghiul OFS

$$SF = OF \cdot \operatorname{tg} 16'.$$

Scanned with OKEN Scanner

Unghiul fiind foarte mic se poate confunda tangenta cu arcul în radiani. Deci

$$SF = OF \operatorname{arc\,tg} 16' = \frac{\pi \cdot 15 \cdot 16}{180 \cdot 60} = \frac{\pi}{45}.$$

Aria imaginii Soarelui este deci

$$\pi \cdot SF^2 = \frac{\pi^3}{45^2} = 0{,}0153 \text{ cm}^2.$$

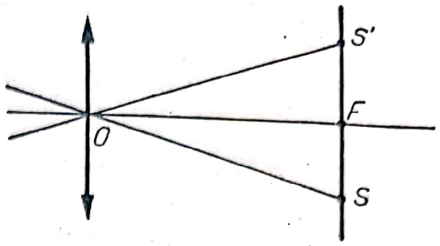


Fig. 4.28

b) Obiectul fiind la 300 mm în fața lentilei, valoarea R_1' trebuie să fie astfel, încît imaginea să se formeze la 15 mm îndărăt, adică astfel încît să avem

$$\frac{1}{300} + \frac{1}{15} = 0{,}25\left(\frac{1}{R_1'} + \frac{1}{6}\right),$$

de unde

$$R_1' = \frac{150}{17} = 8{,}82 \text{ mm}.$$

c) Fața convexă de rază R_1 avînd rolul de oglindă convexă, formula

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{2}{R}$$

dă

$$\frac{p}{p'} = \frac{2p}{R} + 1 = \frac{2p + R}{R},$$

de unde

$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p} = \frac{R}{2p + R},$$

care, pusă sub forma

$$\frac{i}{o} = \frac{p'}{p} = \frac{1}{1 + \frac{2p}{R}},$$

permite să observăm că lungimea imaginii se micșorează în același timp cu aceea a razei oglinzii.

Pentru $R = 10$ mm, se obține

$$i_1 = 10 \cdot \frac{10}{600 + 10} = \frac{10}{61} \text{ mm}.$$

Pentru $R = \frac{150}{17}$ mm, rezultă

$$i_1' = 10 \frac{150}{17 \cdot 600 + 150} = \frac{10}{69} \text{ mm}.$$

Variația lungimii imaginii este de

$$10\left(\frac{1}{61}-\frac{1}{69}\right)=\frac{80}{61\cdot 69}=0{,}019 \text{ mm}.$$

4.48. O lentilă convergentă cu distanța focală de 12 cm este așezată la 48 cm de o oglindă concavă, cu distanța focală de 20 cm. De cealaltă parte a lentilei și la 6 cm de ea, în partea opusă oglinzii, se așază un obiect de 2 cm. Care va fi poziția imaginii dată de sistemul lentilă-oglindă-lentilă? Care este mărimea imaginii finale?

Să se construiască mersul razelor de lumină.

Rezolvare.

$A'B'$ (fig. 4.29) este imaginea virtuală a obiectului AB dată de lentila L și se poate scrie:

$$\frac{1}{f_1}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'};\ \Rightarrow p_1'=\frac{p_1f_1}{p_1-f_1}=\frac{6\cdot 12}{6-12}=\frac{72}{-6}=-12 \text{ cm};$$

imaginea este virtuală, deoarece $p_1'<0$.

Imaginea $A'B'$ servește ca obiect virtual pentru oglinda concavă V, obținîndu-se imaginea reală $A''B''$ (dată de oglindă). Se va scrie

$$\frac{1}{f_2}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'}\Rightarrow p_2'=\frac{p_2f_2}{p_2-f_2}=\frac{(p_1'+l)f_2}{p_1'+l-f_2}=\frac{60\cdot 20}{60-20}=\frac{1\,200}{40}=30 \text{ cm}.$$

În sfîrșit, $A'''B'''$ este imaginea reală a obiectului $A''B''$, dată de lentilă. În acest caz

$$p=A''C=VC-VA''=48-30=18 \text{ cm}.$$

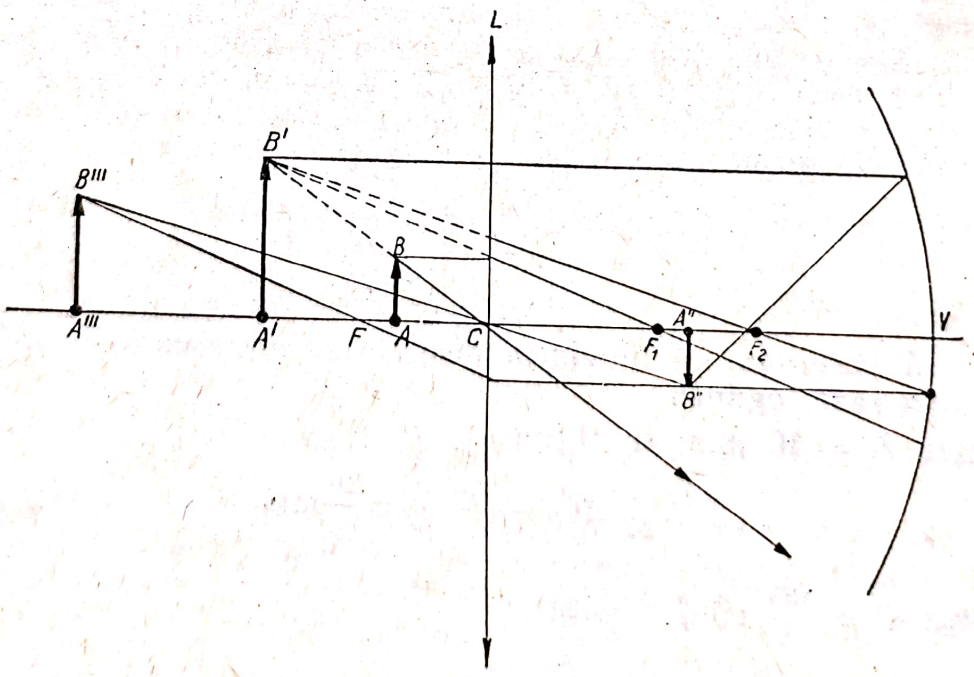


Fig. 4.29

Formula lentilei,

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = \frac{pf_1}{p - f_1} = \frac{18 \cdot 20}{18 - 20} = 36 \text{ cm}.$$

Deci, imaginea dată de sistemul lentilă-oglindă-lentilă va fi la 36 cm de lentilă.

Mărimea imaginii finale $i_3 = AB$ se obţine din:

$$\frac{i_3}{o} = \frac{i_3}{i_2} \cdot \frac{i_2}{i_1} \cdot \frac{i_1}{o} = \left(-\frac{p'}{p}\right) \cdot \left(\frac{p_2'}{p_2}\right) \cdot \left(-\frac{p_1'}{p_1}\right) = -\frac{p' p_2' p_1'}{p p_2 p_1}$$

adică:

$$\frac{i_3}{o} = -\frac{36 \cdot 30 \cdot (-12)}{18 \cdot 60 \cdot 6} = 2 \Rightarrow i_3 = 2o = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}.$$

Imaginea finală e dreaptă, faţă de obiect şi are 4 cm înălţime.

4.49. Să se calculeze viteza luminii în sticlă şi unghiul limită al ei ($n = 1{,}5$)

R. $v = 2 \cdot 10^8$ m/s; $l \approx 48°$.

4.50. O rază de lumină trece din aer într-un lichid oarecare sub o incidenţă de 45°. Ce indice de refracţie are lichidul, dacă unghiul de refracţie este cu 19°20′ mai mic decît unghiul de incidenţă?

R. $n = 1{,}63$.

4.51. Unghiul limită pentru un lichid oarecare este de 37°. Care este viteza luminii în acest lichid?

R. $v \approx 1{,}8 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

4.52. Pe fundul unui bazin cu apă limpede este înfipt vertical un par lung de 1 m. Cît de mare este umbra dată de par pe fundul bazinului, cînd razele solare formează un unghi de incidenţă de 38°, iar parul este în întregime sub apă?

R. $l = 52{,}23$ cm.

4.53. O prismă optică din flint pentru binoclu are unghiul de refringenţă de 90°. O rază de lumină monocromatică cade perpendicular pe o faţă a unghiului de refringenţă. Să se deseneze mersul ei şi să se calculeze unghiul limită.

R. $l = 38°40'$

4.54. O prismă optică din crown are unghiul de refringenţă de 30°. Să se calculeze unghiul de deviaţie al razei emergente faţă de direcţia razei incidente, ştiind că aceasta cade perpendicular pe prima faţă a prismei.

R. $\delta = 18°40'$.

Scanned with OKEN Scanner

4.55. O rază de lumină trece simetric printr-o prismă şi se reflectă apoi pe o oglindă plană, paralelă cu baza prismei. Să se arate că, după reflexia pe oglindă, raza devine paralelă cu raza incidentă şi direcţia ei nu depinde de indicele de refracţie al prismei.

4.56. O prismă de crown are unghiul de refringenţă de 60°. O rază de lumină cade pe o faţă a prismei sub incidenţa de 30°, fiind cuprinsă în planul secţiunii principale a prismei. Ce deviaţie are raza emergentă? Care este deviaţia minimă a unei raze în această prismă?

R. $\delta = 47°10'$; $\delta_m = 37°10'$

4.57. Imaginea unui obiect aşezat la 10 cm de o lentilă subţire este dreaptă şi mărită de două ori. Care este distanţa focală a lentilei?

R. $f = \frac{20}{3}$ cm

4.58. La 20 cm distanţă, în faţa unei lentile convergente, se găseşte un disc cu diametrul de 1 cm. Lentila produce o imagine virtuală cu diametrul de 10 cm. Să se deducă distanţa focală a lentilei.

R. $f = \frac{200}{9}$ cm

4.59. Diviziunile unui şubler sînt privite printr-o lentilă convergentă cu distanţa focală de 10 cm, ţinînd ochiul lîngă lentilă. La ce distanţă de lentilă se găseşte şublerul, dacă diviziunile par de trei ori mai mari?

R. $p = 6{,}67$ cm.

4.60. Să se demonstreze că pentru lentilele subţiri, produsul dintre distanţele de la obiect şi imagine la focarul principal corespunzător este egal cu pătratul distanţei focale (formula lui Newton).

R. $x \cdot x' = f^2$.

4.61. O lumînare este situată la 1 m depărtare de un ecran. Între ecran şi lumînare se aşază o lentilă convergentă cu distanţa focală de 9 cm. La ce depărtare de lumînare trebuie aşezată lentila pentru ca pe ecran să se formeze imaginea clară a lumînării?

R. $p_1 = 90$ cm; $p_2 = 10$ cm.

4.62. Distanţa de la lampă la un ecran este de 50 cm. Între ele se aşază o lentilă convergentă, care dă pe ecran o imagine a lămpii, cînd este aşezată în două poziţii succesive, distanţate cu 10 cm. Care este distanţa focală a lentilei?

R. $f = 12$ cm.

4.63. O lentilă convergentă de 2 dioptrii produce o imagine la distanţa de 1 m de lentilă, avînd lungimea de 1 dm. Ce lungime are obiectul?

R. $o = 1$ dm.

Scanned with OKEN Scanner

4.64. Becul unei lanterne de buzunar se găseşte la 24 cm de o lentilă divergentă, cu distanţa focală de 12 cm. La ce depărtare de lentilă se găseşte imaginea? Să se construiască mersul razelor.

R. $p' = -8$ cm.

4.65. Se dă o lentilă convergentă de 5 dioptrii şi se aşază două puncte luminoase pe axa sa principală, la 4 cm de o parte şi de alta a unuia din focarele ei. Să se calculeze distanţa dintre imaginile celor două puncte. Să se deseneze mersul razelor.

R. $d = 200$ cm.

4.66. Obiectivul unui aparat de proiecţie este o lentilă subţire care proiectează o fotografie transparentă cu înălţimea de 10 cm, dînd pe ecran o imagine înaltă de 90 cm. Distanţa dintre fotografie şi ecran este de 2 m. Ce distanţă focală are obiectivul? Să se facă construcţia geometrică.

R. $f = 18$ cm.

4.67. Trebuie să micşorăm prin fotografiere o riglă gradată în centimetri, pentru a obţine imaginea gradată în milimetri. Obiectivul fotografic are distanţa focală de 10,5 cm. La ce distanţă de obiectiv trebuie aşezată rigla?

R. $p = 115{,}5$ cm.

4.68. Obiectivul aparatului fotografic „Orizont", construit de Întreprinderea Optică Română, are distanţa focală de 5 cm. De la ce distanţă trebuie fotografiată cu acest aparat o clădire înaltă de 20 m, pentru a fi încadrată pe film cu înălţimea de 20 mm?

R. $p = 50{,}05$ m.

4.69. Cu ajutorul aparatului fotografic „Optior" construit de Întreprinderea Optică Română, s-a fotografiat un tractor obţinîndu-se o imagine cu lungimea de 5 cm. Ce distanţă focală are obiectivul aparatului fotografic, dacă fotografia s-a făcut de la distanţa de 4,26 m, iar tractorul are lungimea de 3,5 m?

R. $f = 6$ cm.

4.70. Un avion de recunoaştere zboară la înălţimea de 4 000 m şi are un aparat de fotografiat la scara 1 : 2 000. Ce distanţă focală are aparatul de fotografiat?

R. $f = 2$ m.

4.71. Două lentile convergente, una cu distanţa focală de 1 m şi alta cu convergenţa de 4 dioptrii, se aşază alăturat pe aceeaşi axă principală. Care este distanţa focală a sistemului optic format? Dar convergenţa lui?

R. $f = 20$ cm; $C = 5$ dioptrii.

Scanned with OKEN Scanner

4.72. Ce lentilă trebuie alăturată unei lentile divergente de 8 dioptrii, pentru a obține un sistem divergent cu distanța focală de -40 cm?

R. $f_2 = 18{,}18$ cm.

4.73. O lentilă plan-concavă din crown are raza de curbură de 50 cm. Se aplică pe fața concavă o placă subțire de sticlă cu fețe plan-paralele și se umple golul rămas cu sulfură de carbon. Ce distanță focală are sistemul optic format? Dar dacă golul s-ar umple cu apă?

R. $f' = 3{,}85$ m; $f'' = 2{,}94$ m.

4.74. Două lentile plan-convexe din sticlă crown, cu diametre egale, au razele de curbură de 25 cm, respectiv 40 cm. Ele sînt așezate cu fețele lor plane alăturat, așa fel ca să formeze o lentilă biconvexă. Ce distanță focală și ce convergență are sistemul format?

R. $f = 30{,}76$ cm; $C = 3{,}25$ dioptrii.

4.75. Pe un banc optic se află două lentile, una convergentă cu distanța focală de 20 cm și alta divergentă. Pe lentila convergentă cade un fascicul de lumină cilindric, cu raza de 10 cm, paralel cu axa principală. Trecînd prin lentila a doua, divergentă, fasciculul rămîne tot cilindric, dar cu raza de 2 cm. Se cer; *a)* distanța focală a lentilei divergente; *b)* distanța dintre cele două lentile; *c)* aceleași întrebări pentru cazul cînd lentila divergentă este înlocuită cu una convergentă.

R. 4 cm; 16 cm; -4 cm; 24 cm.

4.76. O lentilă biconvexă din crown, avînd razele de curbură ale fețelor de 20 cm respectivi 25 cm, este introdusă într-o cuvă cu sulfură de carbon. Care vor fi distanțele focale ale lentilei în aer și în sulfură de carbon?

R. $f' = \frac{200}{9}$ cm; $f'' = -139{,}32$ cm.

4.77. Cu ajutorul a două sticle de ceasornic foarte subțiri, avînd razele de curbură de 20 cm, se confecționează o lentilă de aer, biconvexă. Această lentilă este introdusă într-o cuvă cu apă și se lasă să cadă pe ea un fascicul cilindric de lumină monocromatică (fig. 4.30) cu raza 2 cm. Se cer: *a)* distanța focală a lentilei și natura ei; *b)* diametrul imaginii lăsate de un fascicul de lumină care trece prin lentilă și cade pe un ecran E, așezat la 10 cm de centrul lentilei.

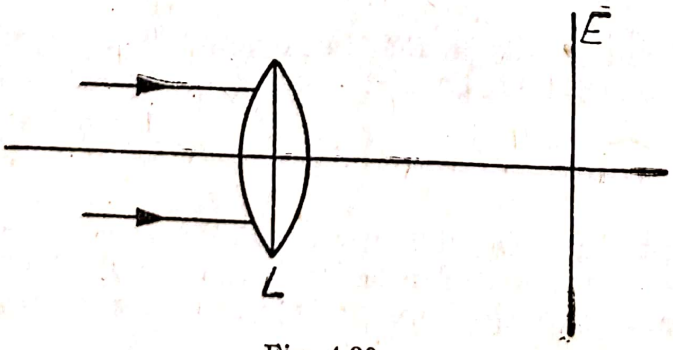


Fig. 4.30

R. $f \approx -40$ cm; $\varnothing \approx 2{,}5$ cm.

4.78. O lentilă biconvexă din crown are distanța focală

de 20 cm în aer. Ce distanţă focală va avea această lentilă cînd va fi introdusă în sulfură de carbon?

R. $f = 15{,}87$ cm.

4.79. La capetele unui tub cilindric, lung de 16 cm, sînt puse două lentile convergente, cu distanţele focale de 8, respectiv 5 cm. La 40 cm în faţa primei lentile se aşază un obiect şi se cere distanţa faţă de a doua lentilă, la care se formează imaginea.

R. 30 cm.

4.80. Două lentile subţiri, biconvexe şi identice, sînt puse în contact coaxial. Intervalul rămas liber dintre ele se umple cu un lichid, care formează o lentilă divergentă. Lentilele convergente au distanţa focală de 20 cm şi indicele de refracţie 3/2. La 20 cm în faţa sistemului optic format, se aşază un obiect a cărui imagine reală dată de sistem este la 60 cm distanţă de acesta. Ce valoare are indicele de refracţie al lentilei de lichid?

R. $m = 4/3$.

4.81. Două lentile convergente, identice, şi subţiri, cu distanţa focală de 10 cm, sînt aşezate coaxial la 65 cm una de alta. La 12 cm de prima lentilă, se aşază un obiect înalt de 4 cm. Să se calculeze poziţia imaginii date de sistemul optic şi înălţimea imaginii.

R. $p_1' = -10$ cm; $i = 40$ cm.

4.82. Două lentile subţiri, una convergentă cu distanţa focală de 20 cm şi alta divergentă cu distanţa focală de 6 cm, sînt aşezate coaxial la 14,5 cm una de alta. Cu ajutorul acestui sistem optic, se priveşte o clădire înaltă de 20 m, situată la 2 km. La ce distanţă de lentila divergentă trebuie aşezat un ecran, pe care să se formeze imaginea dată de sistemul optic? Ce înălţime are imaginea?

R. 66 cm; 2,4 cm.

4.83. O lentilă plan-convexă are indicele de refracţie n şi raza de curbură R. Faţa ei plană este argintată şi lucrează ca o oglindă. Să se arate că distanţele de la punctele conjugate (punctul obiect şi punctul imagine finală dat de sistemul lentilă-oglindă-lentilă) la lentilă satisfac relaţia

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2(n-1)}{R}.$$

Scanned with OKEN Scanner

4.84. O persoană vede clar obiectele situate de la 40 cm pînă la infinit. Între ce valori variază limitele de vedere clară pentru această persoană cînd privește prin ochelari de +1 dioptrie. Ochiul se găsește la 1 cm de centrul optic al lentilelor ochelarilor.

Rezolvare. Din formula lentilelor se deduce

$$p = \frac{p'f}{p' - f}.$$

Deoarece persoana vede clar la infinit (are punctul remotum la infinit), urmează că lentilele ochelarilor vor trebui să dea la ∞ imaginea unui obiect așezat la distanța p de centrul optic al lentilei. Așadar:

$$p = \frac{f}{1 - \frac{1}{N}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\infty}} = 1 \text{ m}.$$

Acest obiect va trebui să fie la 101 cm de ochiul persoanei.

Pentru ca imaginea să fie la distanța de $40 - 1 = 39$ cm, obiectul va trebui să fie la distanța p_1

$$p_1 = \frac{p'f}{p' - f} = \frac{-39 \cdot 100}{-39 - 100} = 28 \text{ cm}.$$

(se ia $p' < 0$ deoarece imaginea este virtuală). Distanța minimă de vedere clară prin acești ochelari va fi $28 + 1 = 29$ cm. Prin ochelarii de +1 dioptrie, persoana va vedea obiectele clar între 29 și 101 cm.

4.85. Un miop vede distinct obiectele la distanțele cuprinse între 5 și 50 cm. Ce fel de ochelari va trebui să folosească pentru a vedea clar obiectele foarte îndepărtate și care va trebui să fie distanța focală a acestor lentile?

Un al doilea miop, care nu distinge obiectele dincolo de 30 cm, se servește de aceeași ochelari; să se afle pînă unde se întinde vederea sa distinctă.

Rezolvare. *a)* Pentru ca primul miop să vadă distinct un obiect la infinit, trebuie ca acest obiect să dea o imagine virtuală la distanța *punctum remotum* care este de 50 cm. Un obiect mai apropiat va da, prin acomodare, o imagine la o distanță inferioară lui 50 cm.

Imaginea *virtuală* trebuind să se formeze între obiect și lentilă, această lentilă va trebui să fie divergentă; vom avea deci

$$\frac{1}{\infty} - \frac{1}{50} = \frac{1}{f},$$

de unde

$$f = -50 \text{ cm}.$$

Puterea acestor ochelari este

$$-\frac{1}{0{,}50} = -2 \text{ dioptrii.}$$

Punctum proximum, care este la 5 cm, va fi dus mai departe la o distanță x, astfel încît obiectul așezat la x cm dă o imagine virtuală la 5 cm

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{5} = -\frac{1}{50},$$

de unde

$$x = 5\frac{5}{9} \text{ cm.}$$

b) Cel de al doilea miop, servindu-se de aceeași ochelari, va distinge obiectele care, așezate la o distanță d maximă, vor forma imaginile lor virtuale la *punctum* său *remotum*, adică la 30 cm de ochi; acomodarea va da apoi, la distanțe inferioare lui 30 cm, imagini ale obiectelor așezate la o distanță inferioară lui d.

Calculul lui d:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{30} = -\frac{1}{50},$$

de unde

$$d = 75 \text{ cm.}$$

4.86. Grosismentul liniar al unui microscop este de 800 pentru un ochi al cărui minim de vedere distinctă este de 20 cm. Știind că distanța focală a ocularului este de 1 cm și că distanța dintre ocular și obiectiv este de 25 cm, să se determine: *a)* distanța față de ocular la care se găsește obiectul; *b)* distanța focală a obiectivului.

Rezolvare. *a)* Grosismentul liniar al microscopului este produsul dintre grosismentul liniar al obiectivului și acela al ocularului. Notînd obiectul prin AB, prima imagine prin $A'B'$ și imaginea definitivă prin $A''B''$ (fig. 4.31), se obține:

$$G = \frac{A''B''}{A'B'} \cdot \frac{A'B'}{AB},$$

sau, notînd prin p_1, p_1', p_2, p_2' distanțele imaginilor și obiectului față de obiectiv și ocular

$$G = \frac{p_2'}{p_2} \cdot \frac{p_1'}{p_1}. \qquad (1)$$

Scanned with OKEN Scanner

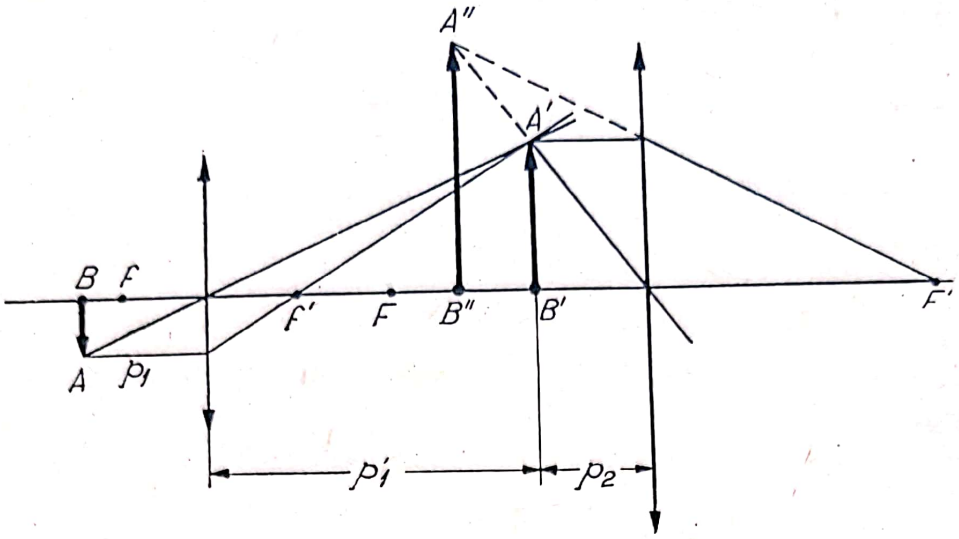


Fig. 4.31.

Ochiul fiind aşezat la dreapta ocularului $p'_2 = 20$ cm şi $p'_1 = 25 - p_2$.

Din ecuaţia lupei

$$\frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} = \frac{1}{f},$$

se deduce

$$p_2 = \frac{p_2 f}{p'_2 - f} = \frac{-20 \cdot 1}{-20 - 1} = 1{,}05 \text{ cm}.$$

Această valoare, dusă în ecuaţia (1), dă valoarea lui p_1

$$p_1 = \frac{20 \cdot \left(25 - \frac{20}{19}\right)}{800 \cdot \frac{20}{19}} = 0{,}62 \text{ cm}.$$

b) Pentru determinarea distanţei focale f_1 a obiectivului se calculează mai întîi valoarea lui p'_1, distanţa faţă de $A'B'$ a obiectivului; această distanţă este egală cu $25 - p_2$ sau $25 - 1{,}05 = 23{,}95$ cm.

Avem ecuaţia

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_2} = \frac{1}{f_1};$$

sau

$$\frac{1}{0{,}62} + \frac{1}{23{,}95} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow f_1 \approx 0{,}62 \text{ cm}$$

Scanned with OKEN Scanner

4.87. Un obiectiv fotografic este format din două lentile asociate, una biconvexă de crown, alta concav-convexă divergentă de flint. Razele de curbură sînt egale între ele pentru cele două feţe ale lentilei convergente şi pentru faţa concavă a lentilei divergente, însă faţa liberă a acesteia din urmă are raza dublă în raport cu cealaltă faţă (fig. 4.32).

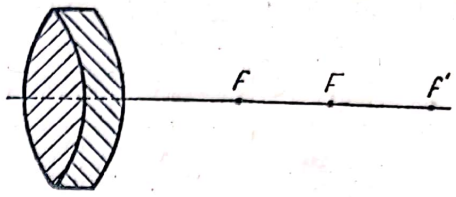


Fig. 4.32

Ştiind că indicele de refracţie al crownului este $n_1 = 1{,}68$ şi că sistemul are distanţa focală $F = 15$ cm, să se determine: *a)* raza de curbură R a lentilei convergente; *b)* distanţa focală a fiecăreia dintre cele două lentile. (Se presupune că centrele optice ale celor două lentile coincid).

Rezolvare. Prin asocierea lentilelor rezultă

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{15} \tag{1}$$

a) Calculul lui R se face din relaţia

$$(n-1)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right) = \frac{1}{f}\cdot \tag{2}$$

Pentru lentila convergentă $(R = R') \Rightarrow (n_1 - 1) \cdot \frac{2}{R} = \frac{1}{f_1}$; (3)

— pentru meniscul divergent $(R' = 2R) \Rightarrow -(n_2 - 1) \cdot \frac{1}{2R} = \frac{1}{f_2}\cdot$ (4)

Înlocuind în relaţia (1) convergentele lentilelor componente se obţine

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{R}\left[2(n_1 - 1) - \frac{n_2 - 1}{2}\right] \Rightarrow R = 10{,}5 \text{ cm}.$$

b) Calculul distanţelor focale f_1 şi f_2. Distanţele focale f_1 şi f_2 se deduc din relaţiile (3) şi (4), în care se înlocuieşte R prin valoarea sa; astfel se obţine $f_1 = 101$ mm şi $f_2 = -308$ mm.

4.88. O lunetă Galilei are obiectivul de 5 dioptrii şi ocularul de 20 dioptrii. Prin luneta, reglată pentru infinit, un ochi priveşte un coş de fabrică înalt de 30 m, situat la 1,5 km. Sub ce unghi se vede coşul prin lunetă? Care este distanţa dintre lentile? Cu cît trebuie deplasat obiectivul, menţinînd fix ocularul, pentru ca imaginea coşului să se formeze pe un ecran aşezat la 1 m la dreapta ocularului?

Rezolvare.

a) Distanţa focală a obiectivului este

$$F = \frac{1}{p} = \frac{1}{5} = 0{,}2 \text{ m},$$

Scanned with OKEN Scanner

iar a ocularului, în valoare absolută, este

$$f = \frac{1}{20} = 0{,}05 \text{ m}.$$

Grosismentul aparatului este

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha},$$

α' fiind unghiul sub care se vede coşul prin lunetă şi α unghiul pentru ochiul liber. Pentru vizare la infinit, grosismentul este

$$G = \frac{F}{f},$$

deci

$$\alpha' = G \cdot \alpha = \frac{F}{f} \cdot \frac{h}{d},$$

d fiind distanţa pînă la coş, iar h înălţimea lui;

$$\alpha' = \frac{20}{5} \cdot \frac{30}{1\,500} = 0{,}08 \text{ rad} = 0{,}08 \frac{150^\circ}{\pi} = 4^\circ 35'.$$

b) Distanţa $d = 1{,}5$ km este foarte mare faţă de F, încît se poate considera că imaginea dată de obiectiv se formează în planul focal imagine F_1' al obiectivului. Deoarece se vizează pentru infinit, focarul imagine F_1' al obiectivului trebuie să coincidă cu focarul obiect F_2 al ocularului (fig.4.33).

Distanţa dintre centrele optice ale lentilelor C_1C_2 va fi

$$C_1C_2 = F - f = 20 - 5 = 15 \text{ cm}.$$

c) Pentru ca ocularul să dea imagine reală, imaginea dată de obiectiv trebuie să se găsească la o distanţă de ocular p, satisfăcînd relaţia

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}, \quad \frac{1}{p} = +\frac{1}{f} - \frac{1}{p'} = \frac{p' - f}{p'f},$$

$$p = \frac{p'f}{p' + f} = \frac{100(-5)}{100 + 5} = -4{,}76 \text{ cm}.$$

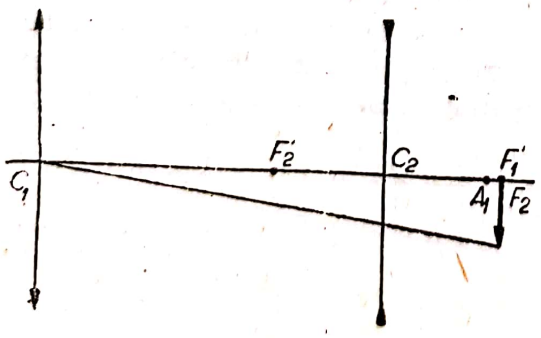


Fig. 4.33

Cu alte cuvinte, ocularul (divergent) dă o imagine reală cînd obiectul A_1 (fig. 4.34) este virtual, şi aşezat între lentilă şi focarul ei obiect. Ocularul rămînînd fix, va trebui depărtat obiectivul cu distanţa:

$$C_2F_2 - C_2A_1 = f - p =$$
$$= 5 - 4{,}76 = 0{,}24 \text{ cm}$$

faţă de ocular.

Scanned with OKEN Scanner

4.89. O lupă plan-convexă de sticlă are raza de curbură de 5 cm. La ce distanţă de centrul ei optic trebuie aşezat un obiect, pentru ca imaginea lui să se formeze la distanţa minimă de vedere clară?

R. $p = 7{,}14$ cm.

4.90. O ţesătură de lînă se examinează cu o lupă de 100 dioptrii. Să se calculeze unghiul sub care se vede un fir de 0,5 mm. De cîte ori pare mai gros? (Se va ţine seama că puterea lupei se mai poate defini ca fiind unghiul sub care se vede prin lupă un obiect de lungime 1).

R. $\alpha = 2°51'58''$; 25 de ori

4.91. Un presbit vede clar numai obiectele de la 1,2 m. Ce fel de ochelari trebuie să folosească pentru a putea citi la 30 cm de ochi?

R. $C = +2{,}5$ dioptrii

4.92. O persoană mioapă foloseşte ochelari cu lentile de $-2{,}5$ dioptrii, aşezate la 1 cm de ochi. Distanţa minimă de vedere clară prin ochelari este de 25 cm. Care este distanţa minimă de vedere clară fără ochelari?

R. $\Delta = 15$ cm.

4.93. O persoană mioapă vede clar obiectele situate pînă la 50 cm. Ce fel de ochelari trebuie să folosească pentru a vedea clar obiectele situate foarte departe?

R. $C = -2$ dioptrii

4.94. Obiectivul şi ocularul unui microscop au distanţele focale de 0,5 cm, respectiv 2 cm, iar distanţa dintre focare este de 16 cm. Care sînt puterea şi grosismentul microscopului?

R. $P = 1\,600$ dioptrii; $G = 400$

4.95. Un microscop are obiectivul de 200 dioptrii. Pe măsuţa microscopului se aşază un obiect la 5,2 mm de obiectiv. Să se calculeze poziţia imaginii şi mărirea *obiectivului*.

R. 130 mm; 25 ori.

4.96. Obiectivul şi ocularul unui microscop au 200 respectiv 50 dioptrii. Obiectul se aşază la 0,2 mm dincolo de focarul obiectivului. La ce distanţă de obiectiv trebuie aşezat ocularul pentru ca un ochi normal, aşezat lîngă ocular, să vadă imaginea finală la 25 cm de ochi? Ce putere şi ce grosisment are microscopul în acest caz?

R. $l = 14{,}85$ cm; $P = 1\,235$ dioptrii; $G = 309$.

4.97. Obiectivul unui microscop are 3 mm distanţă focală. Obiectul se află la 3,1 mm de obiectiv. Ocularul are 20 de dioptrii. Care este grosismentul microscopului?

R. $G = 150$.

Scanned with OKEN Scanner

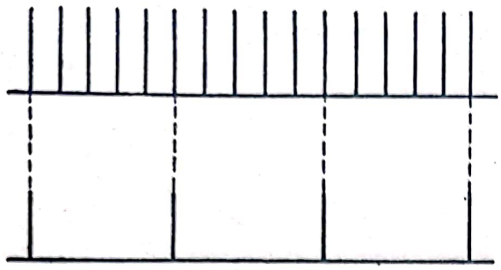


Fig. 4.34

4.98. O lunetă astronomică are obiectivul de o dioptrie și ocularul de 50 dioptrii. Care este grosismentul lunetei?

R. $G = 50$.

4.99. Obiectivul și ocularul unei lunete Galilei au distanțele focale de 20, respectiv 4 cm. Care este distanța dintre centrele lor optice, știind că imaginea unui obiect îndepărtat se formează la 20 cm de ocular?

R. 15 cm.

4.100. Privind cu un ochi liber la zăbrele echidistante ale unui gard îndepărtat și cu celălalt ochi printr-o lunetă Galilei, o persoană observă imaginile suprapuse ca în figura 4.34. Care este grosismentul lunetei?

R. $G = 5$.

4.101. Cîte dioptrii trebuie să aibă ocularul unui telescop cu grosismentul 100, dacă oglinda obiectiv are distanța focală de 2 m?

R. $P = 50$ dioptrii.

Optica fizică

Lungimea de undă a luminii în vid este dată de formula

$$\lambda = \frac{c}{\nu},$$

unde $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s este viteza luminii în vid, iar ν — frecvența luminii.

Diferența de fază φ dintre două unde care se suprapun într-un punct, după ce au parcurs drumuri diferite, corespunde unei *diferențe de drum* δ legate prin relația

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}.$$

Pentru ca două unde care se suprapun într-un punct să fie în concordanță de fază, trebuie ca diferența lor de drum δ să fie multiplu par de $\frac{\lambda}{2}$.

$$\delta = 2K\,\frac{\lambda}{2};$$

unde

$$K \in (0, +\infty).$$

Scanned with OKEN Scanner

Pentru ca două unde să se suprapună în *opoziție de fază* trebuie ca diferența lor de drum δ să fie un multiplu impar de $\frac{\lambda}{2}$

$$\delta = (2K + 1)\frac{\lambda}{2};$$

unde

$$K \in (0, +\infty).$$

Diferența de drum δ între cele două raze reflectate pe fața superioară și inferioară a unei lame subțiri, de grosime l și indice de refracție n este

$$\delta = 2nl \cos r - \frac{\lambda}{2},$$

unde r este unghiul de refracție.

Raza r_m a celui de al m-lea inel Newton este dată de formula

$$r_m = \sqrt{m\lambda R},$$

unde $m \in N$, λ este lungimea de undă a luminii incidente, iar R este raza de curbură a feței convexe a lentilei plan-convexe.

Constanta C a unei rețele optice este

$$C = \frac{1}{N},$$

N fiind numărul de trăsături pe un milimetru.

Formula rețelei optice este

$$\lambda = \frac{C \sin \theta_K}{K} \text{ unde } K \in N$$

K fiind numărul spectrului, iar θ_k unghiul cu care este deviată raza incidentă după trecerea prin rețea.

Formula lui Balmer pentru seria spectrală a liniilor vizibile din spectrul hidrogenului este

$$\tilde{\nu} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right);\ m = n + 1, \text{ iar } m \in (n + 1, n + \infty)$$

unde

R este constanta lui Rydberg $R = 10\,973\,730\ \text{m}^{-1}$;

$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$ numărul de unde pe centimetru;

n — rangul nivelului energetic pe care electronul încheie tranziția.

Legea Stefan-Boltzmann: puterea emisivă totală a corpului negru este proporțională cu puterea a patra a temperaturii absolute

$$\varepsilon_T = \sigma T^4,$$

unde $\sigma = 5{,}58 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{W}{m^2\,grd^4}$ este o constantă universală.

Cuanta de energie a unei radiații monocromatice este proporțională cu frecvența acelei radiații

$$W_0 = h\nu,$$

unde $h = 6{,}624 \cdot 10^{-34}$ joule $\cdot$ s este o constantă universală și se numește constanta lui Planck.

După concepția cuantică, o radiație electromagnetică monocromatică este compusă dintr-un fascicul de particule, numite fotoni, care au o energie $W_0 = h\nu$ și masa $m_0 = \frac{h\nu}{c^2}$.

Formula lui Einstein pentru fenomenul fotoelectric este

$$h\nu = h\nu_0 + \frac{mv^2}{2},$$

unde

ν este frecvența radiației incidente;
$h\nu_0$ — energia de extracție a electronului din metal;
$\frac{mv^2}{2}$ — energia cinetică a electronilor emiși.

Relația reciprocă dintre masa m și energia W este

$$W = mc^2.$$

Optica fizică

4.102. Un dispozitiv Young pentru interferență are distanța dintre cele două fante egală cu 0,5 cm, distanța pînă la ecran de 5 m, iar distanța dintre franja centrală și prima franjă luminoasă este de 0,05 cm. Care este lungimea de undă a radiației?

Rezolvare.

Pe figura 4.35 se observă că

$$S_1S_2 = C = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{m};$$

$$OE = D = 5\ \text{m};$$

$$EM = x_0 = 5 \cdot 10^{-4}\ \text{m}.$$

În M fiind primul maxim luminos, se poate scrie

$$\delta = \lambda = c \sin \alpha.$$

Scanned with OKEN Scanner

Deoarece $EM \leqslant OE$, urmează că $\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \frac{x_0}{D}$,

încît

$$\lambda = c \frac{x_0}{D}$$

și, înlocuind cu datele problemei, se obține

$$\lambda = 5 \cdot 10^{-3} \frac{5 \cdot 10^{-4}}{5} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m} =$$

$$= 5 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{9} = 500 \text{ nm}$$

$$\lambda = 500 \text{ nm}.$$

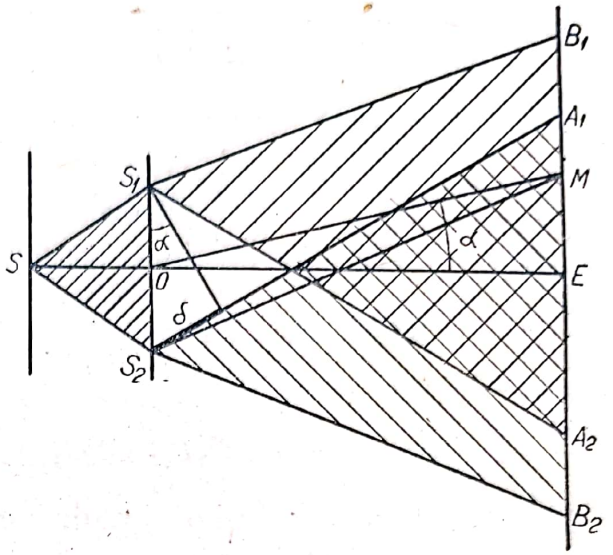


Fig. 4.35

4.103. Două oglinzi Fresnel O_1 și O_2 fac între ele un unghi de 4′. Ele sînt iluminate de o fantă fină, paralelă cu intersecția oglinzilor, la distanța de 0,4 m de această intersecție. Se observă franje de interferență pe un ecran situat la 1,6 m de această intersecție. Care este lungimea de undă a luminii folosite, dacă interfranja este de $833 \cdot 10^{-6}$ m? Ce interfranjă se produce dacă se luminează dispozitivul cu lumină monocromatică, avînd lungimea de undă de 579 nm?

Rezolvare.

$\alpha = 4'$; $\lambda = ?$

$S_1O_1 = SO_1 = 0{,}4$ m; $x_0 = 833 \cdot 10^{-6}$ m;

$O_1E = 1{,}6$ m; $\lambda_1 = 579$ nm;

$x_1 = ?$

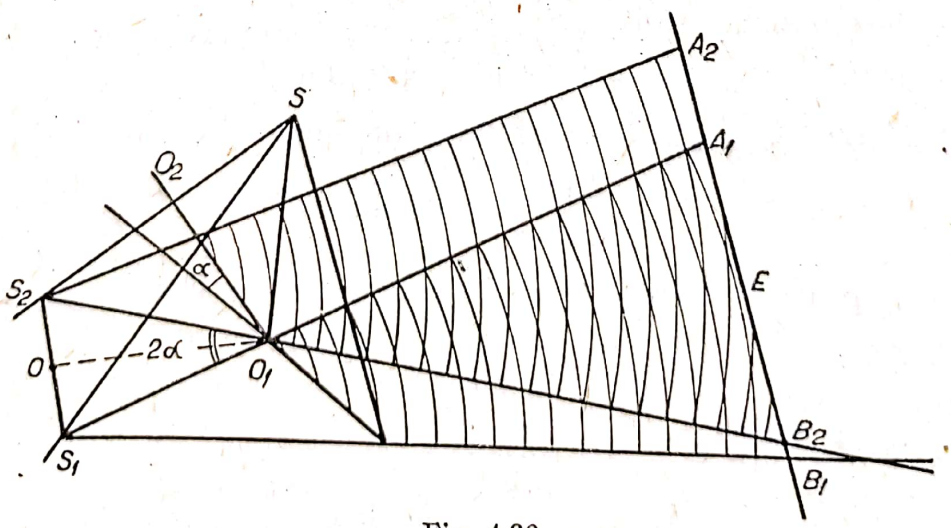


Fig. 4.36

Schema dispozitivului se observă pe figura 4.36. Distanța dintre fantele virtuale $S_1S_2 = 2\alpha \cdot S_1O_1 = 2 \cdot 0{,}4 \cdot \alpha$.

Deoarece $\alpha = 4'$, adică

$$\alpha = \frac{4 \cdot 3{,}14}{180 \cdot 60} = 1{,}16 \cdot 10^{-3} \text{ rad},$$

se obține

$$S_1S_2 = 2 \cdot 1{,}16 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}4 = 9{,}28 \cdot 10^{-4} \text{ m} = c.$$

Apoi

$$D = OO_1 + O_1E = SO_1 + O_1E = 0{,}4 + 1{,}6 = 2 \text{ m}.$$

Din formula lungimii de undă se deduce

$$\lambda = c\frac{x_0}{D} = 9{,}28 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{833 \cdot 10^{-6}}{2} = 386{,}5 \text{ nm}.$$

Apoi

$$x_0' = \frac{\lambda D}{c} = \frac{579 \cdot 10^{-9} \cdot 2}{928 \cdot 10^{-6}} = 1{,}24 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

4.104. Un fascicul de lumină albă cade normal pe o rețea. Știind că rețeaua are 100 de trăsături pe 10^{-3} m să se determine: *a)* deviațiile corespunzătoare primelor două spectre, roșu extrem ($\lambda = 800$ nm) și violet extrem ($\lambda = 0{,}4$ μm); *b)* lungimile primelor două spectre, dacă razele care ies din rețea sînt primite de o lentilă convergentă cu puterea de 4 dioptrii; *c)* ce observații se pot face?

Rezolvare. *a)* Se folosește relația

$$\sin \varphi = k\frac{\lambda}{a}, \text{ unde } k \in (1, +\infty).$$

Pentru determinarea lui a, se știe că

$$Na = 10^{-3} \text{ m} = 10^6 \text{ nm};$$

Dar $N = 100$, deci $100\ a = 10^6$ nm, de unde

$$a = \frac{10^6}{100} = 10^4 \text{ nm}.$$

1) Pentru primul spectru, $k = 1$, deci pentru roșu

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{a}\ \frac{800}{10^4} = 8 \cdot 10^{-2},$$

iar pentru violet

$$\sin \varphi_1' = \frac{400}{10^4} = 4 \cdot 10^{-2}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Unghiul φ fiind foarte mic, se poate lua

$$\varphi_1 = 0{,}08 \text{ rad}, \quad \varphi_1' = 0{,}04 \text{ rad}.$$

2) Pentru cel de al doilea spectru $k = 2$,

$$\varphi_2 = 0{,}16 \text{ rad}, \quad \varphi_2' = 0{,}08 \text{ rad}.$$

b) Lentila avînd puterea de 4 dioptrii, distanța ei focală rezultă din relația

$$\frac{1}{f} = 4\,; \quad f = \frac{1}{4} = 0{,}25 \text{ m}.$$

Lentila dă în planul său focal o imagine albă F a fantei de la care vine lumina, apoi, la dreapta și la stînga lui F, spectre la care violetul este mai puțin deviat (fig. 4.37).

Pentru primul spectru:

$$RF = 0{,}25 \text{ tg } \varphi_1 \approx 0{,}25 \cdot 0{,}08 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

și

$$VF = 0{,}25 \text{ tg } \varphi_1' \approx 0{,}25 \cdot 0{,}04 = 10^{-2} \text{ m}$$

Deci lungimea primului spectru va fi

$$VR = RF - VF = 10^{-2} \text{ m}.$$

Pentru al doilea spectru

$$R'F \approx 0{,}25 \cdot 0{,}16 = 4{,}10^{-2} \text{ m}$$

și

$$V'F \approx 0{,}25 \cdot 0{,}08 = 4 \text{ cm}.$$

Deci lungimea celui de al doilea spectru va fi

$$V'F' = R'F - V'F = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

c) *Observație.* Roșul extrem al primului spectru se confundă cu violetul extrem al celui de al doilea spectru; va rezulta deci o culoare intermediară, care va forma o bandă de separație între cele două spectre.

4.105. O sursă S trimite lumină monocromatică, a cărei lungime de undă în aer este λ, pe cele două fante foarte înguste A, B, efectuate într-un paravan P perpendicular pe SO (fig. 4.38). Se dă: $AO = OB = 0{,}5$ mm.

Un al doilea ecran P', paralel cu P, este așezat la 1 m de P. *a*) Care este depărtarea franjelor de interferență ce se observă pe P'? *b*) Cum se modifică această depărtare dacă spațiul dintre P și P' se umple cu apă? (Se știe că viteza luminii în apă este egală cu 3/4 din viteza luminii în aer. Se dă λ în aer egală cu 600 nm).

Scanned with OKEN Scanner

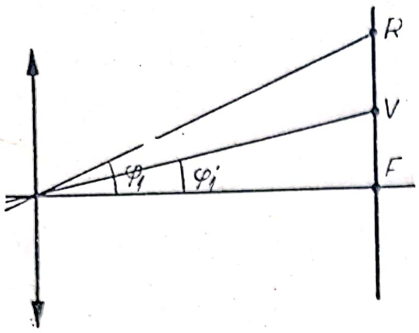


Fig. 4.37

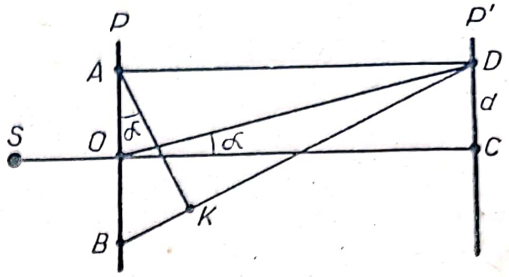


Fig. 4.38

Rezolvare. *a*) Se notează prin d distanța de la mijlocul franjei centrale pînă la mijlocul primei franje negre. Din punctul D ca centru și cu DA ca rază, se descrie un arc de cerc AK, care determină pe BD un segment BK egal cu diferența de drum $\frac{\lambda}{2}$.

Ținînd seama că AO este mic față de distanța dintre paravane, se poate considera arcul AK ca o dreaptă perpendiculară pe OD; α este atunci egal cu DOC și totodată un unghi foarte mic. Deci

$$BK = \frac{\lambda}{2} = 2 \cdot AO \cdot \alpha$$

și

$$DC = d = OC \cdot \alpha.$$

Din aceste două egalități, prin împărțire se obține:

$$\frac{\lambda}{2d} = \frac{2AO}{OC}, \Rightarrow d = \frac{\lambda \cdot OC}{4AO}.$$

Înlocuind, se obține

$$d = \frac{6 \cdot 10^2 \cdot 10^9}{4 \cdot 5 \cdot 10^5} = 3 \cdot 10^5 \text{ nm} = 0{,}3 \text{ mm}$$

b) Frecvența radiațiilor luminoase fiind independentă de mediile prin care se propagă și nedepinzînd decît de sursa de emisiune, formula $v = \nu\lambda$ arată că lungimea de undă a radiației într-un mediu dat este proporțională cu viteza luminii în acest mediu. Deci

$$\lambda_{apă} = \frac{3}{4} \lambda_{aer}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Și în acest caz,

$$d' = \frac{3}{4} \cdot \frac{\lambda \cdot OC}{4AO} = \frac{3}{4} d = 2{,}25 \cdot 10^5 \text{ nm} = 0{,}225 \text{ mm}.$$

4.106. Într-o lamă în formă de pană foarte subțire, care are indicele de refracție 1,5 se observă franje de interferență în lumină reflectată și la incidență normală. Distanța dintre două franje întunecate vecine este de 5 mm. Care este unghiul dintre fețele lamei, știind că lumina incidentă are lungimea de undă de 580 nm?

Rezolvare. A și B sînt cele două franje vecine, α este unghiul fețelor penei (fig. 4.39).

Distanța BC este diferența de drum,

$$\delta = BC = \frac{\lambda}{2n},$$

n fiind indicele de refracție al substanței din care este făcută pana.

Prin urmare

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{\lambda}{2 \cdot l \cdot n} = \frac{580}{1{,}5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^6} = 3{,}86 \cdot 10^{-5}$$

$$\lim_{\alpha \to 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1 \Rightarrow \alpha = 3{,}86 \cdot 10^{-5} \text{ rad} = 8'',40.$$

4.107. O lamă de aer de grosime e se află între două plăci de sticlă cu fețe paralele. Un fascicul de lumină de lungime de undă λ cade normal pe lama de aer (fig. 4.40). Raza, plecînd din A pătrunde în placa de sticlă; o parte din această rază se va reflecta în B fără schimbare de semn, iar o altă parte se va reflecta în C, suferind în acest punct o schimbare de semn, ceea ce echivalează cu o întîrziere de fază corespunzătoare la un drum egal cu $\lambda/2$ din drumul său. *a)* Să se arate că diferența de drum dintre cele două raze astfel reflectate este de $2e + \frac{\lambda}{2}$. *b)* Grosimea sticlei fiind de $2 \cdot 10^3$ nm să se calculeze lungimile de undă ale radiațiilor care suferă fenomenul de extincție.

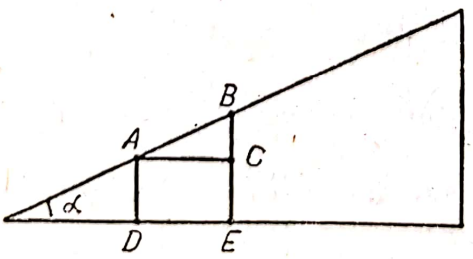


Fig. 4.39

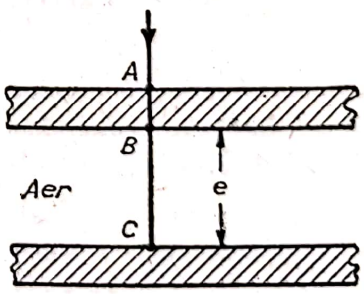


Fig. 4.40

Rezolvare. Notînd cu n indicele de refracţie al sticlei, iar cu D şi D' drumurile parcurse de către cele două părţi ale fasciculului incident, diferenţa de drum va fi $D' - D$. Pentru a exprima valoarea drumului D, trebuie să ţinem seama de echivalentul optic al drumului prin sticlă $\overline{AB}$; deci

$$D = 2nAB.$$

Celălalt drum este

$$D' = 2nAB + 2BC + \frac{\lambda}{2}.$$

Diferenţa de drum va fi:

$$\Delta = 2e + \frac{\lambda}{2}; \quad (BC = e).$$

De remarcat că grosimea sticlei nu intervine în acest rezultat.

b) Se va produce extincţie pentru acele radiaţii pentru care diferenţa de drum este egală cu un număr impar de $\frac{\lambda}{2}$, adică pentru acelea pentru care

$$(2K + 1)\frac{\lambda}{2} = 2e + \frac{\lambda}{2},$$

sau pentru care

$$e = 2K\frac{\lambda}{2}.$$

Din această egalitate se deduce

$$\frac{e}{\lambda} = K.$$

Deci, acele radiaţii vor suferi extincţii pentru care e, adică $2 \cdot 10^3$ nm după datele din enunţ, este un multiplu de λ.

Se ştie că valorile lui λ pentru radiaţiile vizibile ale spectrului sînt cuprinse între 400 şi 800 nm; k variază atunci între

$$\frac{4\,000}{800} = 5 \text{ şi } \frac{4\,000}{400} = 10,$$

iar radiaţiile vizibile care suferă extincţie sînt cele cu:

$$\lambda = \frac{4\,000}{K} = \frac{4\,000}{5} = 800 \text{ nm}; \frac{4\,000}{6} = 666 \text{ nm}; \frac{4\,000}{7} = 571 \text{ nm}$$

$$\frac{4\,000}{8} = 500 \text{ nm}, \frac{4\,000}{9} = 444 \text{ nm şi } \frac{4\,000}{10} = 400 \text{ nm}.$$

Scanned with OKEN Scanner

4.108. Două puncte luminoase P și P', provenind de la o sursă monocromatică galbenă, produc franje de interferență pe un ecran EE' (fig. 4.41). În drumul razelor care pleacă din P' se interpune normal o lamă subțire transparentă l de mică, având indicele de refracție $n = 1{,}5$; franja luminoasă centrală atunci deviată din B în N, unde ea ocupă locul celei de a 20-a franje care se forma înainte de interpunerea lamei. Să se afle grosimea a acestei lame, știind că lungimea de undă a luminii folosite este $\lambda = 0{,}000055$ cm. Se înlocuiește lumina galbenă printr-o altă radiație de lungime de undă necunoscută: să se afle această lungime de undă, știind că în această a doua experiență, franja centrală ocupă locul celei de a 9-a franje negre.

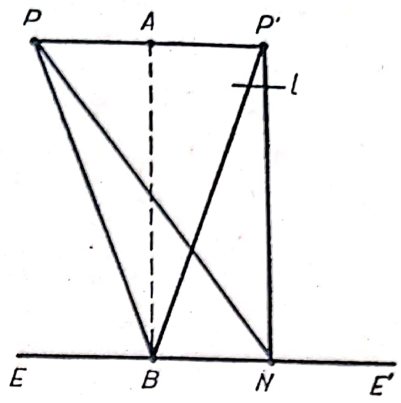


Fig. 4.41

Rezolvare. Relația dintre vitezele luminii în cele două medii diferite și indicele de refracție n al substanței celui de al doilea mediu este

$$\frac{v}{v'} = n.$$

Deci, notînd prin e și ε drumurile vt și $v't$, parcurse în același timp în primul și cel de al doilea mediu, se poate scrie

$$\frac{e}{\varepsilon} = n.$$

Să aplicăm această relație în cazul problemei: în timp ce lumina parcurge un drum ε în lamă, ea parcurge echivalentul optic în aer $n\varepsilon$.

Fie B franja centrală înainte de interpunerea lamei; în acest punct, diferența de drum este nulă. Ea va fi de asemenea nulă în punctul N după interpunerea lamei și vom avea

$$PN - (P'N - \varepsilon + n\varepsilon) = 0,$$

de unde

$$PN - P'N = \varepsilon(n - 1)$$

și în sfîrșit:

$$\varepsilon = \frac{PN - P'N}{n - 1}.$$

Este greu să se măsoare experimental $PN - P'N$, însă enunțul arată că franja centrală a luat locul celei de a 20-a franje pentru care diferența de drum este $20\,\frac{\lambda}{2}$ sau $10\,\lambda$; avem deci

$$\varepsilon = \frac{10\lambda}{n - 1} = \frac{0{,}00055}{0{,}5} = 0{,}0011 \text{ cm} = 11\ \mu\text{m}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă în cea de a doua experienţă, franja centrală ocupă locul celei de a 9-a franje negre, aceasta este a 17-a începînd de la franja centrală şi, pentru această franjă, diferenţa de drum este

$$\frac{17\lambda'}{2};$$

avem deci, aplicînd relaţia găsită mai sus

$$0{,}0011 = \frac{17\ \lambda'}{2 \cdot 0{,}5},$$

de unde

$$\lambda' = 650\ \text{nm}.$$

4.109. Ochiul omenesc percepe lumina cu lungimea de undă de 500 nm numai dacă fluxul luminos ce soseşte pe retină este de cel puţin $2{,}09 \cdot 10^{-17}$ J/s. În acest caz, cîte cuante ajung pe retină într-o secundă? Ce frecvenţă are această lumină?

Rezolvare.

Cuanta corespunzătoare la $\lambda = 500$ nm este

$$\varepsilon = h\nu = h\frac{c}{\lambda}.$$

Numărul de cuante pe secundă va fi

$$n = \frac{\Phi}{\varepsilon} = \frac{209 \cdot 10^{-17}}{hc}$$

$$n = \frac{2{,}09 \cdot 10^{-17} \cdot 5{,}10^{-7}}{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} \cdot \frac{\text{J} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{s} \cdot \text{J} \cdot \text{s} \cdot \text{m}} \approx 50\ \text{s}^{-1}$$

4.110. Să se calculeze pragul fotoelectric pentru kaliu, ştiind că energia de extracţie a electronului din acest metal este de 2 eV.

Rezolvare.

Energia de extracţie este

$$W_0 = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0},$$

de unde

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{3} \cdot \text{J} \cdot \text{s} \cdot \text{m}}{2\ \text{eV}}$$

$$\lambda_0 = \frac{19{,}96 \cdot 10^{-26}}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 6{,}2 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 620\ \text{nm}$$

Scanned with OKEN Scanner

4.111. Ce se întîmplă cu lungimea de undă şi cu frecvenţa unei radiaţii prin refracţie?

R. Frecvenţa rămîne aceeaşi, lungimea de undă variază cu n; $\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{n}$.

4.112. De ce culoarea unei unde monocromatice rămîne aceeaşi la refracţie, deşi lungimea ei de undă variază?

R. Culoarea depinde de frecvenţă.

4.113. Ochiul percepe ca lumină undele electromagnetice cuprinse între 400 nm şi 800 nm lungime de undă în vid. Între ce limite variază frecvenţa luminii vizibile?

R. $7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz; $3{,}75 \cdot 10^{14}$ Hz.

4.114. Iarna se formează pe geamurile tramvaielor şi ale autobuzelor pelicule subţiri de gheaţă care colorează tot ceea ce se vede prin ele în verzui. Ce grosime minimă trebuie să aibă peliculele de gheaţă? (Indicaţie: se va lua indicele de refracţie al gheţei egal cu al apei. Razele roşii şi albastre trebuie să dea interferenţa nulă. Interferenţa se face prin transmisie).

R. 44 mm.

4.115. Într-un dispozitiv cu oglinzi Fresnel, cele două oglinzi fac între ele un unghi de 2′. Fanta de iluminat este la 2 m de muchia oglinzilor şi se observă franjele pe un ecran situat la 3 m de muchie. Lumina folosită are lungimea de undă de 643,8 nm. Care este interfranja?

R. $d = 1{,}38$ mm.

4.116. O rază de lumină albă cade pe o prismă de flint sub un unghi de 45°. Unghiul de refringenţă al prismei este de 40°. Cîte grade are unghiul format de razele extreme roşii şi violete la trecerea lor prin prismă?

R. $\alpha = 1°30'$.

4.117. Razele reţelor de curbură ale unei lentile biconvexe din flint sînt de 20 cm. Să se calculeze distanţa dintre focarele principale ale razelor extreme roşii şi violete.

R. $\Delta f = 1$ cm.

4.118. Ce distanţă focală are o lentilă plan-convexă folosită la obţinerea inelelor Newton prin reflexie, dacă raza inelului al 3-lea luminos este de 1,1 mm ($n = 1{,}6$ şi $\lambda = 589$ nm).

R. $f = 1{,}046$ m.

Scanned with OKEN Scanner

4.119. Care este constanta unei rețele optice care are 500 trăsături pe centimetru?

R. $C = 0{,}02$ mm.

4.120. Spectrul de ordinul al treilea al unei radiații monocromatice are un unghi de difracție de 45°. Ce lungime de undă are radiația, dacă rețeaua are 500 linii pe milimetru?

R. $\lambda = 470$ nm.

4.121. Ce lungime de undă are un fascicul monocromatic care cade normal pe o rețea optică, avînd 200 trăsături pe milimetru, știind că unghiul de difracție corespunzător maximului de ordinul doi este 11°30′?

R. $\lambda = 4\,915$ nm.

4.122. Pe aria de 1 cm² a unui ecran cade un flux luminos cu o putere de 10^{-5} W, avînd $\lambda = 500$ nm. Cîte cuante cad pe centimetru pătrat într-o secundă?

R. $n = 2{,}57 \cdot 10^{13}$ cuante/s.

4.123. Să se determine lungimea de undă a primelor trei linii din seria Balmer.

R. $\lambda_1 = 650$ nm; $\lambda_2 = 485$ nm; $\lambda_3 = 434$ nm.

4.124. Să se calculeze lungimea de undă care corespunde limitei seriei lui Balmer.

R. 364,6 nm.

4.125. Ce temperatură are corpul negru absolut, dacă puterea emisivă totală a unei suprafețe de 1 cm² este de 1 kW?

R. $T = 3\,712$°K.

4.126. Să se calculeze energia cuantei care corespunde radiației din spectrul vizibil cu $\lambda = 750$ nm și $\lambda = 450$ nm.

R. $W_1 = 2{,}64 \cdot 10^{-21}$ J; $W_2 = 4{,}4 \cdot 10^{-21}$ J.

4.127. Care este viteza maximă a fotoelectronilor ieșiți din zincul luminat de raze cu lungimea de undă de 200 nm, dacă energia de extracție este de 4 eV?

R. $v = 885$ km/s.

Scanned with OKEN Scanner

4.128. Pragul fotoelectric pentru natriu este de 584 nm. Ce viteză capătă electronii extraşi din natriu sub acţiunea radiaţiilor cu $\lambda = 400$ nm?

4.129. Să se calculeze viteza electronului, a protonului şi a particulei α care posedă energia de 100 eV?

R. $v_1 \approx 6 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_2 \approx 1{,}41 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; $v_3 = 6{,}9 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

4.130. În aparate speciale (betatroane), electronii pot fi accelerați la energii de milioane de electronvolți. Cîți jouli şi cîte calorii reprezintă energia unui electron accelerat la 100 MeV?

R. $W = 1{,}6 \cdot 10^{-11}$ J $= 0{,}38 \cdot 10^{-11}$cal.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul V

STRUCTURA ATOMULUI

Masa unei particule are o variație relativistă în raport cu viteza, după formula:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

unde

m_0 este masa particulei la viteze mici (masa de repaus);
v — viteza particulei; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s — viteza luminii în vid, m este masa de mișcare a particulei la viteza v.

Un atom emite și absoarbe energie în mod discontinuu prin cuante

$$\Delta W = h\nu.$$

Nucleul unui atom ${}^{A}_{Z}X$ este format din Z protoni și $A - Z$ neutroni; Z este numărul atomic, egal cu numărul protonilor din nucleu, iar A este numărul de masă (numărul întreg cel mai apropiat de masa atomică, egal cu numărul nucleonilor din nucleu).

Legea dezintegrării radioactive este

$$n = n_0 e^{-\lambda t}$$

unde

n_0 este numărul atomilor prezenți la început, n — numărul atomilor rămași nedezintegrați la momentul t;
λ — constanta radioactivă a elementului.

Timpul de înjumătățire T al unui nucleu radioactiv este legat de constanta sa radioactivă λ prin relația:

$$\lambda = \frac{0{,}693}{T}.$$

Dacă durata dezintegrării dt este mică față de timpul de înjumătățire T a acelui nucleu, se poate folosi legea dezintegrării în forma diferențială:

$$dN = -\lambda N_0 dt$$

unde dN este numărul de nuclee dezintegrate în intervalul de timp dt.

Particula α este un nucleu de heliu ${}_2^4\alpha$ care are două sarcini electrice elementare și numărul de masă egal cu 4. Este constituită deci din doi protoni și doi neutroni.

Particula beta este un electron: ${}_{-1}^{0}\beta$ sau ${}_{-1}^{0}e$.

Masa unui nucleu se socotește în *unități atomice de masă* amu sau u. Unitatea atomică de masă este 1/12 din masa izotopului ${}_6^{12}C$, adică

$$1 \text{ a m u} = \frac{1}{12} \cdot 1{,}9985 \cdot 10^{-26} \text{ kg.} = 1{,}6603 \cdot 10^{-27} \text{ kg.} \approx 931 \text{ MeV}$$

Masa protonului, în scara fizică,

$$m_p = 1{,}007593 \text{ a m u} = 1{,}6725 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

Masa neutronului, în scara fizică,

$$m_n = 1{,}008982 \text{ a m u} = 1{,}6748 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

Defectul de masă Δm al unui nucleu este diferența dintre masa atomică M_c a nucleonilor componenți (inclusiv cei Z electroni numită masă calculată) și masa atomică M_e a elementului respectiv, numită masă experimentală

$$\Delta m = M_c - M_e$$

sau

$$\Delta m = 1{,}007593 \ Z + 0{,}00055 \ Z + 1{,}008982 \ (A - Z) - M_e \text{ în amu.}$$

Energia de legătură W a unui nucleu este energia care corespunde defectului de masă, conform relației reciproce dintre masă și energie

$$W = \Delta m \cdot c^2.$$

Defectului de masă de 1 amu îi corespunde o energie de legătură de 931,2 MeV. Energia de legătură va fi deci

$$W = 931{,}16 \frac{\text{MeV}}{\text{amu}} \Delta m \text{ a m u.}$$

Scanned with OKEN Scanner

5.1. Pentru ca un electron care ciocneşte un atom neutru de H să-l ionizeze, trebuie să fie accelerat de o tensiune de 13,53 V. Ce viteză are electronul în momentul ciocnirii atomului de H pe care îl ionizează?

Rezolvare. Electronul accelerat de tensiunea U primeşte energia eU pe care o înmagazinează ca energie cinetică.

$$eU = \frac{mv^2}{2},$$

de unde:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C} \cdot 13{,}53\,\text{V}}{9 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}}} \approx 2{,}18 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2\,180 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

5.2. Cîtă energie se poate obţine prin fisiunea unui gram de $^{235}_{92}U$, dacă la fisiunea fiecărui nucleu se degajă aproximativ 200 MeV?

Rezolvare. Un atom-gram din orice element are N nuclee, adică $6{,}02 \cdot 10^{23}$ nuclee. Un gram de $^{235}_{92}U$ va avea deci:

$$\frac{N}{235} \text{ nuclee de } {}^{235}_{92}U.$$

Deoarece fiecare nucleu fisionează cu emisie a 2 sau 3 neutroni secundari şi emite 200 MeV, cele $\frac{N}{235}$ nuclee vor degaja energia

$$W = \frac{N}{235} \cdot 200\ \text{MeV} = \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}}{235} \cdot 200\ \text{MeV} = 5{,}12 \cdot 10^{23}\ \text{MeV}.$$

Ţinînd seama că $1\ \text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J şi că 1 kWh = 3 600 000 J, se poate scrie

$$W = 5{,}12 \cdot 10^{23} \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 8{,}19 \cdot 10^{10}\ \text{J}.$$

sau

$$W = \frac{8{,}19 \cdot 10^{10}\ \text{J}}{3\,600\,000\ \text{J/kWh}} \approx 22\,750\ \text{kWh}.$$

5.3. Ce cantitate de energie se degajă la formarea unui gram de $^{7}_{3}Li$?

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare. Nucleul de $^{7}_{3}Li$ este format din trei protoni şi patru neutroni.

Masa protonilor liberi $= 3 \cdot 1{,}007593 = 3{,}022779$ amu

Masa neutronilor liberi $= 4 \cdot 1{,}008982 = 4{,}035928$ amu

Masa calculată $M_c = 7{,}058707$ amu

Masa nucleului $M_e = 7{,}018223$ amu

Defectul de masă $\Delta m = 0{,}041484$ amu

Energia de legătură pentru un nucleu va fi

$$W_1 = \Delta m \cdot 931{,}16 \text{ MeV, adică}$$

$$W_1 = 0{,}0405 \cdot 931{,}16 = 37{,}71 \text{ MeV.}$$

Într-un gram de $^{7}_{3}Li$ vor fi n nuclee.

$$n = \frac{N}{Me} = \frac{6{,}024 \cdot 10^{23}}{7{,}01822} = 8{,}58 \cdot 10^{22} \text{ nuclee.}$$

Energia degajată la formarea unui gram de $^{7}_{3}Li$ va fi deci

$$W = nW_1 = 8{,}58 \cdot 10^{22} \cdot 37{,}71 \text{ MeV} = 3{,}235 \cdot 10^{24} \text{ MeV},$$

$$W = 3{,}235 \cdot 10^{30} \text{ eV} = 3{,}235 \cdot 10^{30} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 5{,}176 \cdot 10^{11} \text{ J},$$

$$W = 5{,}176 \cdot 10^{11} \cdot J = \frac{5{,}176 \cdot 10^{11} \cdot \text{J}}{3\,600\,000 \text{ J/kWh}} = 1{,}430 \cdot 10^{6} \cdot \text{kWh}.$$

5.4. Ce viteză trebuie să aibă un electron pentru ca să poată să ionizeze un atom de Na care are potenţialul de ionizare de 5,11 V?

R. $v = 1350$ km/s

5.5. Care este lungimea de undă a unei radiaţii, dacă fotonul corespunzător ei poartă o energie de 10^{-17} Joule? Din ce regiune a spectrului face parte această lungime de undă?

R. $\lambda = 19{,}86$ nm; Röntgen

5.6. La trecerea electronului din atomul de hidrogen de pe un nivel energetic superior pe nivelul fundamental, energia atomului scade cu 1,892 eV. Ce lungime de undă are radiaţia emisă de atom şi cărei părţi a spectrului îi aparţine?

R. $\lambda = 656{,}3$ nm (vizibil)

Scanned with OKEN Scanner

5.7. Vaporii de mercur dintr-un balon de descărcare sînt bombardaţi cu electroni cu energia de 4,88 eV. În urma acestei excitaţii, atomii de mercur emit o radiaţie. Ce lungime de undă are această radiaţie?

R. $\lambda = 2536$ nm

5.8. Tranziţia electronului în atomul de hidrogen are loc între nivelele 2 şi 5. Să se stabilească: *a)* energia fotonului emis; *b)* lungimea de undă a liniei spectrale corespunzătoare şi din ce zonă a spectrului face parte; *c)* energia de ionizare. ($R = 3{,}288 \cdot 10^{15}$ Hz)

R. *a)* $\varepsilon = 2{,}855$ eV; $\lambda = 4\,344{,}8$ Å; face parte din vizibil fiind cuprinsă între 3 907 Å — violet şi 7 600 Å — roşu. Pe de altă parte linia spectrală face parte din seria Balmer; *c)* $W = 13{,}59$ eV.

5.9. Un atom de hidrogen excitat, la tranziţia în stare fundamentală emite succesiv două cuante cu lungimile de undă de 12 818 Å şi 1 025,7 Å. Să se calculeze energia stării iniţiale a atomului dat şi numărul cuantic corespunzător.

R. $\Delta W = 0{,}544$ eV; $n = 5$

5.10. Să se calculeze intensitatea cîmpului şi potenţialul creat de nucleul atomic al hidrogenului într-un punct de pe primul nivel energetic al hidrogenului, ştiind că aceasta se găseşte la 0,5 Å de centrul nucleului.

R. $E = 5{,}1 \cdot 10^9$ V/cm; $V = 28{,}5$ V

5.11. Raza primei orbite permise la mişcarea electronului în atomul de hidrogen este de 0,53 Å. Să se calculeze: *a)* viteza electronului pe orbita a 3-a; *b)* raportul vitezelor electronului corespunzătoare orbitelor a 3-a şi a 1-a; *c)* lungimea de undă a undei asociată electronului.

R. *a)* $v_3 = 733{,}6$ km/s; b) $\frac{v_3}{v_1} = \frac{1}{3}$; *c)* $\lambda = 10$Å

5.12. Un electron intră cu viteza de 100 km/s perpendicular pe cîmpurile omogene $\vec{E}$ şi $\vec{B}$, încrucişate la 90°, care acţionează în aceeaşi regiune a spaţiului. Să se determine: *a)* inducţia magnetică pentru ca electronul să treacă nedeviat, dacă $E = 100$ V/cm; *b)* la ce distanţă se va afla electronul la anularea cîmpului magnetic — faţă de direcţia iniţială pe care parcurge 1 cm în timpul acţiunii simultane a cîmpurilor.

R. *a)* $B = 0{,}1$T; *b)* $d = 8{,}888$ m

5.13. Să se calculeze energia, masa şi impulsul fotonului de radiaţii Röntgen cu lungimea de undă 0,1 nm.

R. $W = 1{,}986 \cdot 10^{-15}$ J; $m = 2{,}29 \cdot 10^{-32}$ kg; $H = 6{,}62 \cdot 10^{-18}$ kg $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Scanned with OKEN Scanner

5.14. Ce viteză trebuie să aibă un electron pentru a-și dubla masa?

R. $v = 259\,800$ km/s

5.15. Lungimea unui accelerator liniar este de 80 m, iar intensitatea cîmpului electric este de 150 kV/cm. La intrare, electronul are viteza de 80 000 km/s. Să se calculeze energia de ieșire.

R. $W = 1200{,}018$ MeV

5.16. Nucleul unui atom are volumul V proporțional cu masa atomică A, adică $V = KA$, unde K este volumul mediu ocupat de un nucleon și este egal cu $2 \cdot 10^{-39}$ cm^3. *a)* Să se calculeze densitatea nucleului de fier. *b)* Să se compare densitatea nucleului de fier cu densitatea fierului.

R. $\rho = 8{,}36 \cdot 10^{17}$ kg/m^3; $1{,}07 \cdot 10^{14}$ ori mai mare

5.17. Constanta radioactivă a elementului $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ este $1{,}381 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{s}^{-1}$. Cîți atomi se vor dezintegra în 10 s dintr-un atom-gram de radiu?

R. $n = 8{,}33 \cdot 10^{13}$ atomi

5.18. Cîte particule α elimină un gram de $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ într-o secundă, dacă timpul de înjumătățire este $1{,}34 \cdot 10^{10}$ ani?

R. $n = 6{,}14 \cdot 10^{3}$

5.19. Izotopul $^{222}_{86}\mathrm{Rn}$, cu timpul de înjumătățire de 3,8 zile, emite particule α. Se cer:

a) ecuația reacției de dezintegrare;

b) numărul de particule α emise în 3 zile din 0,222 g radon;

c) energia unei particule α, știind că produce $3{,}8 \cdot 10^5$ perechi de ioni pe parcursul său prin azot, care are energia de ionizare de 14,5 eV.

R. *a)* $^{222}_{86}\mathrm{Rn} \rightarrow {}^{4}_{2}\alpha + {}^{218}_{84}\mathrm{Ra}$

b) $n = 3 \cdot 10^{20}$; *c)* $W = 5{,}51$ MeV.

5.20. Elementul $^{210}_{83}\mathrm{Bi}$ are timpul de înjumătățire de 5 zile și emite electroni cu energia maximă de 1,17 MeV.

Se cer:

a) ecuația reacției de dezintegrare;

b) numărul de perechi de ioni produși de o particulă $^{0}_{-1}\beta$ pe parcursul său prin hidrogen, care are energia de ionizare de 13,5 eV;

c) masa de $^{210}_{83}$ Bi care emite $6{,}93 \cdot 10^{19}$ particule pe oră.

R. *a)* $^{210}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{0}_{-1}\mathrm{e} + {}^{210}_{84}\mathrm{P}_0$

b) $n = 8{,}6 \cdot 10^4$; *c)* $m = 4{,}2$ g

Scanned with OKEN Scanner

5.21. Raza nucleului de $^{1}_{1}H$ este de $1,5 \cdot 10^{-13}$ cm. Considerînd că toată masa atomului este concentrată în nucleu, să se calculeze densitatea substanței nucleare.

R. $\rho = 3,9 \cdot 10^{13}$ g/cm^3

5.22. Un gram de radiu emite într-o secundă $3,7 \cdot 10^{10}$ particule α, fiecare cu energia de 6 MeV. Cîtă energie (în calorii) degajă un gram de radiu pe oră?

R. $W = 127,9$ J

5.23. La transmutarea Ra în Rn, se emite o particulă α, însoțită de o radiație gama cu $\lambda = 0,0652$ Å. Care este cuanta de energie a fotonului corespunzător?

R. $W = 190$ keV

5.24. Să se calculeze numărul particulelor α și β emise la trecerea izotopului $^{238}_{92}U$ în izotopul $^{206}_{82}Pb$, care este izotopul stabil cu care se încheie seria uraniului.

R. $n_\alpha = 8$; $n_\beta = 6$

5.25. O substanță radioactivă, cu activitatea de 500 mCi, este introdusă într-un calorimetru cu capacitatea calorică de 12 J $\cdot$ grd^{-1}.

Să se calculeze variația de temperatură produsă într-o oră, dacă substanța emite particule α, fiecare cu energie de 4 MeV.

R. $\Delta t = 3,552$ °C

5.26. Un ciclotron se află într-un cîmp magnetic omogen de 3 tesla, care acționează pe o rază de 30 cm. Pînă la ce energie se pot accelera deutronii sau particulele α în acest ciclotron? Se va neglija variația relativistă a masei cu viteza.

R. $W_1 = 20$ MeV; $W_2 = 40$ MeV

5.27. Un ciclotron accelerează deutronii pînă la 2 MeV, raza maximă a traiectoriei particulelor fiind de 40 cm. Se cere frecvența generatorului de alimentare a ciclotronului.

R. $\nu = 5,64 \cdot 10^6$ Hz

5.28. O cameră Wilson se află într-un cîmp magnetic de $8 \cdot 10^{-2}$ tesla. Un deutron descrie în această cameră o traiectorie cu raza de 10 cm. Cîte molecule de N_2 va ioniza, dacă N_2 are energia de ionizare egală cu 35 eV?

R. $n = 4570$ molecule N_2

Scanned with OKEN Scanner

5.29. Azotul este bombardat cu particule α. O particulă α este captată de nucleul atomului, care emite un proton. Ce transformare s-a produs în nucleul atomului?

R. ${}^{14}_{7}N(\alpha, p){}^{17}_{8}O$

5.30. Elementul ${}^{210}_{84}Po$ are timpul de înjumătățire de 140 zile. Să se calculeze: *a)* timpul mediu de viață; *b)* cîte nucleie rămîn nedezintegrate din 20 μg de poloniu după 70 de zile; *c)* care va fi parcursul particulelor α emise, avînd fiecare energia de 3 MeV, iar pentru producerea fiecărei perechi de ioni consumîndu-se 32 eV, dacă se știe că pe fiecare mm de parcurs se produc 4 000 perechi de ioni; *d)* activitatea specifică în μCi.

R. *a)* $t = 201{,}6$ zile; *b)* $N = 32740 \cdot 10^{12}$ nucleie; *c)* $l = 23{,}43$ mm

5.31. La bombardarea beriliului cu particula α, o particulă α este captată de nucleul atomului, care emite neutroni. Ce transformare s-a produs în nucleul atomului?

R. ${}^{9}_{4}Be(\alpha, n){}^{12}_{6}C$

5.32. În cazul bombardării aluminiului cu neutroni, un neutron este captat de un nucleu și se formează izotopul radioactiv ${}^{24}_{11}Na^*$, negatogen. Ce particulă se emite în cazul acestei transformări? Să se scrie ecuațiile acestor dezintegrări.

R. ${}^{4}_{2}\alpha$; ${}^{27}_{13}Al(n, \alpha){}^{24}_{11}Na^*$; ${}^{24}_{11}Na^* \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{24}_{12}Mg$

5.33. Prin bombardarea deuteriului cu deutoni se obține tritiul și o energie de +4,04 MeV. Se cer: *a)* să se scrie reacția: *b)* să se calculeze masa atomului de tritiu.

R. ${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}d$; ${}^{3}_{1}H + {}^{1}_{1}p$ sau ${}^{2}_{1}H(d, p){}^{3}_{1}H$; $m^{3}_{1H} = 3{,}016773$ amu

5.34. Nucleul ${}^{31}_{15}P$ captează un neutron și se formează radiosiliciul Si^*, care este negatogen. Ce fel de particule se emit în această dezintegrare nucleară? Ce nucleu se obține prin dezintegrarea radio-siliciului?

R. ${}^{31}_{15}P(n, p){}^{31}_{14}Si^*$; ${}^{31}_{14}Si^* \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{31}_{15}P$

5.35. Sub acțiunea particulelor α, nucleul de bor ${}^{10}_{5}B$ se transmută în radioazot ${}^{13}_{7}N^*$ care este pozitogen. Care sînt ecuațiile reacțiilor nucleare ce se produc? Ce element final se obține și ce structură are nucleul său? Cîtă energie se degajează?

R ${}^{13}_{6}C$; $6p + 7n$; 0,931 MeV

5.36. Izotopul ${}^{35}_{17}Cl$, bombardat cu neutroni, trece în radiosulf ${}^{35}_{16}S$, care este negatogen, avînd timpul de înjumătățire de 87 zile și cu eliberarea energiei de 168 KeV. Se cer: 1) ecuațiile reacțiilor care se produc; 2) energia reacției de formare a radiosulfului și să se arate dacă această reacție este exoenergetică sau endoenergetică; 3) numărul de neutroni necesari reacției

Scanned with OKEN Scanner

inițiale, pentru ca radiosulful obținut să dezvolte prin dezintegrare o cantitate de căldură de 10 W, știind că neutronii își ating ținta în proporție de 75% ($m_p = 1{,}00782$ a m u, $m_n = 1{,}00866$ a m u, $m_{Cl} = 34{,}98007$ amu, $m_s = 34{,}98022$ a m u).

R. 1) $^{35}_{17}Cl + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{35}_{16}S + {}^{1}_{1}p + W$

$^{35}_{16}S \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{35}_{17}Cl + 168$ KeV

2) $W = 642{,}39$ keV; exoenergetică

3) $3{,}46 \cdot 10^{23}$ neutroni

5.37. Prin bombardarea cu deutroni $^{2}_{1}d$, nucleul $^{238}_{92}U$ captează un deuton și emite doi neutroni, transmutîndu-se într-un izotop al neptunului (Np), care, la rîndul său, este negatogen, transmutîndu-se în radioplutoniu, care este α radioactiv. Se cer: *a)* să se scrie cele trei reacții nucleare care se produc; *b)* structura nucleului izotopului de neptuniu format; *c)* structura nucleului final.

5.38. Ce cantitate de energie se degajă la formarea unui gram de $^{4}_{2}He$ din deutroni?

R. $W = 1{,}6 \cdot 10^{5}$ kWh

5.39. Să se calculeze energia degajată la formarea unui atom de $^{9}_{4}Be$.

R. $W = 56$ MeV

5.40 Soarele radiază în spațiu o cantitate de căldură echivalentă cu $37{,}62 \cdot 10^{25}$ J/s. Cu cîte tone scade pe secundă masa Soarelui din cauza radierii?

R. $m = 4{,}18 \cdot 10^{6}$t/s

5.41. Prin bombardarea $^{63}_{29}Cu$ cu neutroni rezultă $^{62}_{29}Cu^*$ pozitogen, cu timpul de înjumătățire de 10 minute, iar izotopul $^{65}_{29}$ Cu bombardat cu neutroni trece în radiocupru negatogen cu $T_{1/2} = 5$ minute și se emite un foton γ. Să se scrie reacțiile de formare ale radioizotopilor și transformările pe care le suferă mai departe și să se calculeze timpul mediu de viață pentru primul izotop.

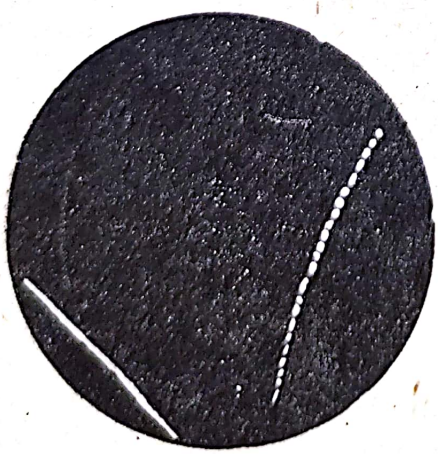


Fig. 5.1

R. *a)* $^{63}_{29}Cu + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{62}_{29}Cu^* + 2{}^{1}_{0}n$

$^{62}_{29}Cu^* \rightarrow {}^{62}_{28}Ni + {}^{0}_{1}\beta$

$^{65}_{29}Cu + {}^{0}_{1}n \rightarrow {}^{66}_{29}Cu + \gamma$

$^{66}_{29}Cu \rightarrow {}^{66}_{30}Zn + {}^{0}_{-1}\beta$

b) $t_m = \dfrac{1}{\lambda} = 14{,}4$ min

5.42. În figura 5.1 este reprezentată fotografia urmelor lăsate de particulele α și β în camera Wilson, așezate în cîmpul magnetic.

a) Care este urma particulei α și care a particulei β? De ce? *b)* Care sînt direcția și sensul cîmpului magnetic?

R. Urma groasă este a particulei α, cea subțire, a particulei β; de la noi spre hîrtie

Fig. 5.2

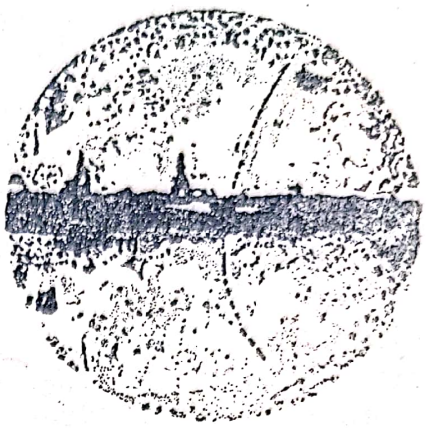


Fig. 5.3

5.43. Să se afle puterea electrică a unei centrale atomo-electrice, în care se consumă 19, 2 kg $^{235}_{92}U$ într-un an, randamentul fiind de 20%. Energia eliberată la fiecare proces de fisiune a nucleelor $^{235}_{92}U$ se consideră egală cu 200 MeV.

R. $P = 100$ MW.

5.44. În figura 5.2 este reprezentată fotografia urmelor lăsate de o pereche de particule elementare în camera Wilson, așezată în cîmpul magnetic. Acesta este perpendicular pe figură și îndreptat de la noi spre figură. *a)* Ce semne au cele două particule? Ce particule sînt? *b)* Care particulă are energia cinetică mai mare?

R. Electron și pozitron; pozitronul.

5.45. În figura 5.3 este reprezentată fotografia urmei lăsată de un pozitron în camera Wilson, așezată într-un cîmp magnetic. Pozitronul a străbătut un strat de Pb. *a)* În ce sens s-a mișcat particula? *b)* Care este sensul cîmpului magnetic?

R. De jos în sus; de la noi spre hîrtie.

Scanned with OKEN Scanner

MĂRIMI ŞI UNITĂŢI FIZICE

Unităţile fundamentale de măsură ale sistemului internaţional de unităţi (SI)

Nr. crt.	Denumirea unităţii	Simbol	Mărimea	Definiţie
1	metru	m	lungime	Metrul este lungimea egală cu 1 650 763,73 lungimi de undă, în vid, ale radiaţiei care corespunde tranziţiei atomului de kripton 86 între nivelele sale $2p_{10}$ şi $5\ d_5$. Această definiţie a fost aprobată de către a 11-a Conferinţă Generală de Măsuri şi Greutăţi din 1960 prin rezoluţia a 6-a.
2	kilogram	kg	masă	A treia Conferinţă Generală de Măsuri şi Greutăţi (1901) a declarat: — kilogramul este unitatea masei; — el este reprezentat prin masa prototipului internaţional al kilogramului.
3	secundă	s	timp	Prin rezoluţia a 9-a a celei de a 11-a Conferinţe Generale de Măsuri şi Greutăţi (1960) s-a aprobat pentru secundă următoarea definiţie: Secunda este fracţiunea 1/31 556 925,^{9747} din anul tropic pentru 1 900 ianuarie 0, la orele 12 ale timpului efemeridelor

Scanned with OKEN Scanner

(continuare)

Nr. crt.	Denumirea unității	Simbol	Mărimea	Definiție
4	amper	A	intensitate de curent electric	Amperul este intensitatea unui curent electric constant, care menținut în două conductoare paralele, rectilinii, de lungime infinită și de secțiune circulară neglijabilă, așezate în vid la o distanță de un metru unul de altul, ar produce între aceste două conductoare o forță egală cu 2×10^{-7} newtoni pe metru de lungime. Această definiție a fost adoptată de către a 9-a Conferință Generală de Măsuri și Greutăți din 1948.
5	grad Kelvin	°K	temperatură termodinamică	A zecea Conferință Generală de Măsuri și Greutăți (1954) hotărăște să definească scara termodinamică cu ajutorul punctului triplu al apei ca punct fix fundamental, atribuindu-se temperatura de, exact, 273,16 grade Kelvin
6	candelă	cd	intensitate luminoasă	Candela este intensitatea luminoasă emisă în direcție normală, la temperatura de solidificare a platinei și presiunea atmosferică normală, de către suprafața unui radiator integral (corp negru) cu aria 1/600 000 metri pătrați. Această definiție a fost adoptată de către a 9-a Conferință de Măsuri și Greutăți din 1948.

Scanned with OKEN Scanner

Mărimi și unități geometrice

Nr. crt.	Mărimi		Unități						Observații
				SI		În afara SI		Relații de transformare	
	Mărimea	Simbolul	Ecuația de definiție	Denumirea	Simbolul	Denumirea	Simbolul		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Lungime	l	—	metru	m	—	—		
2	Arie	A, (S)	—	metru pătrat	m^2	—	—		
3	Volum	V	—	metru cub	m^3	litru	l	$1\ l \approx 10^{-3} m^3$	
4	Unghi plan	α, β, γ, etc.	$\alpha = \frac{\text{arc}}{\text{rază}}$	radian	rad	grad (vechi)	... °	$1° = \frac{\pi}{180}$ rad	
						minut		$1' = \frac{1°}{60}$	
						secundă		$1'' = \frac{1'}{60}$	
						grad nou		$1^g = \frac{\pi}{200}$ rad	
5	Unghi solid	Ω, ω	$\Omega = \frac{\text{aria suprafeței sferice}}{\text{raza}^2}$	steradian	sr				

Scanned with OKEN Scanner

Nr. crt.	Mărimi		Unități						Observații
				SI		În afară SI		Relații de transformare	
	Mărimea	Simbolul	Ecuația de definiție	Denumirea	Simbolul	Denumirea	Simbolul		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Viteza	v	$v = \frac{l}{t}$	metru pe secundă	$\frac{m}{s}$				
2	Accelerație Accelerația căderii libere	a g	$a = \frac{v}{t}$	metru pe secundă la pătrat	$\frac{m}{s^2}$				
3	Viteză unghiulară	ω	$\omega = \frac{\alpha}{t}$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$	radian pe secundă	$rad \cdot s^{-1}$				
4	Masă	m	—	kilogram	kg	— gramul — tona — carat	g t ct	1 kg = 10^3 g 1 t = 10^3 kg 1 ct = 0,2 g = 0,0002 kg	Tolerat în comerțul pietrelor prețioase
5	Densitate (masă specifică)	ρ	$\rho = \frac{m}{V}$	kilogram pe metru cub	$\frac{kg}{m^3}$	gram pe centimetru cub	$\frac{g}{cm^3}$	$1 \frac{g}{cm^3} = 10^3 \frac{kg}{m^3}$	

Scanned with OKEN Scanner

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	Impuls, cantitate de mişcare	p	$p = mv$	kilogram — metru pe secundă	$\frac{kg \cdot m}{s}$	gram — centimetru pe secundă	$\frac{g \cdot cm}{s}$	$1 \frac{g \cdot cm}{s} = 10^{-5} \frac{kg \cdot m}{s}$	
7	Forţă	F	$F = ma$	newton	N	— dină, — kilogram forţă, — tonă-forţă	dyn kgf tf	1 dyn = 10^{-5} N 1 kgf = 9,8 N 1 tf = 10^3 kgf	
8	Greutate specifică (ponderitate)	γ	$\gamma = \frac{G}{V}$	newton. pe metru cub	$\frac{N}{m^3}$	— dină pe centimetru cub — kg-forţă pe metru cub	$\frac{dyn}{cm^3}$ $\frac{kgf}{m^3}$	$1 \frac{dyn}{cm^3} = 10 \frac{N}{m^3}$ $1 \frac{kgf}{m^3} = 9,8 \frac{N}{m^3}$	
9	Momentul unei forţe Momentul unui cuplu	M T	$M = F \cdot l$	newton. metru	N·m	— dină — centimetru — kilogram forţă.metru	dyn·cm kgf·m	1 dyn·cm = 10^{-7} N·m 1 kgf·m = 9,8 N·m	
10	Moment de inerţie	J	$J = ml^2$	kilogram — metru pătrat	$kg \cdot m^2$				
11	Presiune	p	$p = \frac{F}{A}$	newton pe metru pătrat	$\frac{N}{m^2}$	— dină pe centimetru pătrat	$\frac{dyn}{cm^2}$	$1 \frac{dyn}{cm^2} = 1$ barye $= 10^{-1} \frac{N}{m^2}$	

Scanned with OKEN Scanner

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
						bar	bar	1 bar = $10^5 \frac{N}{m^2}$	
						— microbar	μ bar	1μbar = $= 10^{-6}$ bar	
						—kilogram-forță pe metru pătrat	$\frac{kgf}{m^2}$	$1 \frac{kgf}{m^2} = 9{,}8 \frac{N}{m^2}$	
						—atmosferă fizică	atm	1 atm = $= 101325 \frac{N}{m^2} =$ $= 1{,}03323 \frac{kgf}{cm^2}$	Utilizată în meteorologie fizică.
						—atmosferă tehnică	at	1 at = $1 \frac{kgf}{cm^2} =$ $= 10^4 \frac{kgf}{m^2} =$ $= 9{,}8 \cdot 10^4 \frac{N}{m^2}$	Utilizată în tehnică
						—torr (milimetru coloană de mercur)	torr sau mm Hg	1 torr = $= \frac{1}{760}$ atm = $= 133{,}322 \frac{N}{m^2}$	Utilizată în meteorologie fizică, tehnică.
						milimetru coloană de apă	mmH_2O	1 mm H_2O = $= 9{,}8 \frac{N}{m^2} =$ $= 9{,}67841 \cdot$ $\cdot 10^{-5}$ atm	Utilizată în tehnică
	Efort unitar	σ	$\sigma = \frac{F}{S}$	newton pe metru pătrat	$\frac{N}{m^2}$	—kilogram forță pe metru pătrat	$\frac{kgf}{m^2}$	$1 \frac{kgf}{m^2} = 9{,}8 \frac{N}{m^2}$	Efort unitar = tensiune
	Modul de elasticitate	E	$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$						

Scanned with OKEN Scanner

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	Tensiune superficială	σ, (γ)	$\sigma = \frac{F}{}$	newton pe metru	$\frac{N}{m}$	— dină pe centimetru — kilogram forță pe metru	dyn/cm kgf/m	$1\frac{dyn'}{cm} = 10^{-3}\frac{N}{m}$ $1\frac{kgf}{m} = 9{,}8\frac{N}{m}$	
13	Lucru mecanic Energie	L, E, W	$L = Fl$	joule	J	— erg — kilogram forță·metru — kilowatt oră — calorie — electron-volt	erg kgf · m kWh cal eV	1 erg = 10^{-7} J 1 kgf·m = 9,8 J 1 kWh = 3,6 MJ 1 cal = 4,18 J 1 eV = $= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J	
14	Putere	P	$P = \frac{L}{T}$	watt	W	— erg pe secundă — kilogram forță·metru pe secundă — cal putere	erg/s kgf·m/s CP	$1\frac{erg}{s} = 10^{-7}$W $1\frac{kgf \cdot m}{s} = 9{,}8$ W 1 CP = $= 75\frac{kgf \cdot m}{s} =$ $= 735{,}5$ W	
15	Debit masic	Q	$Q = \frac{m}{t}$	kilogram pe secundă	$\frac{kg}{s}$				
16	Debit volumic	Q_v	$Q_v = \frac{V}{t}$	metru cub pe secundă	$\frac{m^3}{s}$	— centimetru cub pe secundă	$\frac{cm^3}{s}$	$1\frac{cm^3}{s} = 10^{-6}\frac{m^3}{s}$	

Scanned with OKEN Scanner

Mărimi și unități calorice

Nr. crt	Mărimi			Unități					Observații
				SI		În afară SI		Relații de transformare	
	Mărimea	Simbolul	Ecuația de definiție	Denumirea	Simbolul	Denumirea	Simbolul		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Cantitatea de căldură	Q	$Q = L$	joule	J	— erg — caloria — kilo-caloria	erg cal kcal	$1\ \text{erg} = 10^{-7}\ \text{J}$ $1\ \text{cal} = 4{,}18\ \text{J}$ $1\ \text{kcal} = 10^3\ \text{cal}$	
2	Căldură specifică	c	$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta t}$	joule pe kilogram. grad	$\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$	— erg pe gram ·grad — calorie pe gram ·grad — kilo-calorie pe kilo-gram ·grad	$\frac{\text{erg}}{\text{g} \cdot \text{grd}}$ $\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{grd}}$ $\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$	$1\ \frac{\text{erg}}{\text{g} \cdot \text{grd}} = 10^{-4}\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$ $1\ \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{grd}} = 4{,}18 \cdot 10^3\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{grd}}$ $1\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{grd}} = 1\ \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{grd}}$	
3	Capacitate calorică	C	$C = \frac{Q}{\Delta t} = mc$	joule pe grad	$\frac{\text{J}}{\text{grd}}$	— erg pe grad — calorie pe grad — kilo-calorie pe grad	$\frac{\text{erg}}{\text{grd}}$ $\frac{\text{cal}}{\text{grd}}$ $\frac{\text{kcal}}{\text{grd}}$	$1\ \frac{\text{erg}}{\text{grd}} = 10^{-7}\ \frac{\text{J}}{\text{grd}}$ $1\ \frac{\text{cal}}{\text{grd}} = 4{,}18\ \frac{\text{J}}{\text{grd}}$ $1\ \frac{\text{kcal}}{\text{grd}} = 10^3\ \frac{\text{cal}}{\text{grd}} = 4{,}18\ 10^3\ \frac{\text{J}}{\text{grd}}$	

Scanned with OKEN Scanner

Nr. crt.	Mărimea	Simbolul	Formula de definiție	Sistemul Internațional Unitatea și simbolul ei
1	Intensitatea curentului	I	$\frac{F}{l} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d}$	Amper A
2	Sarcina electrică	Q, q	$Q = It$	Coulomb C
3	Tensiunea electrică	U, V, E	$U = \frac{P}{I}$	Volt V
4	Rezistența electrică	R	$R = \frac{U}{I}$	Ohm Ω
5	Capacitate electrică	C	$C = \frac{Q}{U}$	Farad F
6	Cîmp electric	E	$E = \frac{F}{Q}$	Volt pe metru V/m
7	Cîmp magnetic	H	$H = \frac{I}{2r}$	amper pe metru $\frac{A}{m}$
8	Flux magnetic	Φ	$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$	Weber Wb
9	Inducție magnetică	B	$B = \frac{\Phi}{S}$	tesla T
10	Inductanță]	L	$L = \frac{\Phi}{I}$	henry H

Scanned with OKEN Scanner

Sisteme tolerate			
Sistemul CGS_{μ_0}		Sistemul CGS_{ε_0}	
Unitatea și simbolul ei	Relații cu SI	Unitatea și simbolul ei	Relații cu CGS_{μ_0}
biot Bi	$1A = 10^{-1}Bi$	statamper stA	$1\ Bi = 3 \cdot 10^{10}stA$
abcoulomb abC	$1C = 10^{-1}abC$	statcoulomb stC	$1\ abC = 3 \cdot 10^{10}stC$
abvolt abV	$1\ V = 10^{8}abV$	statvolt stV	$1\ ab\,V = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}}\ stV$
abohm abΩ	$1\Omega = 10^{9}ab\Omega$	statohm stΩ	$1\ ab\Omega = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}}\ st\Omega$
abfarad abF	$1F = 10^{-9}abF$	statfarad, stF ($cm\ \varepsilon_0$)	$1\ abF = 9 \cdot 10^{20}stF$
abvolt pe centimetru abV/cm	$1\frac{V}{m} = 10^{6}abV/cm$	statvolt pe centimetru stV/cm	$1\ abV/cm = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}}\ stV/cm$
oersted Oe	$1\frac{A}{m} = 4\pi \cdot 10^{-3}Oe$	statoersted stOe	$1\ Oe = 3 \cdot 10^{10}stOe$
maxwell Mx	$1Wb = 10^{8}Mx$	statweber stWb	$1\ Mx = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}}\ stWb$
gauss Gs	$1T = 10^{4}Gs$	stattesla stT	$1\ Gs = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}}\ stT$
abhenry ($cm\ \mu_0$) abH	$1H = 10^{9}abH$ ($cm\mu_0$)	stathenry stH	$1\ abH = \frac{1}{9 \cdot 10^{20}}\ stH$

Mărimi și unități în acustică

Nr. crt.	Denumirea mărimii	Simbol	Formula de definiție	Sistemul internațional	Sistemul CGS (tolerat)	
				Unitatea și simbolul ei	Unitatea și simbolul ei	Relații cu SI
1	Energie acustică	W	$W = F \cdot l$	joule J	erg erg	$1\,J = 10^7$ erg
2	Flux de energie acustică	0	$0 = \frac{W}{t}$	watt W	erg pe secundă erg/s	$1W = 10^7$ erg/s
3	Densitatea de energie acustică	E	$E = \frac{W}{V}$	joule pe metru cub J/m^3	erg pe centimetru cub erg/cm^3	$1\,J/m^3 = 10$ erg/cm³
4	Intensitate acustică	I	$I = \frac{0}{A}$	watt pe metru pătrat W/m^2	erg pe secundă. centimetru pătrat erg/s · cm²	$1W/m^2 = 10^{-3}$ erg/s · cm²
5	Presiune acustică	p	$p = \frac{F}{A}$	newton pe metru pătrat N/m^2	dynă pe centimetru pătrat dyn/cm^2	$1N/m^2 = 10\,\frac{dyn}{cm^2}$

Relații de transformare dintre unități de forță

Dat \ Cautat	în N	în dyn	în gf	în kfg	în tf
1 N =	1	10^5	$1{,}01972 \cdot 10^2$	$1{,}01972 \cdot 10^{-1}$	$1{,}01972 \cdot 10^{-4}$
1 dyn =	10^{-5}	1	$1{,}01972 \cdot 10^{-3}$	$1{,}01972 \cdot 10^{-6}$	$1{,}01972 \cdot 10^{-9}$
1 gf	$9{,}80665 \cdot 10^{-3}$	$9{,}80665 \cdot 10^2$	1	10^{-3}	10^{-6}
1 kgf =	9,80665	$9{,}80665 \cdot 10^5$	10^3	1	10^{-3}
1 tf =	$9{,}80665 \cdot 10^3$	$9{,}80665 \cdot 10^8$	10^6	10^3	1

Scanned with OKEN Scanner

Relații de transformare dintre diferitele unități de energie

Dat \ Căutat	în J	în erg	în kgf·m	în cal	în kcal	în kWh
1 J =	1	10^7	0,10197	0,23892	$0,23892 \cdot 10^{-3}$	$2,777 \cdot 10^{-7}$
1 erg =	10^{-7}	1	$0,10197 \cdot 10^{-7}$	$0,23892 \cdot 10^{-7}$	$0,23892 \cdot 10^{-10}$	$2,777 \cdot 10^{-14}$
1 kgf · m =	9,80665	$9,80665 \cdot 10^7$	1	2,3430	$2,3430 \cdot 10^{-3}$	$2,72411 \cdot 10^{-6}$
1 cal =	4,1855	$4,1855 \cdot 10^7$	$4,2680 \cdot 10^{-1}$	1	10^{-3}	$1,16261 \cdot 10^{-6}$
1 kcal =	$4,1855 \cdot 10^3$	$4,1855 \cdot 10^{10}$	426,80	10^3	1	$1,16261 \cdot 10^{-3}$
1 kWh =	$3,6 \cdot 10^6$	$3,6 \cdot 10^{13}$	$3,67092 \cdot 10^5$	$860,11 \cdot 10^3$	860,11	1

Relații de transformare dintre unități de putere

Dat \ Căutat	în W	în erg/s	în kW	în kgf · m/s	în CP
1 W	1	10^7	10^{-3}	$1,01972 \cdot 10^{-1}$	$1,35962 \cdot 10^{-3}$
1 erg/s =	10^{-7}	1	10^{-10}	$1,01972 \cdot 10^{-8}$	$1,35962 \cdot 10^{-10}$
1 kW =	10^{-3}	10^{10}	1	$1,01972 \cdot 10^2$	1,35962
1 kgf·m/s =	9,80665	$9,80665 \cdot 10^7$	$9,80665 \cdot 10^{-3}$	1	$1,33333 \cdot 10^{-2}$.
1 CP =	$7,35499 \cdot 10^2$	$7,35499 \cdot 10^9$	$7,35499 \cdot 10^{-1}$	75	1

Scanned with OKEN Scanner

Relații de transformare dintre unități de presiune

Dat \ Căutat	în N/m^2	în kgf/m^2 ($\approx$ mm H_2O)	în at (în kgf/cm^2)	în atm	în torr (mm Hg)	în bar (Mbarye)
1 N/m^2 =	1	$1{,}01972 \cdot 10^{-1}$	$1{,}01972 \cdot 10^{-5}$	$0{,}98692 \cdot 10^{-5}$	$0{,}75006 \cdot 10^{-2}$	10^{-5}
1 kgf/m^2 ($\approx$1 mm H_2O) =	9,80665	1	10^{-4}	$9{,}67841 \cdot 10^{-5}$	$0{,}73556 \cdot 10^{-1}$	$0{,}980665 \cdot 10^{-4}$
1 at (kgf/cm^2) =	$0{,}980665 \cdot 10^{5}$	10^{4}	1	0,967841	735,56	0,980665
1 atm =	$1{,}01325 \cdot 10^{5}$	$1{,}03323 \cdot 10^{4}$	1,03323	1	760	1,01325
1 torr (mm Hg) =	$1{,}33322 \cdot 10^{2}$	$1{,}35951 \cdot 10$	$1{,}35951 \cdot 10^{-3}$	$1{,}31579 \cdot 10^{-3}$	1	$1{,}33322 \cdot 10^{-3}$
1 bar (Mbarye) =	10^{5}	$1{,}01972 \cdot 10^{4}$	1,01972	0,98692	750,06	1

Scanned with OKEN Scanner

CONSTANTE FIZICE

Accelerația gravitației $\left(\text{în } \frac{m}{s^2}\right)$

București	9,80551
Moscova	9,81523
Ecuator	9,7803
Pol	9,83216
Valoarea normală	9,80665

Date fizice asupra Sistemului Solar

Nr. crt.	Denumirea astrului	Diametrul ecuatorial (km)	Masa (kg)	Densitatea $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$	Distanța medie pînă la Soare (mil km)	Distanța medie pînă la Pămînt (raze Pămînt)
1	Soarele	1 391 000	$1{,}983 \cdot 10^{30}$	1 400	—	—
2	Pămîntul	12 740	$5{,}978 \cdot 10^{24}$	5 511	149,5	—
3	Luna	3473,2	$7{,}35 \cdot 10^{22}$	3 330	—	60
4	Marte	6740	$6{,}39 \cdot 10^{23}$	3 990	228	—

Scanned with OKEN Scanner

CONSTANTE FIZICE GENERALE

Denumirea constantei	Simbolul	Valoarea
Atmosferă normală	p_N	101325 N/m^2
Constanta gazelor perfecte	R	8,314 $J\ °K^{-1}mol^{-1}$
Numărul lui Avogadro	N	$6{,}023 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$
Constanta lui Boltzmann	$k = \frac{R}{N}$	$1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J\ °K^{-1}$
Volum molar gaz perfect la 0 °C și 1 atm	V	$22414\ cm^3 \cdot mol^{-1}$
Constanta gravitațională	k	$6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
Accelerația gravitațională București	g_B	$9{,}80551\ m \cdot s^{-2}$
Permitivitatea vidului	ε_0	$8{,}854 \cdot 10^{-12} F \cdot m^{-1}$
Permeabilitatea vidului	μ_0	$1{,}256 \cdot 10^{-6} H \cdot m^{-1}$
Viteza undelor electromagnetice	c	$2{,}998 \cdot 10^8\ m \cdot s^{-1}$
Numărul lui Faraday	F	$9{,}649 \cdot 10^4$ C/echiv. gram
Constanta lui Planck	h	$6{,}624 \cdot 10^{-34}$ Js
Sarcina electronului	e	$1{,}602 \cdot 10^{-19}$C
Unitatea de masă atomică	amu sau u	1 amu = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg = 931,437MeV
Masa de repaus a electronului	m_e	$9{,}1083 \cdot 10^{-31}$ kg = $5{,}486 \cdot 10^{-4}$ amu = = 0,510976 MeV
Sarcina specifică a electronului	$\frac{e}{m_e}$	$1{,}76 \cdot 10^{13}\ C\ kg^{-1}$
Constanta lui Rydberg	R	$10967781\ m^{-1}$
Masa de repaus a protonului	m_p	$1{,}67239 \cdot 10^{-27}$ kg = 1,007595 amu = = 938,21 MeV
Masa de repaus a neutronului	m_n	$1{,}67470 \cdot 10^{-27}$ kg = 1,008987 amu = = 939,505 MeV
Masa atomică a hidrogenului	^1_1H	1,00814 amu
Masa atomică a deuteriului	^2_1H	1,014739 amu
Masa atomică a heliului	^4_2He	4,00387 amu
Masa ionului de heliu	m_α	4,00274 amu
Masa atomică a izotopului	^7_3Li	7,01823 amu
Masa atomică a izotopului	^9_4Be	9,01503 amu
Masa atomică a izotopului	$^{14}_7N$	14,00751 amu
Masa atomică a izotopului	$^{17}_8O$	17,00450 amu

Scanned with OKEN Scanner

Viteza sunetului în m/s

Gaze	
Hidrogen	1265
Aer	331
Oxigen	316
Bioxid de carbon	261

Lichide	
Glicerină	1923
Ulei de ricin	1500
Apă	1497
Mercur	1326
Benzen	1326

Solide

Materialul	Unde longitudinale		Unde transversale
	în bară	într-un mediu continuu	
Oțel	5050	6100	3300
Cupru	3580	4600	2260
Plumb	1200	2200	700
Lemn (stejar)	4050		
Cauciuc	30		

Scanned with OKEN Scanner

Densități (în kg/m³) în condițiile normale

Solide		Lichide	
Alamă	8 500	Acid sulfuric	1 830
Aluminiu	2 700	Alcool etilic (18 °C)	790
Argint	10 500	Apă	1 000
Azbest	2 400	Benzină	700
Constantan	8 800	Eter	720
Crom	7 400	Mercur	13 600
Cupru	8 900	Petrol	810
Fontă	7 250	Ulei de in	900
Lemn de brad	600	Ulei mineral	880
Lemn de stejar	700	**Gaze**	
Nichelină	8 800	Aer	1,293
Oțel	7 800	Azot	1,250
Platină	21 500	Hidrogen	0,090
Plumb	11 340	Oxigen	1,420

Coeficienți de frecare-alunecare

Bronz pe bronz	0,20	Fontă pe stejar	0,49
Curea pe fontă	0,56	Lemn pe gheață	0,035
Curea pe stejar	0,27	Metal pe piatră	0,04
Fier pe fier	0,14	Oțel pe gheață	0,014

Coeficienți de frecare-rostogolire

Drum nepietruit	0,08—0,16	Șosea asfaltată	0,01
Drum cu nisip	0,15—0,30	Șine de cale ferată	0,003

Modul de elasticitate (Young) (în N/m²)

Alamă	$9{,}8 \cdot 10^{10}$	Fier	$19{,}6 \cdot 10^{10}$
Aluminiu	$6{,}86 \cdot 10^{10}$	Oțel	$21{,}56 \cdot 10^{10}$
Curea	$1{,}47 \cdot 10^{10}$	Plumb	$1{,}67 \cdot 10^{10}$

Scanned with OKEN Scanner

Călduri specifice, temperaturi de topire, călduri latente specifice de topire

Substanța	Căldura specifică J/kg°K	Temperatura de topire °C	Căldura latentă specifică J/kg	Substanța	Căldura specifică J/kg°K	Temperatura de topire °C	Căldura latentă specifică J/kg
Alamă	376,2	900	—	Nichel	459,8	1 460	—
Aluminiu	919,6	659	$321,86 \cdot 10^3$	Platină	125,4	1 775	$112,86 \cdot 10^3$
Argint	250,8	960,5	$108,68 \cdot 10^3$	Plumb	125,4	327	$20,9 \cdot 10^3$
Aur	125,4	1 063	$66,46 \cdot 10^3$	Staniu	250,8	232	$58,52 \cdot 10^3$
Cupru	376,2	1 084	$175,56 \cdot 10^3$	Sticlă	836	—	—
Fier(oțel)	459,8	1 530	$204,82 \cdot 10^3$	Sulf	731,5	114	42 845
Gheață	2 090	0	$334,4 \cdot 10^3$	Zinc	376,2	419	$117 \cdot 10^3$

Călduri specifice, temperaturi de fierbere, călduri latente specifice de vaporizare

Substanța	Căldura specifică J/kg°K	Temperatura de fierbere °C	Căldura latentă specifică J/kg	Substanța	Căldura specifică J/kg°K	Temperatura de fierbere °C	Căldura latentă specifică J/kg
Alcool	2 424,4	78	$146,3 \cdot 10^3$	Mercur	125,4	359	$284,24 \cdot 10^3$
Apă	4 180	100	$2253 \cdot 10^3$	Petrol	2131,8	110—120	$313,50 \cdot 10^3$
Eter	2 340	35	$355,3 \cdot 10^3$	Sulfură de carbon	10^3	46,2	$355,3 \cdot 10^3$

Coeficienți de dilatație liniară

Substanță	Coeficient de dilatație grd^{-1}	Substanța	Coeficient de dilatație grd^{-1}
Alamă	0,000185	Oțel	0,000010
Aluminiu	0,000022	Platină	0,000009
Argint	0,000019	Plumb	0,000293
Cupru	0,000017	Staniu	0,000023
Fier	0,000012	Sticlă	0,000009
Nichel	0,000028	Zinc	0,000291

Scanned with OKEN Scanner

Coeficienții de dilatație volumică (γ)

Substanța	Coeficient de dilatație grd^{-1}	Substanța	Coeficient de dilatație grd^{-1}
Acid sulfuric	0,0006	Eter	0,0016
Aer	1/273	Mercur	0,00018
Alcool	0,001	Petrol	0,001
Apă	0,00015	Sulfură de carbon	0,0012
Benzen	0,00124	Ulei	0,00072
Glicerină	0,0005		

Coeficienți de rezistență (C)

Corpul	Coeficientul
Placă plană subțire (perpendiculară pe curent)	1,1
Emisferă deschisă, cu concavitatea contra curentului	1,3—1,6
Emisferă deschisă, cu convexitatea contra curentului	0,35
Sferă	0,2—0,4
Corp cu formă aerodinamică	0,055

Coeficienți de tensiune superficială (σ)

Substanța	Coeficientul în N/m	Substanța	Coeficientul în N/m
Acid acetic	$28 \cdot 10^{-3}$	Glicerină	$66 \cdot 10^{-3}$
Alcool etilic	$21 \cdot 10^{-3}$	Mercur	$470 \cdot 10^{-3}$
Apă	$73 \cdot 10^{-3}$	Petrol	$24 \cdot 10^{-3}$
Eter	$17 \cdot 10^{-3}$	Soluție săpun (1%)	$40 \cdot 10^{-3}$

Călduri specifice la gaze (sub presiune constantă) (c_p)

Substanța	Căldura specifică în J/kg · grd	Substanța	Căldura specifică în J/kg·grd
Aer	1 000	Heliu	5 200
Amoniac	2 100	Hidrogen	14 300
Azot	1 000	Oxigen	920
Bioxid de carbon	830	Vapori de apă (la 760 torr)	2 200

Puterea calorică a combustibililor (q)

Combustibilul	Puterea calorică în J/kg	Combustibilul	Puterea calorică în J/kg
Alcool	$3 \cdot 10^7$	Huilă	$3{,}4 \cdot 10^7$
Benzină	$4{,}6 \cdot 10^7$	Lemn uscat	$1{,}5 \cdot 10^7$
Gaz natural	$3{,}6 \cdot 10^7$ J/m^3	Mangal	$3{,}3 \cdot 10^7$
Gaz de luminat	$1{,}6 \cdot 10^7$ J/m^3	Petrol	$4{,}6 \cdot 10^7$

Scanned with OKEN Scanner

Presiunea și umiditatea absolută a vaporilor de apă saturanți la diferite temperaturi

Temperatura °C	Presiunea torr	Umiditatea absolută g/m³	Temperatura °C	Presiunea torr	Umiditatea absolută g/m³
−10	2,05	2,14	13	11,2	11,4
− 9	2,13	2,33	14	12,0	12,1
− 8	2,32	2,54	15	12,8	12,8
− 7	2,53	2,76	16	13,6	13,6
− 6	2,76	2,99	17	14,5	14,5
− 5	3,01	3,24	18	15,5	15,4
− 4	3,28	3,51	19	16,5	16,3
− 3	3,57	3,81	20	17,5	17,3
− 2	3,68	4,13	21	18,7	18,3
− 1	4,22	4,47	22	19,8	19,4
0	4,58	4,84	23	21,1	20,6
1	4,90	5,2	24	22,4	21,8
2	5,3	5,9	25	23,8	23,0
3	5,7	6,0	26	25,2	24,4
4	6,1	6,4	27	26,7	25,8
5	6,6	6,8	28	28,4	27,2
6	7,0	7,3	29	30,1	28,7
7	7,5	7,8	30	31,82	30,3
8	8,0	8,3	35	42,18	39,6
9	8,6	8,8	40	55,32	51,2
10	9,2	9,4	45	71,88	65,4
11	9,8	10	50	92,5	83,0
12	10,5	10,7	55	118,0	104,3

Permitivitatea și permeabilitatea vidului

Mărimea și simbolul ei	Sistemul internațional		Observații
	Formula de definiție	Unitatea și simbolul ei	
Permitivitatea ε_0	$C = \frac{\varepsilon S}{d}$	farad pe metru $\frac{F}{m}$	$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ $\varepsilon_0 = 8{,}856 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$
Permeabilitate μ_0	$\mu = \frac{B}{H}$	henry pe metru $\frac{H}{m}$	$\mu = \mu_0 \mu_r$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$

Scanned with OKEN Scanner

Permitivităţile relative ale unor substanţe

Substanţa	ε_r la 20° C	Substanţa	ε_r la 20°C
Apă distilată	81	Polistiren	2,4—2,6
Azot	1,00060	Porţelan pentru	
Benzen	2,218	izolatori	5,5—6
Cauciuc natural vulcanizat	3—6	Preşpan	3
Clorură de polivinil	3,4	Rutil	110
Heliu	1,000072	Sare Seignette	500—600
Hidrogen	1,00027	Sticlă	5—10
Hîrtie parafinată	1,8	Sulf	3,6—4
Mică	4,5—7,5	Ulei de ricin	4,5
Oxigen	1,00055	Ulei de transformator	2,1—2,5
Parafină	1,9—2,2	Marmură	8,3
Pertinax	8		
Petrol	2		

Rezistivităţi şi coeficienţi de temperatură

Materialul	ρ la 293° K $\Omega \cdot m$	α în grd^{-1}	Materialul	ρ la 293° K $\Omega \cdot m$	α în grd^{-1}
Alamă	$8{,}5 \cdot 10^{-8}$	10^{-3}	Fier	$10{,}5 \cdot 10^{-8}$	$5{,}5 \cdot 10^{-3}$
Aluminiu	$2{,}8 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-3}$	Manganină	$43 \cdot 10^{-8}$	10^{-6}
Argint	$16{,}2 \cdot 10^{-9}$	$3{,}6 \cdot 10^{-3}$	Nichel	$72{,}3 \cdot 10^{-9}$	$6 \cdot 10^{-3}$
Cobalt	$5{,}5 \cdot 10^{-8}$	$5{,}5 \cdot 10^{-3}$	Nichelină	$42 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-4}$
Constantan	$50 \cdot 10^{-8}$	$\pm 10^{-5}$	Oţel	$62 \cdot 10^{-8}$	$8 \cdot 10^{-3}$
Crom	$2{,}6 \cdot 10^{-8}$	$5{,}5 \cdot 10^{-3}$	Plumb	$20{,}5 \cdot 10^{-8}$	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$
Cromal	$13{,}5 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{-5}$	Zinc	$59{,}5 \cdot 10^{-9}$	$3{,}5 \cdot 10^{-3}$
Cromnichel	$10{,}9 \cdot 10^{-7}$	$13 \cdot 10^{-6}$	Wolfram	$5{,}5 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-3}$
Cupru	$18 \cdot 10^{-9}$	$4 \cdot 10^{-3}$			

Scanned with OKEN Scanner

Echivalenți electrochimici

Substanța	$\frac{A}{nF}$ în $\frac{mg}{C}$	Valența	Substanța	$\frac{A}{nF}$ în $\frac{mg}{C}$	Valența
Aluminiu	0,093	3	Fier	0,29	2
Argint	1,118	1	Hidrogen	0,01036	1
Aur	0,680	3	Mercur	2,072	2
Crom	0,090	6	Nichel	0,304	2
Cupru	0,330	2	Nichel	0,203	3
Cupru	0,66	1	Oxigen	0,0829	2
Fier	0,19	3	Zinc	0,339	2

Indici de refracție față de aer

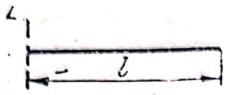
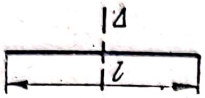
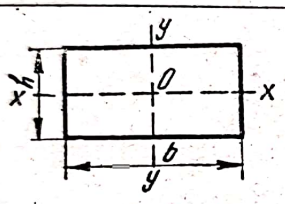
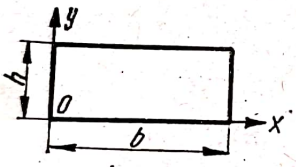
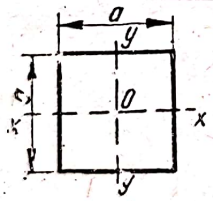
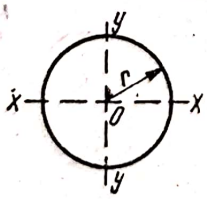
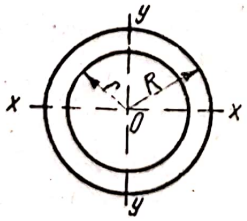
Materialul	Indice de refracție	Materialul	Indice de refracție
Aer	1,0003	Gheață	1,31
Apă	1,33	Glicerină	1,47
Alcool etilic	1,36	Plexiglas	1,5
Diamant	2,42	Sare gemă (NaCl)	1,54
Flint	1,9	Sulfură de carbon	1,63
Crown	1,5	Terebentină	1,41

Indici de refracție pentru unele radiații în apă și sticlă

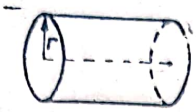
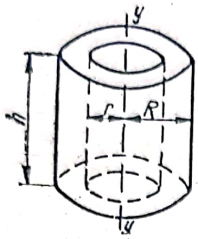
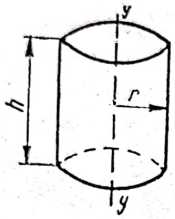
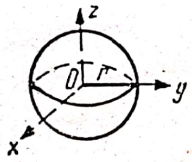
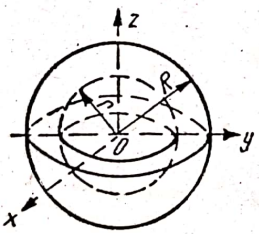
Radiația	Indici de refracție		
	Apa	Crown	Flint
Roșie	1,33	1,499	1,897
Galbenă (vap. Na)	1,333	1,504	1,923
Violetă	1,344	1,517	2,008

Scanned with OKEN Scanner

Momente de inerție pentru corpuri de secțiuni uzuale

Figura	Profilul	Axa	Momentul de inerție (J)	
			geometric	mecanic
Bară		Axa Δ	$\frac{l^3}{3}$	$m\frac{l^2}{3}$
		Axa Δ	$\frac{l^3}{12}$	$m\frac{l^2}{12}$
		Axa Δ	$\frac{l^3}{3}\sin^2\alpha$	$m\frac{l^2}{3}\sin^2\alpha$
Dreptunghi		Axa centrală Ox	$\frac{1}{12}bh^3$	$\frac{1}{12}mh^2$
		Axa centrală Oy	$\frac{1}{12}b^3h$	$\frac{1}{12}mb^2$
		Axa Ox	$\frac{1}{3}bh^3$	$\frac{1}{3}mh^2$
		Axa Oy	$\frac{1}{3}b^3h$	$\frac{1}{3}mb^2$
Pătrat		Axa Ox, Oy	$\frac{1}{12}a^4$	$\frac{1}{12}ma^2$
		Latura a	$\frac{1}{3}a^4$	$\frac{1}{3}ma^2$
Cerc (disc)		Polul O	$\frac{1}{2}\pi r^4$	$\frac{1}{2}mr^2$
		Axa Ox Axa Oy	$\frac{1}{2}\pi r^4$	$\frac{1}{4}mr^2$
Coroană circulară		Polul O	$\frac{1}{2}\pi(R^4-r^4)$	$\frac{1}{2}m(R^2+r^2)$
		Axa Ox Axa Oy	$\frac{1}{4}\pi(R^4-r^4)$	$\frac{1}{2}m(R^2+r^2)$

Scanned with OKEN Scanner

Figura	Profilul	Axa	Momentul de inerție (J)	
			geometric	mecanic
Cilindru gol grosime neglijabilă		Axa cilindrului		mr^2
Cilindru gol		Axa de simetrie yy	$\frac{1}{2}\pi h(R^4-r^4)$	$\frac{1}{2}m(R^2+r^2)$
Cilindru plin		Axa de simetrie yy	$\frac{1}{2}\pi r^4 h$	$\frac{1}{2}mr^2$
Sferă plină		Polul O	$\frac{4}{5}\pi r^5$	$\frac{3}{5}mr^2$
		Diametru	$\frac{8}{15}\pi r^5$	$\frac{2}{5}mr^2$
Sferă goală		Polul O	$\frac{4}{5}\pi(R^5-r^5)$	$\frac{3}{5}m\frac{R^5-r^5}{R^3-r^3}$
		Diametru	$\frac{8}{15}\pi(R^5-r^5)$	$\frac{2}{5}m\frac{R^5-r^5}{R^3-r^3}$

ANEXA IV

Prefixe pentru multiplii și submultiplii unităților de măsură

Prefixe		Multiplicatorii unităților	Prefixe		Multiplicatorii unităților
Denumire	Simbol		Denumire	Simbol	
pico	p	10^{-12}	deca	da	10^{1}
nano	n	10^{-9}	hecto	h	10^{2}
micro	μ	10^{-6}	kilo	k	10^{3}
mili	m	10^{-3}	mega	M	10^{6}
centi	c	10^{-2}	giga	G	10^{9}
deci	d	10^{-1}	tera	T	10^{12}

Scanned with OKEN Scanner

VALORILE NATURALE ALE FUNCȚIILOR TRIGONOMETRICE

α (grade)	sin α	tg α	ctg α	cos α	
0	0,000	0,000	∞	1,000	90
1	0,017	0,017	57,290	1,000	89
2	0,035	0,035	28,636	0,999	88
3	0,052	0,052	19,081	0,999	87
4	0,070	0,070	14,301	0,998	86
5	0,087	0,087	11,430	0,996	85
6	0,105	0,105	9,514	0,995	84
7	0,122	0,123	8,144	0,993	83
8	0,139	0,141	7,115	0,990	82
9	0,156	0,158	6,314	0,988	81
10	0,174	0,176	5,671	0,985	80
11	0,191	0,194	5,145	0,982	79
12	0,208	0,213	4,705	0,978	78
13	0,225	0,231	4,331	0,974	77
14	0,242	0,249	4,011	0,970	76
15	0,259	0,268	3,732	0,966	75
16	0,276	0,287	3,487	0,961	74
17	0,292	0,306	3,271	0,956	73
18	0,309	0,325	3,078	0,951	72
19	0,326	0,344	2,904	0,946	71
20	0,342	0,364	2,747	0,940	70
21	0,358	0,384	2,605	0,934	69
22	0,375	0,404	2,475	0,927	68
23	0,391	0,424	2,356	0,921	67
24	0,407	0,445	2,246	0,914	66
25	0,423	0,466	2,145	0,906	65
26	0,438	0,488	2,050	0,899	64
27	0,454	0,510	1,963	0,891	63
	cos α	ctg α	tg α	sin α	α (grade)

Scanned with OKEN Scanner

α (grade)	sin α	tg α	ctg α	cos α	
28	0,469	0,532	1,881	0,883	62
29	0,485	0,554	1,804	0,875	61
30	0,500	0,577	1.732	0,866	60
31	0,515	0,601	1,664	0,857	59
32	0,530	0,625	1,600	0,848	58
33	0,545	0,649	1,540	0,839	57
34	0,559	0,675	1,483	0,829	56
35	0,574	0,700	1,428	0,819	55
36	0,588	0,727	1,376	0,809	54
37	0,602	0,754	1,327	0,799	53
38	0,616	0,781	1,280	0,788	52
39	0 629	0,810	1,235	0,777	51
40	0 643	0,839	1,192	0,766	50
41	0,656	0,869	1,150	0,755	49
42	0,669	0,900	1,111	0,743	48
43	0,682	0,933	1,072	0,731	47
44	0,695	0,966	1,036	0,719	46
45	0,707	1,000	1,000	0,707	45
	cos α	ctg α	tg α	sin α	α (grade)

Scanned with OKEN Scanner

CUPRINSUL

Cap. I. Mecanica 3

A. Cinematica 3
Mișcarea rectilinie uniformă 7
Mișcarea rectilinie uniform variată 11
Căderea liberă a corpurilor în vid 20
Compunerea mișcărilor 22
Mișcarea relativă 22
Aruncarea unui corp pe verticală de jos în sus . . 24
Aruncarea pe orizontală a unui corp greu 27
Aruncarea oblică a unui corp greu 28
Mișcarea circulară uniformă 30
Transmiterea mișcărilor 34

B. Dinamica 39
Legea a II-a a lui Newton 47
Densitatea și greutatea specifică a corpurilor . . . 53
Forța de frecare 55
Teorema impulsului 57
Legea conservării impulsului 59
Forța centripetă și forța centrifugă. 63
Legea atracției universale 70
Lucrul mecanic 73
Puterea mecanică 75
Energia cinetică și energia potențială 80
Solidul rigid în mișcare de rotație 82
Oscilații și unde elastice. 85

C. Statica 96
Compunerea forțelor care au același suport 103
Compunerea forțelor concurente 104

Scanned with OKEN Scanner

Descompunerea unei forțe după două direcții date 106
Compunerea forțelor paralele și de același sens și descompunerea unei forțe în două componente paralele și de același sens cu forța dată 110
Compunerea forțelor paralele și de sens contrar și descompunerea unei forțe în două componente paralele și de sens contrar. 113
Momentul unei forțe. Cuplu de forțe. Condițiile de echilibru ale unui corp asupra căruia acționează un sistem de forțe 115
Centrul de greutate 123
Stabilitatea corpurilor 126
Pîrghii 128
Scripeți 129
Planul înclinat 135
Șurubul 138
Pana 139
Balanța 140

D. Rezistența materialelor 142

E. Mecanica fluidelor 148
Presiunea 150
Transmiterea presiunii în lichide. Presa hidraulică 153
Presiunea hidrostatică. Vase comunicante 155
Legea lui Arhimede. Densități 158
Presiunea atmosferică 166
Legea lui Arhimede aplicată la gaze 168
Legea lui Boyle-Mariotte. Manometrul. Barometrul 170
Dinamica fluidelor 171

Cap. II. Căldura și fizica moleculară 176

Cantitatea de căldură 183
Calorimetria 185
Transformarea energiei mecanice în căldură 189
Dilatația liniară 194
Dilatația în volum 196
Variația densității cu temperatura 200
Termometria 201
Legea Boyle-Mariotte 202
Legile Gay-Lussac, Charles și ecuația de stare a gazelor 205
Amestecuri de gaze 211
Fenomene moleculare în lichide 213
Topirea și solidificarea 215
Vaporizarea și condensarea 219
Higrometria 223
Lucrul mecanic produs de gaze și vapori 226

Scanned with OKEN Scanner

Cap. III. Electricitatea 230

A. Electrostatica 230
Legea lui Coulomb 233
Intensitatea cîmpului electric. Potenţial şi tensiune electrică 236
Capacitatea electrică. Condensatoare 240

B. Electrocinetica 246
Circuit electric. Legea lui Ohm pentru o porţiune de circuit 249
Legea lui Ohm aplicată circuitului întreg. Legile lui Kirchhoff 253
Energia şi puterea curentului. Legea lui Joule . . 271
Curentul electric prin lichide. 279
Elemente galvanice, acumulatoare 284
Curentul electric prin gaze 286

C. Electromagnetismul 287
Cîmpul magnetic al curentului electric 291
Forţa electromagnetică 296
Acţiunea reciprocă a curenţilor electrici 299
Inducţia electromagnetică. Autoinducţia 300
D. Curentul alternativ 304
Curentul alternativ 307
Generatoare, motoare, transformatoare 314
Oscilaţii şi unde electromagnetice 327

Cap. IV. Optica 331

A. Bazele fotometriei 331
B. Optica geometrică 336
Reflexia luminii 341
Refracţia luminii. Prisme. Lentile 348
Aparate optice 364
C. Optica fizică 370

Cap. V. Structura atomului 384

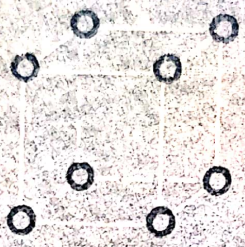
Anexa I. Mărimi şi unităţi fizice 394
Anexa II. Constante fizice 407
Anexa III. Momente de inerţie pentru corpuri cu secţiuni uzuale 416
Anexa IV. Prefixe pentru multipli şi submultipli unităţilor de măsură. 417
Anexa V. Valorile naturale ale fucţiilor trigonometrice . 418

Scanned with OKEN Scanner

Coli de tipar 26,50

Întreprinderea Poligrafică Cluj
Str. Brassai 5—7
Republica Socialistă România
Comanda 285—13.880

Scanned with OKEN Scanner



EDITURA DIDACTICĂ ŞI PEDAGOGICĂ – BUCUREŞTI, 1969

Lei 12,10

Scanned with OKEN Scanner